

Таким образом, в однопозиционном случае равенство (1.117) имеет место и для рассеянных полей, рассчитанных в приближении физической оптики.

В случае же бистатической локации ($-\vec{r}^0 \neq \vec{R}^0$) интегрирование в (1.118), (1.119) проводится по разным, несовпадающим многообразиям (и при этом не совпадают, вообще говоря, и подынтегральные функции, домноженные скалярно соответственно на \vec{q} и \vec{p}).

Таким образом, принцип взаимности в бистатическом случае (в приближении физической оптики), вообще говоря, места не имеет.

Этот вывод является тем более практически важным, что разнесенный прием занимает важное место в современной радиолокации, а физоптическое приближение с использованием соотношений взаимности представляет собой достаточно привычный подход, часто применяемый в электродинамических расчетах без должного обоснования.

1.6. Эффективная поверхность рассеяния (ЭПР) трехмерных объектов и ее связь с ЭПР двумерных объектов

Пусть на объект конечных размеров, ограниченный поверхностью S , падает плоская волна

$$\vec{E}^0(x) = \vec{p} \exp(-jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x})),$$

$$\vec{H}^0(x) = (\vec{p} \times \vec{R}^0) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \exp(-jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}))$$

(излучение радиолокатора), где $-\vec{R}^0$ – орт луча, идущего в направлении от радиолокатора к цели, а $\vec{p} = p \cdot \vec{p}^0$ – вектор поляризации, $\vec{p}^0 \perp \vec{R}^0$.

Под ЭПР понимается величина, определяемая формулой [30]:

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|\vec{p}^{np} \cdot \vec{E}^{pac}|^2}{|\vec{p}^0 \cdot \vec{E}^0|^2}, \quad (1.121)$$

где R – расстояние от рассеивателя до приемной антенны, \vec{p}^{np} – единичный вектор, указывающий направление поляризации приемной антенны, \vec{E}^{pac} – поле, рассеянное объектом в направлении на приемную антенну.

Таким образом, задача нахождения ЭПР рассеивателя фактически сводится к задаче определения рассеянного поля \vec{E}^{pac} в точке приема.

Если $\vec{E}(\vec{x})$, $\vec{H}(\vec{x})$ – полное поле, то рассеянное поле $\vec{E}^{pac}(x) = \vec{E}(x) - \vec{E}^0(x)$, как это вытекает из леммы Лоренца, представится формулой

$$j\omega\vec{q} \cdot \vec{E}^{pac}(x_0) = \int_S \left(\vec{H}^\perp(x) \cdot \vec{\epsilon}_0^{eT}(x|x_0, \vec{q}) - \vec{E}^T(x) \cdot \vec{\mathcal{H}}_0^{e\perp}(x|x_0, \vec{q}) \right) dS, \quad (1.122)$$

где $\vec{\epsilon}_0^e(x|x_0, \vec{q})$, $\vec{\mathcal{H}}_0^e(x|x_0, \vec{q})$ – поле точечного электрического диполя с вектор-моментом \vec{q} , помещенного в точке x_0 , расположенной где-либо вне S , причем \vec{q} – произволен по величине и направлению.

Положим $\vec{q} = \vec{p}$, и пусть радиус-вектор точки наблюдения $\vec{x}^0 = R\vec{R}^0$.

Заменим входящие в (1.110) вектор-функции $\vec{\epsilon}_0^e(x|x_0, \vec{p})$, $\vec{\mathcal{H}}_0^e(x|x_0, \vec{p})$ их асимптотическими выражениями при $R \rightarrow \infty$

$$\bar{\mathcal{E}}_0^e(x|x_0, \bar{p}) \sim \Omega(k_0 R) \bar{\mathcal{E}}_0^e(x|\bar{R}^0, \bar{p}),$$

$$\bar{\mathcal{H}}_0^e(x|x_0, \bar{p}) \sim \Omega(k_0 R) \bar{\mathcal{H}}_0^e(x|\bar{R}^0, \bar{p}),$$

$$\text{где } \Omega(kR) = \frac{\exp(jk_0 R)}{4\pi k_0 R},$$

$$\bar{\mathcal{E}}_0^e(x|\bar{R}^0, \bar{p}) = k_0^2 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \bar{p}^T \exp(-jk_0(\bar{R}^0 \cdot \bar{X})), \quad (1.123)$$

$$\bar{\mathcal{H}}_0^e(x|\bar{R}^0, \bar{p}) = -k_0^2 \omega \bar{p}^\perp \exp(-jk_0(\bar{R}^0 \cdot \bar{X})), \quad (1.124)$$

$$\bar{p}^T = \bar{p} - \bar{R}^0(\bar{R}^0 \cdot \bar{p}), \quad \bar{p}^\perp = \bar{R}^0 \times \bar{p}.$$

Формулы (1.123), (1.124) представляют поле линейно поляризованной плоской волны, приходящей из бесконечности с волновым вектором $(-\bar{R}^0)$. Эти асимптотические представления справедливы при $x \in S$ и $R \gg D$ где D – диаметр зондируемого объекта (т.е. его наибольшее линейное измерение).

Тогда рассеянное поле $\bar{E}^{pac}(x)$ в дальней зоне будет иметь следующий вид:

$$j\omega \bar{p} \cdot \bar{E}^{pac}(R\bar{R}^0) \sim \Omega(k_0 R) k_0^2 \omega \int_S \exp(-jk_0(\bar{R}^0 \cdot \bar{X})) \cdot \left[\bar{p} \cdot \bar{H}^\perp(x) \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} - (\bar{R}^0 \times \bar{p}) \cdot \bar{E}^\perp(x) \right] dS, \quad (1.125)$$

где $\bar{H}^\perp = \bar{n} \times \bar{H}$, $\bar{E}^\perp = \bar{n} \times \bar{E}$, \bar{n} – орт нормали к S .

В случае, если речь идет об идеально проводящих рассеивателях, $\bar{E}^T|_S = 0$, и равенство (1.125) переходит в следующее:

$$j \omega \vec{p} \cdot \vec{E}^{pac} (R \vec{R}^0) \sim \Omega(k_0 R) k_0^2 \omega \int_S \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{X})) \cdot (\vec{p} \cdot \vec{H}^\perp(x)) \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} dS. \quad (1.126)$$

Тем не менее, отметим, что представление, аналогичное формуле (1.126), вытекает из (1.125) и в более широком классе рассеивателей, граничные свойства которых можно (с достаточной степенью точности) выразить условием импедансного типа:

$$\vec{E}^T = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} Z \vec{H}^\perp \quad \text{на } S. \quad (1.127)$$

Именно, при граничном условии вида (1.127) (выполняемом, например, на границе тела с большой конечной проводимостью, на границе некоторых типов радиопоглощающих материалов, применяемых в радиомаскировочных целях и др.) представление вектора $\vec{E}^{pac} (R \vec{R}^0)$ можно получить, заменив в формуле (1.126) в скалярном произведении $\vec{p} \cdot \vec{H}^\perp(x)$ вектор \vec{p} на вектор $\vec{p}_Z = \vec{p} + (\vec{R}^0 \times \vec{p}) Z$.

Из формулы (1.126) следует строгое выражение для ЭПР идеально отражающего объекта. Так как $|\vec{p} \cdot \vec{E}^0(x)| = p$, то при $R/D \gg 1$ имеет место асимптотическое равенство

$$4 \pi R^2 \frac{|\vec{p} \cdot \vec{E}^{pac} (R \vec{R}^0)|^2}{|\vec{p} \cdot \vec{E}^0|^2} \sim \frac{\pi}{\lambda^2} \left| \int_S \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{X})) \frac{1}{p} (\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp(x)) \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} dS \right|^2,$$

откуда и выводим точную формулу для ЭПР:

$$\sigma_S^{III} \sim \frac{\pi}{\lambda^2} \left| \int_S \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{X})) \frac{1}{p} (\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp(x)) \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} dS \right|^2. \quad (1.128)$$

Применение точной формулы (1.128), требует предварительного нахождения плотности поверхностного тока \vec{H}^\perp на S каким-либо строгим методом (с помощью метода собственных функций, интегральных уравнений и т.д.).

В практике расчетов ЭПР радиолокационных целей достаточно больших зарезонансных размеров обычно используют выражение плотности поверхностного тока \vec{H}^\perp в приближении физической оптики, что приводит к замене формулы (1.128) общеизвестной расчетной формулой [7, 8]:

$$\sigma_S^{III} \sim \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \int_{S_{осв}} \exp(-2j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{X})) (\vec{n} \cdot \vec{R}^0) dS \right|^2, \quad (1.129)$$

где $S_{осв}$ – часть поверхности S , которую "освещает" поле падающей плоской волны.

Аналогично, в случае двумерной модели цилиндрического тела с направляющей линией l , не ограниченного вдоль образующих и облучаемого плоской волной, фронт которой параллелен образующим – величина ЭПР, отнесенная к единице длины образующей

$$\sigma_l^{II} = \lim_{R \rightarrow \infty} 2\pi R \frac{|\vec{p}^0 \cdot \vec{E}^{pac}(R\vec{R}^0)|^2}{|\vec{p}^0 \cdot \vec{E}^0|^2}. \quad (1.130)$$

Эта величина, как будет показано, в точной теории выражается различным образом при Е- и Н-поляризациях.

Введем оси декартовой системы координат $Ox_1x_2x_3$ связанные с цилиндрическим рассеивателем так, чтобы орт \vec{e}_3 был

параллелен образующим, а орт $\vec{e}_1 = \vec{R}^0$ (орт луча, идущего от цели к радиолокатору). При Е-поляризации $\vec{p}^0 = \vec{e}_3$, при Н-поляризации примем $\vec{p}^0 = -\vec{e}_2$. Заметим, что при $R \rightarrow \infty$ и $\vec{p}^0 \perp \vec{R}^0$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \vec{e}_0^e(x | R \vec{R}^0, \vec{p}) dx \sim \vec{p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \Omega(k_0 R) dx = \\ & = -\vec{p} \frac{k_0^2}{4j\epsilon_0} H_0^{(1)}(k_0 R) \underset{R \rightarrow \infty}{\sim} \vec{p} \Omega^H(k_0 R) k_0 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \exp(-jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x})), \end{aligned} \quad (1.131)$$

где

$$\Omega^H(k_0 R) = -\frac{1}{4j} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}} \exp\left(jk_0 R - \frac{\pi j}{4}\right).$$

Из (1.122) и (1.131) следует

$$\vec{p} \cdot \vec{E}^{pac}(R \vec{R}^0) \sim \Omega^H(k_0 R) k_0 \int_l (\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp) \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \exp(-jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x})) dl, \quad (1.132)$$

где при Е-поляризации $\vec{p}^0 = \vec{e}_3$, $\vec{E} = \vec{e}_3 u$,

$$(\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp) = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial u}{\partial n}, \quad (1.133)$$

а при Н-поляризации $\vec{p}^0 = -\vec{e}_2$, $\vec{H} = \vec{e}_3 v$,

$$(\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp) = (\vec{n} \cdot \vec{R}^0) v. \quad (1.134)$$

Таким образом, в силу (1.130) и (1.132)

$$\sigma_l^H = \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_l (\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \exp(-jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x})) dl \right|^2, \quad (1.135)$$

где $(\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp)$ определяется формулами (1.133), (1.134) в зависимости от поляризации (параллельной или перпендикулярной).

В приближении физической оптики на освещенной стороне объекта

$$\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp \approx 2 \vec{p}^0 \cdot \vec{H}^{0\perp} = 2(\vec{n} \cdot \vec{R}^0) \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{x}))$$

и формула (1.135) переходит в

$$\sigma_i^{II} \approx \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_{l_{осв}} (\vec{n} \cdot \vec{R}^0) \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{x})) dl \right|^2. \quad (1.136)$$

Если рассеиватель – бесконечно тонкий идеально проводящий экран, то в точных формулах (1.128), (1.135) можно проводить интегрирование по S^+ и S^- (соответственно по l^+ и l^-) при фиксированном направлении нормали. В результате в эти формулы вместо \vec{H}^\perp войдет $\vec{K} = (\vec{H}^\perp)^+ - (\vec{H}^\perp)^-$:

$$\sigma_S^{III} \approx \frac{\pi}{\lambda^2} \left| \int_S \exp(-j k (\vec{R}^0 \cdot \vec{x})) (\vec{p}^0 \cdot \vec{K}) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} dS \right|^2, \quad (1.137)$$

$$\sigma_l^{II} \approx \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_l \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{x})) (\vec{p}^0 \cdot \vec{K}) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} dl \right|^2. \quad (1.138)$$

Формулы же (1.130), (1.136) остаются, очевидно, без изменений.

Нахождение ЭПР бесконечных (по образующим) цилиндрических тел – как приближенное, так и строгое – требует существенно меньшего объема вычислений, чем расчет ЭПР реальных трехмерных объектов, и, вместе с тем, позволяет получить качественно верные сравнительные выводы о рассеивающих свойствах различных объектов, о характере зависимости их ЭПР от частоты и других параметров.

Вместе с тем, как будет здесь показано, по "двумерным" ЭПР, в определенных условиях, можно получать и количественные оценки ЭПР реальных объектов. Продемонстрируем такую возможность, прежде всего, на анализе выражений для ЭПР конечного цилиндрического идеально проводящего экрана S с произвольной (незамкнутой) направляющей линией l . Предположим, что l расположена в плоскости $x_1 O x_2$, причем на S $-d/2 \leq x_3 \leq d/2$, а орт $\bar{R}^0 = \sum_{i=1}^3 \bar{e}_i \cos \theta_i$.

Введем в рассмотрение еще два орта:

$$\bar{R}_1^0 = \frac{1}{\sin \theta_3} (\bar{e}_1 \cos \theta_1 + \bar{e}_2 \cos \theta_2), \quad \bar{R}_2^0 = \bar{e}_3 \cos \theta_3 + \bar{e}_2 \sin \theta_3.$$

Тогда, в приближении физической оптики

$$\begin{aligned} \sigma_S^{III} &\approx \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \int_S \exp(-2jk_0(\bar{R}^0 \cdot \bar{x})) (\bar{R}^0 \cdot \bar{n}) dS \right|^2 = \\ &= \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \int_l \exp(-2jk_0 \sin \theta_3 (\bar{R}_1^0 \cdot \bar{x})) (\bar{R}_1^0 \cdot \bar{n}) dl \right|^2 \cdot \\ &\quad \cdot \left| \int_{-d/2}^{d/2} \exp(-2jk_0 x_3 \cos \theta_3) \sin \theta_3 dx_3 \right|^2 = \\ &= \frac{1}{\pi \sin \theta_3} \frac{2\pi}{\lambda_1} \left| \int_l \exp(-2jk_1(\bar{R}_1^0 \cdot \bar{x})) (\bar{R}_1^0 \cdot \bar{n}) dl \right|^2 \cdot \\ &\quad \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \left| \int_{-d/2}^{d/2} \exp(-2jk_0(\bar{R}_2^0 \cdot \bar{e}_3)) \bar{x}_3 (\bar{R}_2^0 \cdot \bar{e}_2) dx_3 \right|^2, \end{aligned}$$

где $k_1 = k_0 \sin \theta_3$, $\lambda_1 = \lambda / \sin \theta_3$ и, таким образом,

$$\sigma_S^{III} = \frac{1}{\pi \sin \theta_3} \sigma_1^{II}(\bar{R}_1^0, \lambda_1) \cdot \sigma_2^{II}(\bar{R}_2^0, \lambda). \quad (1.139)$$

Здесь $\sigma_1^{II}(\bar{R}_1^0, \lambda_1)$ – ЭПР бесконечной цилиндрической поверхности с направляющей l и образующими, параллельными Ox_3 , зондируемой на длине волны $\lambda_1 = \lambda / \sin \theta_3$, в направлении $-\bar{R}_1^0$ (рис. 1.5).

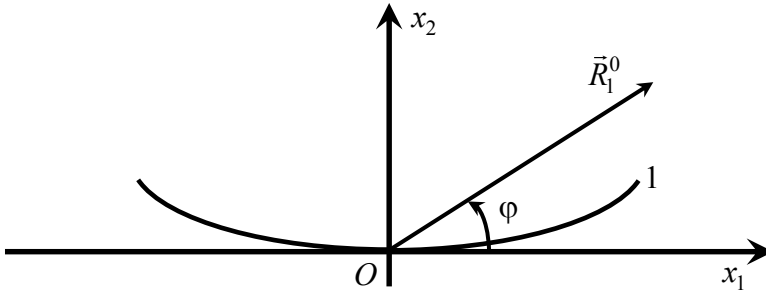


Рис. 1.5. Геометрия облучения бесконечной цилиндрической поверхности

При этом

$$\cos \varphi = \frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_3}, \quad \sin \varphi = \frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_3}.$$

Величина же $\sigma_2^{II}(\bar{R}_2^0, \lambda)$ есть ЭПР полосы ($x_2 = 0$, $-d/2 \leq x_3 \leq d/2$, $-\infty < x_1 < +\infty$), зондируемой в направлении $-\bar{R}_2^0$ на исходной длине волны λ (рис. 1.6).

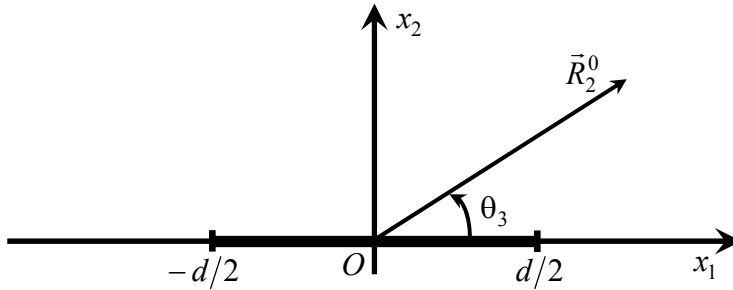


Рис. 1.6. Геометрия облучения бесконечной полосы

Практически соотношение (1.139) пригодно при достаточно больших углах θ_3 . Предположим, например, что $\pi/6 \leq \theta_3 \leq \pi/2$, тогда $\frac{1}{\pi \sin \theta_3} \in (1/\pi, 2/\pi)$. При облучении объекта S волной, фронт которой параллелен образующим цилиндра, имеем $\theta_3 = \pi/2$ и поэтому $\lambda_1 = \lambda$, $\vec{R}_1^0 = \vec{R}^0$, $\vec{R}_2^0 = \vec{e}_2$,

$$\sigma_S^{III} = \frac{1}{\pi} \sigma_1^{II}(\vec{R}^0, \lambda) \cdot \sigma_2^{II}(\vec{e}_2, \lambda). \quad (1.140)$$

Интересно и важно отметить, что аналог формулы (1.129), выведенной в приближении физической оптики, имеет место и если применить другие, более точные, чем в приближении физической оптики выражения для плотности поверхностного тока $\vec{K}(x)$.

Будем считать достаточно большим лишь параметр $k_0 d$ (но не обязательно большими должны быть линейные размеры, характеризующие l) и примем, что на S функция $\vec{K}(x)$ совпадает при $-d/2 \leq x_3 \leq d/2$ с плотностью поверхностного тока $\vec{K}^{II}(x_1, x_2)$, возбуждаемого на соответствующей бесконечной цилиндрической поверхности. Примем также, что $\theta_3 = \pi/2$, причем в

плоскости $x_1 O x_2$ орт \vec{R}^0 ориентирован любым образом; вектор же \vec{p} ориентирован произвольно в плоскости, нормальной к \vec{R}^0 .

Тогда, пользуясь точной формулой (1.137), получим:

$$\begin{aligned} \sigma_S^{III} &= \frac{\pi}{\lambda^2} \left| \int_l \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{x})) (\vec{p}^0 \cdot \vec{K}^{II}) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} dl \int_{-d/2}^{d/2} dx_3 \right|^2 = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_l \exp(-j k_0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{x})) (\vec{p}^0 \cdot \vec{K}^{II}) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} dl \right|^2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} d^2. \end{aligned}$$

Это означает, что в рассматриваемом приближении

$$\sigma_S^{III} = \frac{1}{\pi} \sigma_1^{II} (\vec{R}^0, \lambda, \vec{p}^0) \cdot \sigma_2^{II} (\vec{e}_2, \lambda), \quad (1.141)$$

причем в отличие от (1.139), σ_1^{II} здесь – точное значение двумерной ЭПР, а σ_2^{II} – то же, что и в (1.139) приближенное значение ЭПР плоской полосы при нормальном ее облучении. Существенно то, что в формуле (1.141) величина σ_1^{II} , а значит и стоящее в левой части значение ЭПР реального объекта σ_S^{III} зависит от орта поляризации \vec{p}^0 , который, как указывалось, может быть выбран произвольно (при условии $\vec{p}^0 \perp \vec{R}^0$).

Таким образом, рассчитав точно ЭПР σ_1^{II} двумерной модели (с этой целью решив соответствующее интегральное уравнение относительно плотности наведенных поверхностных токов $\vec{K}^{II}(x)$), по формуле (1.141) находим более точное и более информативное (в частности, в отношении зависимости от поляризации зондирующей волны) выражение ЭПР реального объекта.

Точно таким же способом, каким выведено соотношение (1.140), получается еще одно аналогичное по структуре равенство,

в левой части которого точное значение σ_S^{III} , получаемое по формуле (1.137) при истинном распределении $\vec{K}(x)$, а ЭПР двумерной модели σ_1^{II} вычисляется по точной формуле (1.138), но с использованием приближенного выражения плотности тока $\vec{K}^{II}(x_1, x_2)$, получаемого усреднением $\vec{K}(x)$ по координате x_3 :

$$\vec{K}^{II}(x_1, x_2) = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \vec{K}(x) dx_3. \quad (1.142)$$

Это замечание имеет скорее теоретический, чем расчетно-практический смысл: равенство (1.141) оказывается точным, если плотность поверхностного тока в двумерной модели заменить интегральным средним (1.142). На практике, конечно, имеет более важное значение приближенное равенство (1.141) в его первоначальной, описанной выше трактовке.

Наконец заметим, что во всем проведенном в связи с формулой (1.141) рассмотрении l может представлять собой не одиночную линию, а совокупность нескольких дуг и, соответственно, поверхность S – совокупность нескольких цилиндрических поверхностей с образующими, параллельными оси Ox_3 . Например, речь может идти о расчете – посредством формулы (1.141) – ЭПР двухзеркальной антенны при ее зондировании извне: решив систему интегральных уравнений относительно токов на системе зеркал l_1, l_2 и получив токи $\vec{K}_1^{II}, \vec{K}_2^{II}$ с учетом всех внутрисистемных взаимодействий и резонансов, вычисляем ЭПР антенной системы σ_S^{III} по формуле (1.141).

В случае рассеивателей, представляющих собой "поверхности двоякой кривизны", у которых (в отличие от цилиндрических поверхностей) ни одна из главных кривизн не равна нулю тождественно, резонансные эффекты зависимости ЭПР от частоты не могут быть рассчитаны посредством двумерных моделей.

Возникающие в подобных задачах трудности и некоторые подходы к их преодолению рассмотрим на простом примере ЭПР бесконечно тонкого идеально проводящего параболоида вращения при его зондировании в осевом направлении.

Осевое зондирование параболоида S , уравнение которого $2q x_3 = x_1^2 + x_2^2$, причем $x_1^2 + x_2^2 \leq a^2$ и $k_0 a \gg 1$, приводит (в приближении физической оптики) к ЭПР

$$\sigma_S^{III} = 2\pi q^2 (1 - \cos 2k_0 d),^1 \quad (1.143)$$

где $d = a^2/2q$ – возвышение краевых точек рассматриваемого экрана над плоскостью $x_1 O x_2$.

В соответствующей же двумерной задаче при зондировании в осевом направлении параболического цилиндра с направляющей линией l , уравнение которой $2q x_3 = x_1^2$, получаем (в том же физическом приближении) отнесенное к единице длины образующей значение ЭПР

$$\sigma_l^{II} = 4q \left| \int_0^{\sqrt{2kd}} e^{jt^2} dt \right|^2 = 4\pi q \left[C^2(\sqrt{2k_0 d}) + S^2(\sqrt{2k_0 d}) \right], \quad (1.144)$$

где $C(x)$, $S(x)$ – интегралы Френеля [31].

Как функции частоты (или волнового числа $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$) величины (1.143), (1.144) имеют быстроосциллирующий характер, причем амплитуда этих колебаний в двумерном случае (формула (1.144)) затухает при увеличении частоты и уже при $k_0 d \geq 10$ $\sigma_l^{II} \approx \pi q$.

¹ Простые подсчеты, дающие выражение (1.143) и приводимое ниже значение (1.144) ЭПР двумерной модели, мы опускаем

Для трехмерного же объекта осцилляции ЭПР, выражаемой равенством (1.143), не гаснут и в высокочастотной области, при этом, небольшие колебания частоты могут очень заметно изменить σ_S^{III} ; резонансные эффекты, имеющие здесь место при $k_0 a \gg 1$, обусловлены наличием второго параметра, $k_0 d$, и при $k_0 d \rightarrow 0$ исчезают.

Однако, вместо такой неустойчивой, подверженной случайным колебаниям величины как σ_S^{III} , можно ввести ее усредненное по частоте значение

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_S^{III}(k_1, k_2) &= 2\pi q^2 \frac{1}{k_2 - k_1} \int_{k_1}^{k_2} (1 - \cos(2k_0 d)) d k_0 =, \\ &= 2\pi q^2 \left(1 - \frac{\sin(2k_2 d) - \sin(2k_1 d)}{2(k_2 - k_1)d} \right), \end{aligned}$$

которое при достаточно больших значениях параметра $2(k_2 - k_1)d$ является близким к постоянной величине:

$$\bar{\sigma}_S^{III}(k_1, k_2) \approx 2\pi q^2. \quad (1.145)$$

Аналогично, при таком усреднении

$$\bar{\sigma}_I^{II}(k_1, k_2) \approx \pi q, \quad (1.146)$$

так, что имеет место соотношение:

$$\bar{\sigma}_S^{III}(k_1, k_2) \approx \frac{2}{\pi} \left[\bar{\sigma}_I^{II}(k_1, k_2) \right]^2. \quad (1.147)$$

Равенства (1.139)¹, (1.140), (1.141), (1.147), выражающие ЭПР различных объектов и притом рассчитанные на основе

¹ При достаточно большом θ_3 ; например $\theta_3 \geq \pi/6$.

разных методик, обладают общностью структуры и следующей количественной закономерностью: ЭПР трехмерного объекта (при фиксированной частоте – в нерезонансном случае, или же значение, усредненное по частоте – при наличии резонанса) представляется произведением соответствующих² "двумерных" ЭПР (или же усреднений по частоте) на некоторый безразмерный коэффициент обычно порядка нескольких десятых, зависящий, вообще говоря, от конфигурации рассеивающего объекта, направления зондирования и поляризации зондирующего сигнала.

Можно продемонстрировать выполнение этой количественной закономерности на большом числе конкретных примеров, как в приближении физической оптики, так и на основе более точных аппроксимаций поверхностного тока (в частности, на основе метода краевых волн [7, 8]).

Например, в приближении физической оптики ЭПР плоской фигуры S (произвольной формы) при зондировании в направлении нормали

$$\sigma_S^{III} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \iint_S dS \right|^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2} S^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2} \gamma^2 d_1^2 d_2^2,$$

где d_1 , d_2 – размеры какого-либо прямоугольника, касательным образом охватывающего S , а параметр γ есть отношение S к $d_1 d_2$, так что $0 < \gamma \leq 1$. С другой стороны, двумерные ЭПР касательных к S полос ("лент") с поперечными размерами d_1 , d_2

$$\sigma_1^{II} = \frac{2\pi}{\lambda} d_1, \quad \sigma_2^{II} = \frac{2\pi}{\lambda} d_2,$$

и поэтому

² Речь идет о погонных ЭПР двух цилиндрических поверхностей, образующие которых взаимно перпендикулярны, а направляющие линии определены геометрией исходного объекта.

$$\sigma_S^{III} = \frac{\gamma^2}{\pi} \sigma_1^{II} \sigma_2^{II}. \quad (1.148)$$

В частном случае кругового или эллиптического диска безразмерный коэффициент $\gamma^2/\pi = \pi/16$.

В заключение необходимо подчеркнуть, что сформулированное выше количественное соотношение, связывающее ЭПР реальных трехмерных объектов со значениями ЭПР двумерных моделей, строго установлено лишь по отношению к некоторым типам зондируемых объектов и при точно оговоренных, предположениях о направлениях зондирования и методике аппроксимации плотности поверхностного тока. В других же задачах, выходящих за пределы строго проведенных здесь рассмотрений, указанное соотношение можно рассматривать как эвристический подход к получению ориентировочных оценок величины ЭПР.