Глава 2

Методы расчета характеристик рассеяния объектов сложной формы

Получение радиолокационной информации о радиолокационных объектах посредством проведения натурных и физических экспериментов связано со значительными материальными, организационными и временными затратами. Поэтому в качестве наиболее доступного способа получения информации о характеристиках рассеяния можно рассматривать метод математического моделирования. Классические асимптотические методы высокочастотной дифракции не позволяют без должных обобщений и усовершенствований рассчитывать характеристики рассеяния с учетом таких факторов, как сложность поверхности объекта, наличие различных радиопоглощающих материалов на поверхности объекта, в том числе, на изломах поверхности, наличие подстилающей поверхности, возможность разнесенного приема. В связи с этим получение характеристик рассеяния реальных воздушных и наземных объектов требует развития теории электромагнитного рассеяния и создания обобщенных методов расчета радиолокационных характеристик для объектов сложной формы с неидеально отражающей поверхностью.

В главе излагается разработанный авторами метод расчета характеристик рассеяния воздушных объектов сложной формы с неидеально отражающей поверхностью [32, 33]. Метод основан на раздельном оценивании вкладов гладкой и кромочной частей

поверхности объекта в общее рассеянное поле. При этом полное поле на гладких участках поверхности объекта вычисляется с помощью метода Кирхгофа либо его обобщения на случай наличия радиопоглощающих покрытий. Поле, рассеянное кромочными участками поверхности, рассчитывается с использованием решения модельной задачи о дифракции наклонно падающей плоской монохроматической волны на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре. Предлагаемый метод позволяет рассчитывать ЭПР воздушного идеально проводящего объекта, полностью либо частично покрытого РПМ (рис.2.1). При этом объект может иметь нерегулярности поверхности в виде изломов, также снабженных РПП. ЭПР может быть получена как при совмещенном, так и при разнесенным приеме.

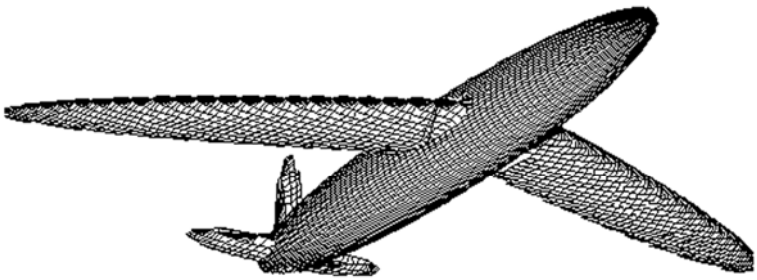


Рис.2.1. Модель воздушного объекта

Необходимо также отметить, что предлагаемый метод позволяет рассчитывать ЭПР объекта, полностью выполненного из диэлектрических либо композитных материалов.

Для наземных объектов (рис. 2.2) предлагается метод расчета, позволяющий учитывать наличие подстилающей поверхности с заданными электромагнитными характеристиками [34 – 38]. Из-за наличия границы раздела "воздух-земля" на поверхности объекта возникают две взаимно-пересекающиеся освещенные

области, первая из которых вызвана прямой волной падающей из точки облучения, а вторая – волной, отраженной от земной поверхности.

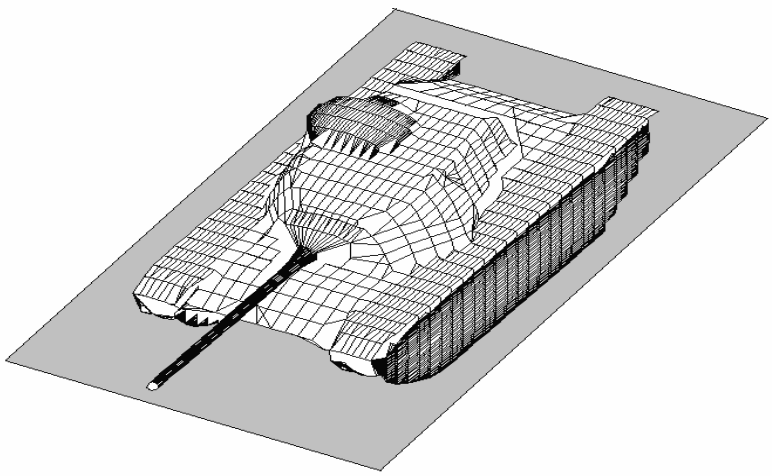


Рис. 2.2. Модель наземного объекта

Полученные интегральные представления позволяют указать на четыре главных пути распространения электромагнитных волн в описываемой системе: "передатчик-объект-приемник", "передатчик-объект-земля-приемник", "передатчик-земля-объект-приемник", "передатчик-земля-объект-земля-приемник". Для наземных объектов метод также позволяет рассчитывать характеристики рассеяния при наличии радиопоглощающих покрытий на поверхности объекта.

2.1. Моделирование геометрии поверхности объектов сложной формы

Расчет характеристик рассеяния объекта сложной формы требует математического описания его поверхности [39]. Кроме того, необходимо иметь информацию об электромагнитных характеристиках материалов, из которых изготовлен объект.

В процессе разработки и совершенствования методов расчета характеристик рассеяния, а также по мере развития вычислительных средств использовались различные методы моделирования поверхности объекта. Однако и сейчас описание поверхности объекта сложной формы требует ручного труда в больших объемах.

Основными методами моделирования поверхности объектов в настоящее время являются [40 – 44]:

1. Метод тел вращения. Применим, например, для фюзеляжей самолетов или ракет, так как их форма часто может аппроксимироваться телом вращения.

2. Метод аналитического описания поверхности. Также может применяться для тел простой формы – например тел, поверхность которых описывается уравнениями второго порядка (шар, цилиндр, эллипсоид).

3. Метод простейших компонентов. Он применим к объектам больших электрических размеров, для которых выполняется неравенство $L >> \lambda$, где L – характерный размер объекта, λ – длина зондирующей волны. Объект разбивается на отдельные части, каждая из них представляется наиболее подходящим телом простой формы (диск, цилиндр, конус и т.д.), значения ЭПР которых хорошо известны. То есть поверхность исследуемого объекта может быть представлена совокупностью участков поверхностей тел простой формы. К недостаткам метода можно отнести высокую трудоемкость и недостаточную точность описания поверхности (в большей степени в местах стыка тел простой формы).

4. Проволочные модели. Метод, основанный на представлении поверхности в виде набора тонких проводников. Метод имеет широкое распространение при расчете характеристик рассеяния объектов в резонансной и рэлеевской областях.

5. Метод, основанный на аппроксимации поверхности объекта элементарными участками (например, треугольными или квадратными пластинами), так называемая фацетная модель.

Основными достоинствами метода являются: отсутствие ограничений на геометрию объекта; возможность детального учета фазовых соотношений при расчете радиолокационных характеристик. В настоящее время именно фацетный метод представления геометрии объекта находит наибольшее применение. К числу основных недостатков относят необходимость наличия оцифрованной поверхности исследуемого объекта, сложность и затратность алгоритмов определения освещенных и затененных участков поверхности объекта, большое количество фацет, необходимых для моделирования поверхности. Например, для модели идеально проводящего эллипсоида с размерами полуосей 1 м, 2 м, 3 м необходимое число фацет находится в диапазоне 60000-80000 для получения рассеянного поля с помощью Кирхгофовского интеграла (по заданному распределению тока на поверхности) с точностью 2...4% при зондировании в сантиметровом диапазоне волн. В моделях реальных летательных аппаратов количество фацет доходит до нескольких сотен тысяч. И такой расчет требует больших затрат машинного времени.

В настоящей главе предлагается метод моделирования, учитывающий наличие изломов поверхности объекта. Изначально рассеивающие поверхности и элементы объекта разбиваются на несколько групп: гладкая часть поверхности, кромочные локальные участки рассеяния, антенная система переднего обзора под носовым диэлектрическим обтекателем (при ее наличии на исследуемом объекте). Рассмотрим моделирование указанных рассеивающих частей поверхности объектов.

Гладкая часть поверхности аппроксимируется участками трехосных эллипсоидов. Количество используемых эллипсоидов для каждого исследуемого объекта выбирается индивидуально, в зависимости от сложности поверхности объекта, требуемой степени детализации, которая определяется длиной волны зондирующего сигнала при математическом моделировании характеристик вторичного излучения объекта.

Каждый эллипсоид задается следующими параметрами (рис. 2.3):

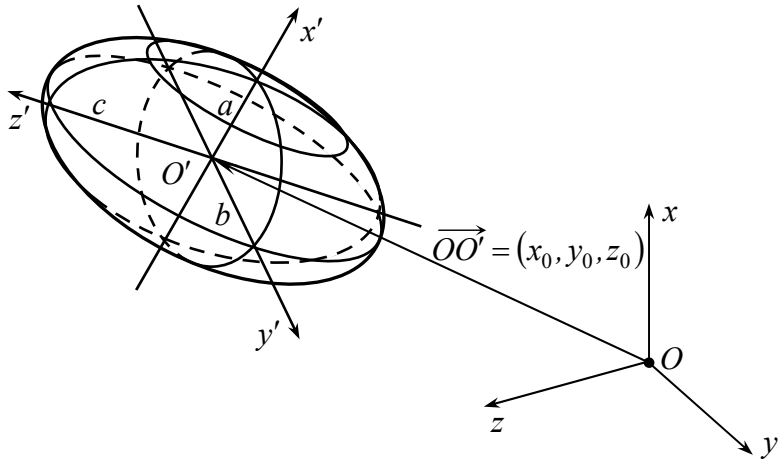


Рис. 2.3. Геометрические параметры эллипсоида

1. размеры полуосей эллипсоида a,b,c;

2. углы поворота системы координат эллипсоида $O'x'y'z'$ относительно системы координат $Oxyz$, связанной с объектом, $\alpha_X, \alpha_Y, \alpha_Z$;

3. координаты центра эллипсоида O' в системе координат $Oxyz$ x_0, y_0, z_0;

4. электромагнитные параметры покрытия элемента поверхности объекта, а именно: толщина покрытия δ, относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости радиопоглощающего покрытия ε', μ'. Если участок поверхности объекта является идеально проводящим, то толщина покрытия принимается равной нулю. В случае, если элемент объекта полностью выполнен из композитного материала, параметром эллипсоида, указывающим на данное обстоятельство, является отрицательное значение δ;

5. участок эллипсоида, используемый при моделировании поверхности объекта, выделяется с помощью отсекающих

плоскостей. Каждая отсекающая плоскость задается координатами x_n, y_n, z_n вектора, нормального к ее поверхности, а также параметром η (рис.2.4). Значение η определяет выбор части эллипсоида при проведении отсекающей плоскости. Отсекающая плоскость делит пространство на две части. Если $\eta = 1$, то выбирается то полупространство, которому принадлежит начало координат. Если необходимо выбрать другое полупространство, то $\eta = -1$. Вместе с полупространством выбирается необходимая часть эллипсоида. Пересечение выбранных полупространств ограничивает область, в которой находится участок эллипсоида, используемый при моделировании гладкой части поверхности исследуемого объекта. Количество отсекающих плоскостей для каждого эллипсоида не ограничено.

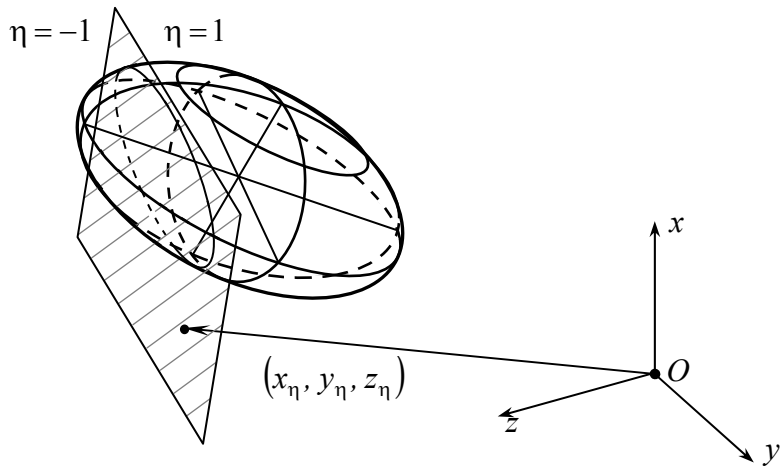


Рис. 2.4. К определению отсекающей плоскости

Использование в качестве аппроксимирующего элемента участка трехосного эллипсоида позволяет с высокой точностью моделировать широкий спектр поверхностей объекта.

Кромочные локальные участки исследуемых объектов моделируются с помощью описания линии излома поверхности. Предполагается, что линия излома поверхности – участок плоской

кривой. При этом ребро криволинейного излома аппроксимируется участком эллипса, а ребро прямолинейного излома – отрезком прямой.

Каждый прямолинейный излом поверхности задается следующими параметрами (рис. 2.5):

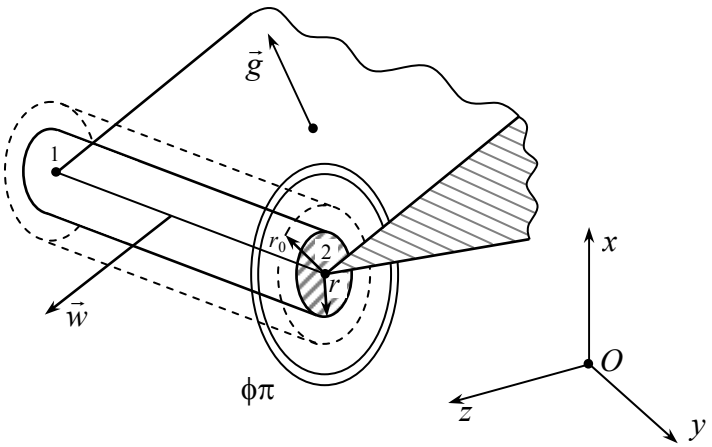


Рис. 2.5. Моделирование прямолинейного излома

1. координаты первого конца излома x_1, y_1, z_1 в системе координат $Oxyz$, связанной с объектом;

2. координаты второго конца излома x_2, y_2, z_2;

3. координаты единичного вектора $\vec{g}$, ортогонального к одной из граней излома;

4. угол $\phi\pi$ – внешний угол раствора клина, подстроенного касательным образом к излому;

5. единичный вектор $\vec{w}$, ортогональный вектору $\vec{g}$ и ребру излома, и направленного в свободное пространство в сторону от излома;

6. параметры покрытия ребра излома, а именно, радиус тороидального покрытия r, относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости материала радиопоглощающего покрытия ε', μ';

7. радиус поверхности интегрирования r_0, охватывающей ребро излома. Величина r_0 определяются так, чтобы выполнялось условие $r \le r_0 < \lambda$ (λ – длина падающей монохроматической волны).

Каждый криволинейный излом поверхности задается следующими параметрами (рис. 2.6.):

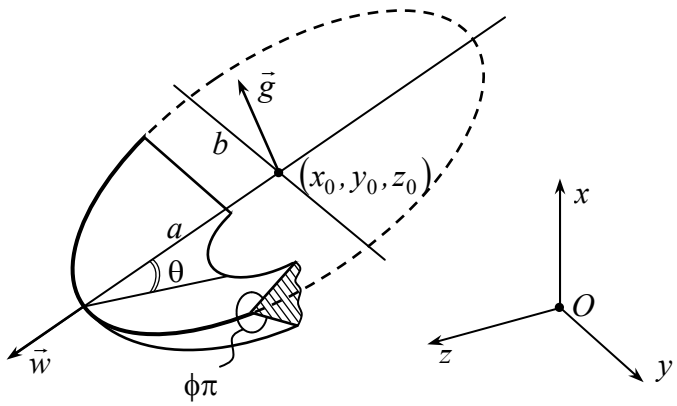


Рис. 2.6. Моделирование криволинейного излома

1. координаты центра эллипса, описывающего линию излома кромки, x_0, y_0, z_0 в системе координат $Oxyz$, связанной с объектом;

2. координаты единичного вектора $\vec{g}$, ортогонального к плоскости кромки;

3. полуоси аппроксимирующего эллипса a, b;

4. единичный вектор $\vec{w}$, ортогональный к линии кромки и параллельный одной из полуосей эллипса (рис. 2.6);

5. угол θ между плоскостью кромки (эллипса) и внутренней гранью излома в плоскости, проходящей через векторы $\vec{g}$ и $\vec{w}$;

6. угол $\phi\pi$ – внешний угол раствора клина, подстроенного касательным образом к кромке;

7. радиус тороидального покрытия r, относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости радиопоглощающего покрытия ε', μ', а также радиус поверхности интегрирования r_0, охватывающей ребро излома, определяемый аналогично случаю с прямолинейным изломом (рис. 2.5);

8. участок эллипса, используемый при моделировании криволинейного излома поверхности объекта, выделяется с помощью отсекающих плоскостей аналогично использованию отсекающих плоскостей при моделировании гладкой части поверхности объекта (рис. 2.4). Количество отсекающих плоскостей ограничено, однако обычно для выделения необходимого участка эллипса необходимы 1–2 плоскости.

Необходимо отметить, что наиболее важными параметрами кромочных участков являются угловые параметры и вектор $\vec{g}$, которые определяют ориентацию кромки по отношению к направлению прихода падающей волны. Исследование характера полей, рассеянных изломами поверхности проведено в [7]. В [28, 45] получены зависимости уровня поля, рассеянного изломом поверхности, от ракурса облучения, внешнего угла клина, радиуса и проницаемостей торообразного покрытия кромки излома.

Антенная система переднего обзора с носовым диэлектрическим обтекателем задается следующими параметрами (рис. 2.7):

1. координаты центра основания конуса обтекателя x_0, y_0, z_0 в системе координат $Oxyz$, связанной с объектом;

2. вектор $\vec{s}$, определяющий положение оси обтекателя в системе координат $Oxyz$, связанной с объектом;

3. угол полураскрыва конуса обтекателя θ;

4. высота конуса обтекателя h и расстояние от вершины конуса до вершины зеркала антенны d;

5. толщина стенки обтекателя δ и относительная диэлектрическая проницаемость материала обтекателя ε';

6. радиус апертуры зеркала антенны r и фокальный параметр p антенны, имеющей вид конечного (вдоль оси) параболоида вращения;

7. единичный вектор $\vec{g}$, направленный вдоль оси антенны и определяющий ориентацию антенны.

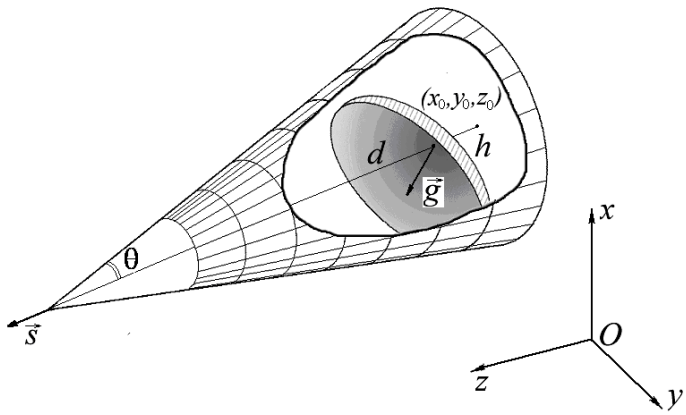


Рис. 2.7. Модель антенной системы с коническим диэлектрическим обтекателем

Описанное моделирование рассеивающих элементов поверхности объекта проводится вручную, так как автоматизация этого процесса осложнена многообразием и сложностью конфигураций объектов.

При получении характеристик рассеяния гладкая часть поверхности разбивается на треугольные фацеты для использования предложенного в главе метода расчета. Для определения "освещенной" части поверхности объекта использован модифицированный метод определения "освещенности", основанный на методе трассировки лучей [46]. При этом определение "освещенности" j-го фацета проводится в два этапа.

1. Проводится проверка попадания j-го фацета на ту часть l-го эллипсоида, которая используется при аппроксимации поверхности объекта исследования, то есть определяется находится ли данная точка на ″рабочей″ части эллипсоида. Также проверяет-

ся, находится ли j-й фацет на "освещенной" части l-го эллипсоида при условии, что другие эллипсоиды отсутствуют.

2. Проводится проверка на затенение j-го фацета любыми другими фрагментами объекта. Через центр j-го фацета проводится прямая M с направляющим ортом $\vec{R}^0$, соединяющая фацет с точкой облучения (приема). Каждый из эллипсоидов, использованных при аппроксимации поверхности объекта, проверяется на пересечение с указанной прямой (рис. 2.8). В отличие от метода трассировки лучей [46], проверка на видимость j-го фацета проводится не с каждым фацетом на поверхности k-го "затеняющего" эллипсоида, а со всем k-м эллипсоидом. Для этого с помощью линейного преобразования k-й эллипсоид переводится в шар единичного радиуса с центром в начале координат. Если расстояние между прямой M в новом преобразованном пространстве и центром преобразованной системы координат меньше единицы, то k-й эллипсоид может затенять j-й фацет. В этом случае вычисляются координаты точек пересечения прямой M с k-м эллипсоидом. При этом полученные точки проверяются на попадание в "рабочую" часть k-го эллипсоида. Если точки пересечения находятся на "рабочей" части проверяемого эллипсоида, то принимается решение, что j-й фацет затенен и далее не учитывается при расчетах рассеянного поля. Данные действия производятся для всех эллипсоидов, с помощью которых аппроксимируется поверхность объекта. Такой подход к определению видимости участков поверхности объекта позволяет существенно сократить машинные затраты при нахождении "освещенной" части поверхности объекта по сравнению с классическим методом трассировки лучей.

Аналогичным образом проводится проверка на "освещенность" кромочных локальных участков рассеяния. При этом в качестве затеняющих элементов также рассматриваются гладкие участки поверхности объекта.

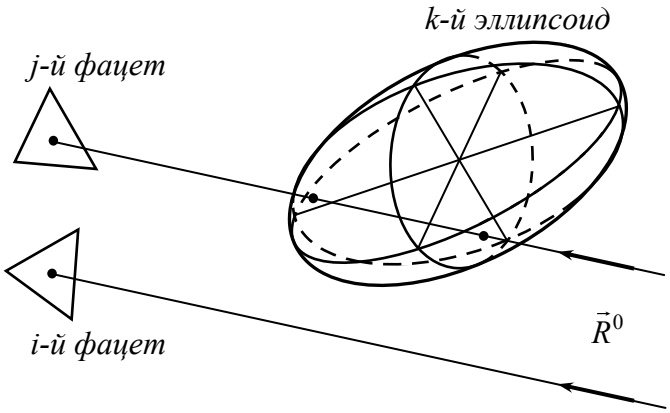


Рис. 2.8. Проверка фацет на затенение другими фрагментами поверхности объекта

При составлении математической модели изломов поверхности важно учитывать предполагаемый диапазон длины волны зондирующего сигнала. Так, для длины зондирующей волны 3см кромка, геометрические размеры которой 0,01…0,03 м и менее, будет давать достаточно малый вклад в суммарное вторичное излучение (для танка Т-90 менее 0,1% от величины суммарного вторичного излучения). Однако, именно такие кромочные участки, геометрические размеры которых соизмеримы с длиной волны зондирующего сигнала в миллиметровом и сантиметровом диапазоне, преобладают в конструкции наземных объектов (крепления, болты, технологические люки и т.д.). Учет этих элементов в модели поверхности значительно замедляет процесс вычисления, однако существенно не увеличивает точность расчета величины рассеянного поля. Поэтому изломы поверхности и внешние элементы объекта малых геометрических размеров не учитывались при моделировании поверхности исследуемых объектов. Если же при разработке образцов вооружения и военной техники, необходимо вычислять их характеристики рассеяния с максимальной точностью, то необходимо учитывать все элементы поверхности, вносящие в общее рассеянное поле вклад, сравнимый с требуемой точностью конечных результатов.

Ошибки моделирования поверхности объектов могут вызывать существенное искажение расчетных значений вторичного излучения, проявляющиеся как в смещении максимумов диаграммы вторичного излучения, так и в изменениях амплитуд рассеянного поля. В связи с этим, проведение моделирования поверхности радиолокационного объекта требует особой тщательности.

Для проверки работоспособности используемого метода моделирования поверхности объектов сложной формы было проведено моделирование поверхностей некоторых образцов вооружения и военной техники. На рис. 2.9 приведена модель поверхности самолета МиГ-29, состоящая из 25 фрагментов поверхностей трехосных эллипсоидов, 42 кромочных участков и антенной системы под носовым диэлектрическим обтекателем. На рис. 2.10 приведена модель поверхности танка Т-90, состоящая из 96 фрагментов поверхностей трехосных эллипсоидов и 54 кромочных участков.

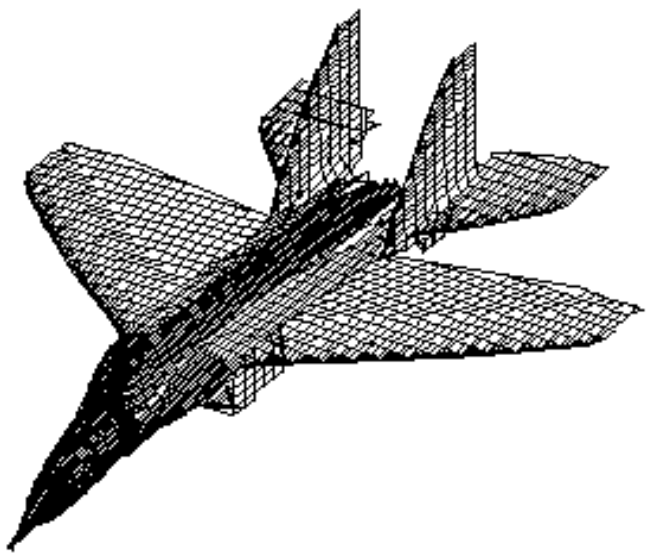


Рис. 2.9. Модель поверхности самолета МиГ-29

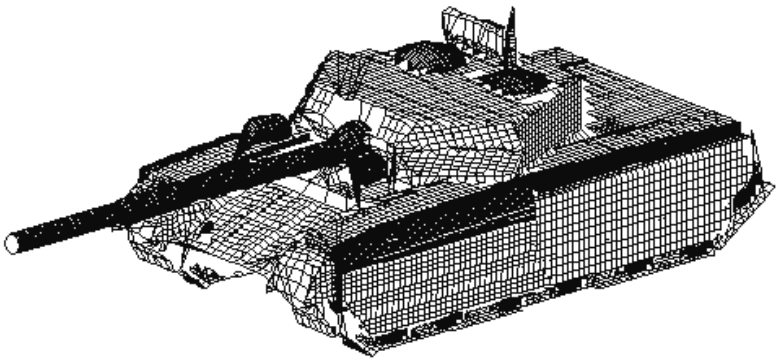


Рис. 2.10. Модель поверхности танка Т-90

Описанный в разделе метод позволяет моделировать поверхность различных радиолокационных объектов. Точность описания поверхности объекта может быть повышена за счет увеличения количества используемых при моделировании эллипсоидов и кромок. Предложенный метод сочетает преимущества метода простейших компонент при определении "освещенной" части поверхности объекта и метода фацет при описании поверхности и дальнейшем расчете характеристик рассеяния.

2.2. Метод расчета характеристик рассеяния воздушных объектов сложной формы с неидеально отражающей поверхностью

Предлагаемый метод расчета позволяет рассчитывать характеристики рассеяния уединенного объекта с неидеально отражающей поверхностью. Поверхность объекта может либо быть гладкой, либо иметь изломы в виде острых кромок, снабженных РПМ. В частности, поверхность такого вида (совокупность гладких и кромочных областей с использованием РПП) имеют объекты, выполненные по технологии "Stealth" [47]. Таким образом, у воздушных объектов с неидеально отражающими поверхностями рассеивающими областями являются именно гладкие и кромочные участки поверхности (рис. 2.11).

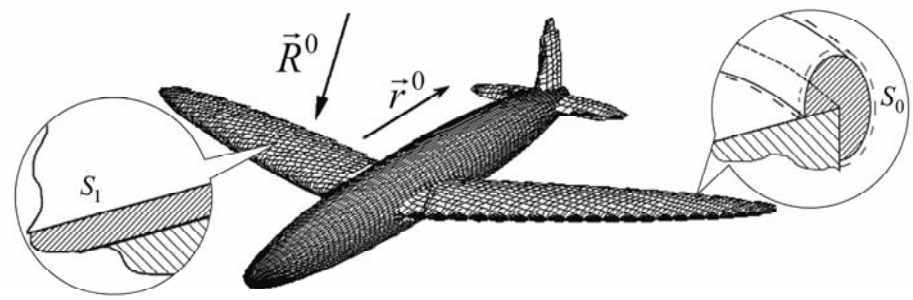


Рис. 2.11. Модель объекта в свободном пространстве

Хорошо известно [48], что, вычислив значения тангенциальных составляющих полного поля на любой замкнутой поверхности, охватывающей рассеиватель, можно с помощью квадратур получить значение рассеянного поля в любой точке вне охватывающей поверхности. Метод расчета характеристик рассеяния объектов с изломами поверхности основан на предварительном разбиении поверхности, охватывающей объект, на некоторые окрестности изломов (поперечные размеры которых лежат в резонансной области) и гладкую часть поверхности объекта (вне этих окрестностей). Для расчета рассеянного поля используются интегральные представления типа Кирхгофа. Таким образом, поверхность интегрирования, охватывающая рассеиватель, в этих интегральных представлениях выбирается совпадающей с поверхностью объекта везде за исключением некоторой окрестности изломов.

Рассмотрим плоскую электромагнитную монохроматическую волну единичной амплитуды с ортом поляризации $\vec{p}^0$ и направлением распространения, характеризуемым ортом $\vec{R}^0$,

$$\vec{E}^0(\vec{x}) = \vec{p}^0\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right),$$
$$\vec{H}^0(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{R}^0 \times \vec{p}^0\right) exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right), \qquad (2.1)$$

которая падает на поверхность объекта, расположенного в свобод-

ном пространстве (рис. 2.11). Здесь k_0 – волновое число в свободном пространстве ($k_0 = 2\pi/\lambda$, λ – длина падающей монохроматической волны), ε_0, μ_0 – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, $\vec{x}$ – радиус-вектор текущей точки. Поле, рассеянное объектом в направлении $\vec{r}^0$ (проекция на направление $\vec{p}$), с помощью леммы Лоренца может быть представлено в виде [28]

$$\vec{p}\cdot\vec{E}_S = -jk_0\frac{exp\left(jk_0R\right)}{4\pi R}\cdot$$

$$\cdot\int_S\left(\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left(\vec{p}\cdot\vec{H}^{\perp}\right)+\left(\vec{p}\times\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{E}^{\perp}\right)exp\left(-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right)dS\,, \qquad (2.2)$$

где R – расстояние от объекта до точки наблюдения, $\vec{E}^{\perp}=\vec{n}\times\vec{E}$, $\vec{H}^{\perp}=\vec{n}\times\vec{H}$, $\left(\vec{E},\vec{H}\right)$ – полное поле, $\vec{n}$ – орт внешней нормали к поверхности интегрирования S, охватывающей рассматриваемый объект. Выберем S так, чтобы она совпадала с поверхностью объекта везде за исключением окрестностей изломов, где она проходит по тороидальной поверхности кругового сечения, "натянутого" на излом (рис. 2.11). При этом указанный тор охватывает кромку и радиопоглощающее покрытие, которое расположено на ребре. Радиус сечения тора выбирается из условия, чтобы поле в точках пересечении тора с гранями кромки уже практически не содержало вкладов, вызванных рассеянием от кромки, и могло рассчитываться в приближении физической оптики, как для гладких участков поверхности. В этом случае поверхность S можно представить в виде суммы $S=S_1+S_0$, где S_1 совпадает с гладкими (вообще говоря, неидеально проводящими участками поверхности), а S_0 – совокупность тороидальных окрестностей кромок. Таким образом, интеграл в (2.2) представляет собой сумму интегралов по поверхностям S_1 и S_0.

2.2.1. Рассеяние на гладких участках поверхности объекта

Поле, рассеянное гладкой поверхностью, можно получить с помощью квадратур, зная значение тангенциальных составляющих полного поля $\left(\vec{E}^T, \vec{H}^T\right)$ на поверхности объекта [48]. Учитывая, что в радиолокационном случае обычно характерные размеры гладких участков объектов много больше длины волны облучения (высокочастотный диапазон), естественно находить значения $\vec{E}^T$, $\vec{H}^T$ приближенно. Так для гладких идеально проводящих участков поверхности, покрытых слоем РПМ, $\vec{E}^T$, $\vec{H}^T$ полагаются равными соответствующим их значениям на поверхности подстроенного в рассматриваемой точке плоского слоя (из того же материала) на идеально проводящей подложке. Поле, рассеянное гладкой частью поверхности объекта S_1 в направлении $\vec{r}^0$, может быть представлено в виде части выражения (2.2)

$$\vec{p}\cdot\vec{E}_{S_1} = -jk_0\frac{exp\left(jk_0R\right)}{4\pi R}\cdot$$

$$\cdot\int_{S_1}\left(\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left(\vec{p}\cdot\vec{H}^{\perp}\right)+\left(\vec{p}\times\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{E}^{\perp}\right)exp\left(-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right)dS. \qquad (2.3)$$

В локационном случае, обычно, гладкие участки поверхности объекта имеют большие электрические размеры и малые кривизны. В приближении физической оптики [28] повернутые на 90 градусов в касательной плоскости тангенциальные составляющие поля $\vec{E}^{\perp}(\vec{x})$, $\vec{H}^{\perp}(\vec{x})$ в (2.2) могут быть заменены соответствующими значениями $\tilde{\vec{E}}^{\perp}(\vec{x})$, $\tilde{\vec{H}}^{\perp}(\vec{x})$ на плоскости, касательной к поверхности S_1 в точке $\vec{x}$. При этом для идеально проводящих участков поверхности объекта, покрытых слоем радиопоглощающего материала, подстраиваемая плоскость представляет собой поверхность плоскопараллельного слоя РПМ, расположенного на

идеально проводящей подложке. В точках $\vec{x}$ поверхности, ограничивающей части объекта, полностью выполненные из композиционного материала, подстраиваются полупространства с электродинамическими характеристиками данного материала. Это оправдано тем обстоятельством, что волна, прошедшая в достаточно протяженную область, заполненную композитом, практически полностью затухает. Так, например, передняя кромка фюзеляжа самолета В2 состоит из многослойного РПМ толщиной более 200 мм, покрывающего металлическую сотовую конструкцию, ячейки которой заполнены радиопоглощающим материалом с плотностью, повышающейся в направлении от переднего края ячейки к заднему [49]. В результате электромагнитные волны частично поглощаются многослойным покрытием, а затем наполнителем в ячейках сот и ослабляется при многократном отражении от ее внутренних стенок. Крылья самолета полностью выполнены из композиционных материалов. Таким образом, для получения значения поля, рассеянного гладкой частью поверхности объекта, в приближении физической оптики необходимо решить две модельных задачи: о рассеянии плоской монохроматической волны (2.1) идеально проводящей плоскостью, покрытой слоем РПМ (рис. 2.12 а), и о рассеянии той же плоской волны на полупространстве из композиционного материала (рис. 2.12 б).

Обычно решение данных задач [50] сводится к нахождению отраженного поля для двух взаимно ортогональных поляризаций падающей волны, связанных с вектором $\vec{R}^0$ и ортом оси Ox_2. Из-за этого возникают сложности с получением решений, равномерно пригодных для любых углов падения и поляризаций зондирующей волны. Так, при углах падения, близких к нормальным, разложение падающего поля на две ортогональные составляющие приводит к появлению неопределенностей. Однако именно отражение от участков поверхности объекта, для которых ракурсы облучения близки к нормальным, вносит наибольший вклад в общее рассеянное объектом поле. В связи с этим необходимо иметь решение,

равномерно пригодное для широкого диапазона углов облучения, в том числе, и для ракурсов облучения, близких к нормальным.

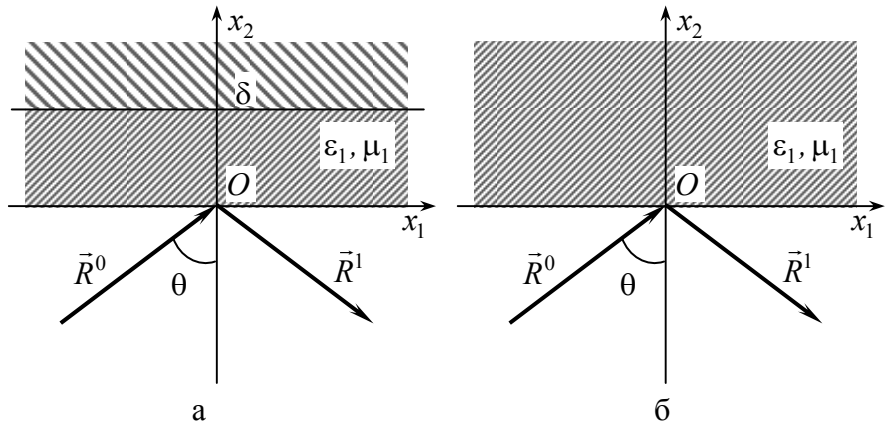


Рис. 2.12. Рассеяние на неидеально отражающей поверхности

Рассмотрим решение модельной задачи о рассеянии плоской монохроматической волны на плоскопараллельном поглощающем слое, расположенном на идеально проводящей подложке (рис.2.12 а). Решение будем искать в виде [32]

$$\begin{pmatrix} \tilde{\vec{E}}(\vec{x}) \\ \tilde{\vec{H}}(\vec{x}) \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} \vec{p}^0 \\ \left(\vec{R}^0 \times \vec{p}^0\right)\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \end{pmatrix} exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right) + \\ + \begin{pmatrix} \vec{p}^1 \\ \left(\vec{R}^1 \times \vec{p}^1\right)\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \end{pmatrix} exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{x}\right)\right), \quad x_2 < 0, \\ \begin{pmatrix} \vec{\mathscr{E}}(x_2) \\ \vec{\mathscr{H}}(x_2) \end{pmatrix} exp\left(jk_0\left(\vec{R}^{0T} \cdot \vec{x}\right)\right), \qquad 0 < x_2 < \delta, \end{cases} \tag{2.4}$$

где $\vec{R}^1 = \vec{R}^0 - 2\vec{n}\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}\right),\ \vec{R}^{0T} = \vec{R}^0 - \vec{n}\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}\right).$

Поскольку для данной задачи важным является нахождение

именно отраженного поля, решение сводится к определению комплексного вектора $\vec{p}^1$.

Подставив выражение для полного поля внутри слоя в волновое уравнение Гельмгольца, получим обыкновенные дифференциальные уравнения для тангенциальных составляющих векторов $\vec{\mathscr{E}}(x_2)$ и $\vec{\mathscr{H}}(x_2)$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\vec{\mathscr{E}}^T}{d\,x_2^2} + k_1^2\,cos^2\theta_1\,\vec{\mathscr{E}}^T = 0, \\ \frac{d^2\vec{\mathscr{H}}^T}{d\,x_2^2} + k_1^2\,cos^2\theta_1\,\vec{\mathscr{H}}^T = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (2.5)$$

Где $cos^2\theta_1 = 1 - \dfrac{sin^2\theta}{\varepsilon_1'\mu_1'}$; $k_1 = k_0\sqrt{\varepsilon_1'\mu_1'}$; ε_1', μ_1' – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемости материала поглотителя; θ – угол падения волны на слой.

Запишем граничные условия для тангенциальных составляющих поля $\left(\vec{\mathscr{E}}(x_2), \vec{\mathscr{H}}(x_2)\right)$ на идеально отражающей поверхности ($x_2 = \delta$):

$$\vec{\mathscr{E}}^T(\delta) = 0, \qquad \frac{d\,\vec{\mathscr{H}}^T(\delta)}{d\,x_2} = 0. \qquad (2.6)$$

Используя граничные условия (2.6), из выражения (2.5) можно получить

$$\left.\begin{aligned} \vec{\mathscr{E}}^T(x_2) = \vec{U}^T\,sin\left(k_1\,cos\,\theta_1\,(\delta - x_2)\right), \\ \vec{\mathscr{H}}^T(x_2) = \vec{V}^T\,cos\left(k_1\,cos\,\theta_1\,(\delta - x_2)\right), \end{aligned}\right\} \qquad (2.7)$$

где векторы $\vec{U}^T$, $\vec{V}^T$ подлежат нахождению. Из уравнений Максвелла вытекает, что между $\vec{U}^T$ и $\vec{V}^{\perp}$ существует линейная связь:

$$\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\, j\cos\theta_1 \vec{V}^{\perp} = \vec{U}^{T} - \frac{\vec{R}^{0\perp}\left(\vec{R}^{0\perp}\cdot\vec{U}^{T}\right)}{\varepsilon_1'\mu_1'}, \tag{2.8}$$

где $\vec{R}^{0\perp} = \left(\vec{n}\times\vec{R}^{0}\right)$.

Запишем граничные условия для поверхности поглощающего слоя ($x_2 = 0$):

$$\left.\begin{aligned} &\vec{p}^{0T} + \vec{p}^{1T} = \vec{U}^{T}\, sin\left(k_1 \cos\theta_1 \delta\right), \\ &\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\vec{n}\times\left[\left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}^{0}\right)+\left(\vec{R}^{1}\times\vec{p}^{1}\right)\right] = \vec{V}^{\perp}\cos\left(k_1\cos\theta_1\delta\right). \end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

Тогда из выражения (2.8) и граничных условий (2.9) получим уравнение относительно вектора $\vec{p}^{1T}$

$$\begin{aligned} &jc\left[\left(\vec{p}^{1T}-\vec{p}^{0T}\right)\cos\theta + \frac{1}{\cos\theta}\vec{R}^{0T}\cdot\left(\left(\vec{p}^{1T}-\vec{p}^{0T}\right)\cdot\vec{R}^{0T}\right)\right] = \\ &= \left(\vec{p}^{1T}+\vec{p}^{0T}\right) - \frac{1}{\varepsilon_1'\mu_1'}\vec{R}^{0\perp}\cdot\left(\left(\vec{p}^{1T}+\vec{p}^{0T}\right)\cdot\vec{R}^{0\perp}\right), \end{aligned} \tag{2.10}$$

где $c = \sqrt{\frac{\mu_1'}{\varepsilon_1'}}\cos\theta_1\, tg\left(k_1\,\delta\cos\theta_1\right)$.

Решив уравнение (2.10), найдем окончательно:

$$\vec{p}^{1T} = \frac{jc\cos\theta+1}{jc\cos\theta-1}\vec{p}^{0T} -$$

$$-\frac{2jc}{jc\cos\theta-1}\left[\vec{R}^{0T}\frac{\left(\vec{R}^{0T}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{jc-\cos\theta} + \vec{R}^{0\perp}\frac{\left(\vec{R}^{0\perp}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{\varepsilon_1'\mu_1'\left(jc-\frac{\cos^2\theta_1}{\cos\theta}\right)}\right]. \tag{2.11}$$

Учитывая связь между тангенциальной и нормальной

составляющими вектора $\vec{p}$, получим:

$$\vec{p}^{1} = \vec{p}^{1T} - \vec{n}\frac{\left(\vec{p}^{1T}\cdot\vec{R}^{0}\right)}{cos\,\theta}. \qquad (2.12)$$

Отметим, что аналогичная процедура может быть проведена при решении модельной задачи о рассеянии плоской монохроматической волны на полупростанстве из композиционных материалов (рис.2.12 б). В этом случае при выводе расчетных соотношений толщина слоя из материала поглотителя $\delta \to \infty$. При этом все соотношения останутся прежними за исключением выражения (2.11) для $\vec{p}^{1T}$, которое примет следующий вид:

$$\vec{p}^{1T} = \frac{c\,cos\,\theta - 1}{c\,cos\,\theta + 1}\vec{p}^{0T} +$$

$$+\frac{2c}{c\,cos\,\theta+1}\left[\vec{R}^{0T}\frac{\left(\vec{R}^{0T}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{c+cos\,\theta} + \vec{R}^{0\perp}\frac{\left(\vec{R}^{0\perp}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{\varepsilon_1'\mu_1'\left(c+\dfrac{cos^2\theta_1}{cos\,\theta}\right)}\right]. \qquad (2.13)$$

где $c = \sqrt{\dfrac{\mu_1'}{\varepsilon_1'}}\,cos\,\theta_1$.

Выражения (2.11) – (2.13) уже пригодны для расчета рассеянного поля с помощью (2.4) при любой поляризации падающей волны и любых направлений облучения (кроме близких к касательным). В частности, для углов θ близких к нулю, выражение (2.10) для комплексного (в общем случае) векторного коэффициента отражения $\vec{p}^{1}$ не содержит неопределенности и при $\theta = 0$ формулы (2.11) – (2.13) переходят в хорошо известные формулы [50] для нормального падения. Вычисление векторов $\vec{\mathscr{E}}$ и $\vec{\mathscr{H}}$ не является необходимым условием для нахождения поля на поверхности радиопоглощающего слоя $(x_2 = 0)$, поэтому вычисление $\vec{\mathscr{E}}$

и $\vec{\mathcal{H}}$ приводиться не будет.

В приближении физической оптики поле на "неосвещенной" поверхности объекта тождественно равно нулю. Поэтому, заменив поверхность S_1 ее освещенной частью S_1' и подставив найденные выражения для $\tilde{\tilde{E}}(\vec{x})$, $\tilde{\tilde{H}}(\vec{x})$ в (2.3), получим приближенное выражение для рассеянного поля:

$$\vec{p}\cdot\vec{E}\left(R\,\vec{r}^{\,0}\right)\approx -jk_0\frac{exp\left(jk_0R\right)}{4\pi R}\int\limits_{S_1'} f(\vec{x})exp\left(ik_0\Omega(\vec{x})\right)dS\,, \qquad (2.14)$$

где $f(\vec{x})=\vec{h}(\vec{x})\cdot\vec{p}+\vec{e}(\vec{x})\cdot\left(\vec{p}\times\vec{r}^{\,0}\right)$, $\Omega(\vec{x})=\left(\vec{R}^0-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{x}$,

$\vec{h}(\vec{x})=\vec{n}\times\left[\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^{\,0}\right)+\left(\vec{R}^1\times\vec{p}^{\,1}\right)\right]$, $\vec{e}(\vec{x})=\vec{n}\times\left(\vec{p}^{\,0}+\vec{p}^{\,1}\right)$.

Вычисление интеграла, входящего в (2.14), требует применения специальных кубатурных формул, так как его подынтегральная функция является быстроосциллирующей. В [51] были получены кубатурные формулы для аналогичных интегралов, основанные на линейных аппроксимациях функций $f(\vec{x})$ и $\Omega(\vec{x})$.

2.2.2. Кубатурная формула для поверхностных интегралов от быстроосциллирующих функций

Зададим на поверхности S_1' систему точек $A_i(i=1,2,...,n)$, плотно расположенных на поверхности. При этом точки могут быть заданы нерегулярным образом, что является весьма полезным, а иногда, и необходимым условием при аппроксимации гладких участков поверхности реальных объектов. Известны также значения функций $f(\vec{x})$ и $\Omega(\vec{x})$ в этих точках. В этом случае можно произвести триангуляцию – покрыть область S_1' системой треугольников $(\Delta_1),...,(\Delta_m)$ с вершинами в точках $\{A_i\}$ с тем, чтобы приближенно представить интеграл M, входящий в (2.14) суммой интегралов по $\{\Delta_i\}$:

$$M = \int\limits_{S_1'} f(\vec{x}) exp\left(jk_0 \Omega(\vec{x})\right) dS \approx \sum_{i=1}^{m} \int\limits_{(\Delta_i)} f(\vec{x}) exp\left(jk_0 \Omega(\vec{x})\right) dS\,. \quad (2.15)$$

Приближенность представления (2.15) обусловлена двумя причинами: заменой S_1' плоскими треугольниками, если сама поверхность неплоская, и неточностью аппроксимации S_1' системой треугольников $\{\Delta_i\}$ вблизи края S_1', вызванного, например, наличием нерегулярностей поверхности объекта (рис. 2.13).

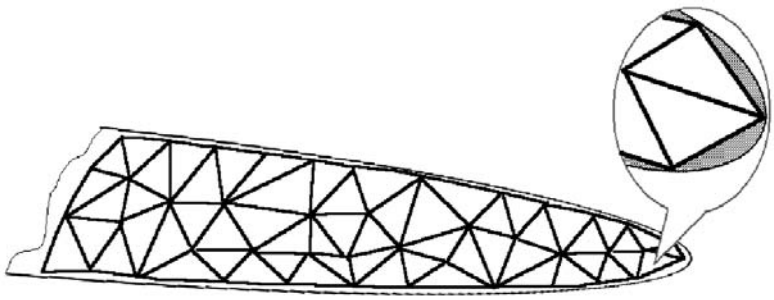


Рис. 2.13. К вопросу о точности аппроксимации гладкой поверхности с помощью треугольников

Рассмотрим интеграл M_Δ по плоскому треугольнику Δ с вершинами A_0, A_1, A_2, радиус-векторы которых $\vec{a}_0, \vec{a}_1, \vec{a}_2$. Опишем положение произвольной точки $\vec{x} \in \Delta$ посредством ее "барицентрических" координат:

$$\vec{x} = W_0 \vec{a}_0 + W_1 \vec{a}_1 + W_2 \vec{a}_2\,, \quad (2.16)$$

где W_0, W_1, W_2 – неотрицательные параметры, такие, что $W_0 + W_1 + W_2 = 1$. Тогда выражение (2.16) можно переписать в виде

$$\vec{x} = W_1(\vec{a}_1 - \vec{a}_0) + W_2(\vec{a}_2 - \vec{a}_0) + \vec{a}_0\,. \quad (2.17)$$

В рассматриваемом интеграле

$$M_{\Delta} = \int\limits_{(\Delta)} f(\vec{x}) exp\left(jk_0 \Omega(\vec{x})\right) dS \tag{2.18}$$

воспользуемся (2.17) и перейдем к барицентрическим координатам W_1, W_2:

$$M_{\Delta} = \left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial W_1} \times \frac{\partial \vec{x}}{\partial W_2} \right| \iint\limits_{\Sigma} f[W_1, W_2] exp\left(jk_0 \Omega[W_1, W_2]\right) dW_1 \, dW_2 , \tag{2.19}$$

где

$$f[W_1, W_2] = f\left(W_1(\vec{a}_1 - \vec{a}_0) + W_2(\vec{a}_2 - \vec{a}_0) + \vec{a}_0\right), \tag{2.20}$$

$$\Omega[W_1, W_2] = \Omega\left(W_1(\vec{a}_1 - \vec{a}_0) + W_2(\vec{a}_2 - \vec{a}_0) + \vec{a}_0\right), \tag{2.21}$$

Σ – единичный треугольник, представленный на рис. 2.14.

Множитель перед интегралом в (2.19) представляет собой удвоенную площадь треугольника Δ

$$\left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial W_1} \times \frac{\partial \vec{x}}{\partial W_2} \right| = 2S_{\Delta} . \tag{2.22}$$

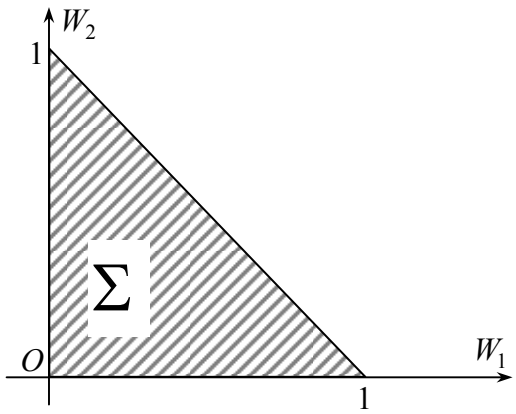


Рис. 2.14. Единичный треугольник в барицентрических координатах

Кубатурную формулу для интеграла M_Δ можно получить с помощью аппроксимации поверхностей $f[W_1,W_2]$, $\Omega[W_1,W_2]$ плоскостями, проходящими через три точки: $(1,0,f[1,0])$, $(0,1,f[0,1])$, $(0,0,f[0,0])$ и $(1,0,\Omega[1,0])$, $(0,1,\Omega[0,1])$, $(0,0,\Omega[0,0])$, соответственно. В этом случае (2.20) и (2.21) могут быть представлены в виде

$$f[W_1,W_2] \approx (f[1,0]-f[0,0])W_1 + (f[1,0]-f[0,0])W_2 + f[0,0], \quad (2.23)$$

$$k_0\Omega[W_1,W_2] \approx pW_1 + qW_2 + k_0\Omega[0,0], \quad (2.24)$$

где $p = k_0(\Omega[1,0]-\Omega[0,0])$, $q = k_0(\Omega[0,1]-\Omega[0,0])$.

В этом случае для интеграла M_Δ можно записать следующее выражение:

$$M_\Delta \approx 2S_\Delta \, exp\,(jk_0\Omega[0,0])((f[1,0]-f[0,0])I_{10} + \\ + (f[0,1]-f[0,0])I_{01} + f[0,0]I_{00}), \quad (2.25)$$

где величины I_{00}, I_{01}, I_{10}, могут быть вычислены с помощью следующих интегралов

$$I_{00} = \int_0^1 dW_1 \int_0^{1-W_1} exp\,(j(pW_1+qW_2))\,dW_2,$$

$$I_{10} = \int_0^1 W_1 dW_1 \int_0^{1-W_1} exp\,(j(pW_1+qW_2))\,dW_2,$$

$$I_{01} = \int_0^1 W_2 dW_2 \int_0^{1-W_2} exp\,(j(pW_1+qW_2))\,dW_1. \quad (2.26)$$

Вычислив интегралы, получим следующие окончательные выражения:

$$\left.\begin{aligned}
I_{00} &= \frac{1}{j(p-q)}\left(\frac{exp(jp)-1}{jp} - \frac{exp(jp)-1}{jq}\right), \\
I_{10} &= -\frac{1}{(p-q)^2}\left(\frac{exp(jp)-1}{jp} - \frac{exp(jp)-1}{jq} - \right. \\
&\qquad \left. - \frac{p-q}{jq^2}\left(jq\,exp(jp) - exp(jp) + 1\right)\right), \\
I_{01} &= -\frac{1}{(p-q)^2}\left(\frac{exp(jp)-1}{jq} - \frac{exp(jp)-1}{jp} - \right. \\
&\qquad \left. - \frac{q-p}{jp^2}\left(jp\,exp(jp) - exp(jp) + 1\right)\right),
\end{aligned}\right\} \qquad (2.27)$$

которые, совместно с соотношением (2.25) дают представление интеграла M_{Δ} с помощью кубатурных формул.

Используя, далее, представление (2.14), с помощью формул (2.15), (2.25), (2.27) можно рассчитать поле, рассеянное гладкой частью S_1 поверхности объекта. Для приблизительной оценки необходимой плотности разбиений можно воспользоваться приведенной в [52] оценкой.

В рассматриваемом высокочастотном диапазоне поле, рассеянное гладкой частью поверхности объекта, является быстроосциллирующей функцией частоты, что обусловлено сильно изменяющейся картиной зон Френеля на поверхности объекта даже при незначительном изменении частоты зондирующего сигнала. Поэтому для того, чтобы получить устойчивые значения амплитуды рассеянного поля (используемого при вычислении ЭПР), необходимо провести усреднение этой величины в некотором частотном диапазоне зондирования. Также, несмотря на определенные преимущества применяемой кубатурной формулы, с уменьшением длины волны облучения, как и следовало ожидать, возрастает необходимое количество разбиений поверхности интегрирования. Проблема состоит в том, что для объекта очень больших электри-

ческих размеров (каковым является, например, самолет) весьма сложно провести достаточно мелкое разбиение поверхности. В этом случае приходится удовлетворяться усредненными по полосе частот значениями рассеянного поля и ЭПР. Как показывают расчеты, проведенные для объектов простой формы (сфера, эллипсоид), зафиксировав количество разбиений поверхности, можно так подобрать ширину полосы частот (с заданным наперед средним значением), что значение, полученное усреднением ЭПР по этой полосе, достаточно близко к соответствующему среднему значению для реальной поверхности.

2.2.3. Асимптотический метод расчета вторичного излучения гладких участков поверхности объекта в бистатическом случае

Изложенная в п.п. 2.2.1, 2.2.2 методика численного расчета вторичного излучения гладких участков поверхности объекта основана на использовании специальных кубатурных формул для интегралов от быстроосциллирующих функций. Эта методика представляет собой разновидность "токового" метода.

В настоящем пункте рассмотрим альтернативную методику расчета, основанную на получении "лучевых" асимптотик соответствующих интегралов, в общем бистатическом случае.

Из формулы (2.3) (п.2.2.1) можно получить следующее выражение для рассеянного гладкой частью S_1 поля:

$$\vec{E}_{S_1} = -j k_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{exp(j k_0 R)}{4\pi R} \vec{I}(\vec{r}_0), \qquad (2.28)$$

где

$$\vec{I}(\vec{r}_0) = \int_{S_1} \left[\vec{H}^{\perp} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(\vec{E}^{\perp} \times \vec{r}^{\,0} \right) \right] exp\left(- j k_0 \left(\vec{r}^{\,0} \cdot \vec{x} \right) \right) dS . \qquad (2.28')$$

Таким образом, для оценки вклада "гладких" участков поверхности в суммарное рассеянное поле необходимо произвести вычисление интеграла $\vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)$. Так как все геометрические параметры (линейные размеры, радиусы кривизны) "гладких" участков поверхности велики по сравнению с длиной волны падающего поля, а ближайшие к кромкам граничные контуры этих участков расположены вне той окрестности, в которой заметную роль играет неравномерная составляющая плотности поверхностного тока, то допустимо рассчитывать вклад этих участков какими-либо асимптотическими методами коротковолновой дифракции.

В настоящем пункте будет рассмотрена поверхность рассеивателя, содержащая при разнесенном приеме эллиптические точки стационарной фазы как на идеально проводящих, так и на снабженных радиопоглощающим покрытием участках поверхности.

Рассмотрим вначале случай идеально проводящего гладкого выпуклого участка поверхности, содержащего эллиптическую точку стационарной фазы при разнесенном приеме и оценим его вклад в суммарное рассеянное поле. В случае идеально проводящей области S_1 соотношение (2.28') переходит в

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)=\int\limits_{S_1} exp\left(-j\,k_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right)\vec{v}\left(\vec{x},k_0\right)dS\,, \qquad (2.29)$$

где $\vec{v}\left(\vec{x},k_0\right)=\left[\vec{n}_s\times\vec{H}\right]$.

Ради простоты поместим начало координат в точку стационарной фазы на S_1 (точка $\vec{x}=0$). Итерационный метод для интегрального уравнения Фока в области S_1 позволяет представить $\vec{v}\left(\vec{x},k_0\right)$ асимптотической (при больших k_0) формулой

$$\vec{v}\,(\vec{x},k_0) \sim 2\left(\vec{v}^{\,0}(\vec{x},k_0)\right) + \int_{S_1}\left[\frac{\partial f\left(\vec{x},\vec{\xi}\right)}{\partial n_s}\vec{v}^{\,0}\left(\vec{\xi},k_0\right) - \right.$$

$$\left. - \vec{\nabla}_S f\left(\vec{x},\vec{\xi}\right)\left(\vec{n}_s \cdot \vec{v}^{\,0}\left(\vec{\xi},k_0\right)\right)\right] dS_\xi. \qquad (2.30)$$

Итерированием уравнения Фока могут быть получены последовательные члены лучевой асимптотики плотности поверхностного тока. Следуя в общем этой методике, мы приводим ниже вычисление двух членов асимптотики $\vec{v}\,(\vec{x},k_0)$, вносимых поверхностной точкой стационарной фазы эллиптического типа.

Учитывая, что

$$\vec{v}^{\,0}\left(\vec{x},k_0\right) = \left(\vec{n}_s \times \vec{p}^{\,0}\right) exp\left(j\,k_0\,\vec{R}^0 \cdot \left(\vec{a}+\vec{x}\right)\right),$$

где $\vec{p}^{\,0} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{R}^0 \times \vec{p}\right)$, $\vec{a}$ – радиус-вектор точки стационарной фазы в системе координат, связанной с источником облучения, из (2.30) нетрудно увидеть, что

$$\vec{V}\left(\vec{x},k_0\right) = exp\left(j\,k_0\,\vec{R}^0 \cdot \left(\vec{a}+\vec{x}\right)\right)\vec{v}\left(\vec{x},k_0\right), \qquad (2.31)$$

причем

$$\vec{V}\left(\vec{x},k_0\right) \sim 2\left(\vec{n}_s \times \vec{p}^{\,0}\right) +$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_{S_1}\vec{Z}\left(\vec{\xi},\,\vec{x}\right)\left(jk_0 - \frac{1}{\left|\vec{\xi}-\vec{x}\right|}\right) exp\left(j\,k_0\left(\left|\vec{\xi}-\vec{x}\right| + \vec{R}^0 \cdot \left(\vec{\xi}-\vec{x}\right)\right)\right) dS_\xi\,, \qquad (2.32)$$

где

$$\vec{Z}\left(\vec{\xi},\,\vec{x}\right) = \frac{\partial ln\left|\vec{\xi}-\vec{x}\right|}{\partial n_s}\left(\vec{n}_\xi \times \vec{p}^{\,0}\right) - \frac{\vec{\xi}-\vec{x}}{\left|\vec{\xi}-\vec{x}\right|}\left(\left(\vec{n}_s \times \vec{n}_\xi\right)\cdot \vec{p}^{\,0}\right). \qquad (2.33)$$

Отсюда следует, что

$$\vec{V}(\vec{x},k_0) \sim \vec{V}_0(\vec{x}) + \frac{1}{j k_0}\vec{V}_1(\vec{x}),$$

где

$$\vec{V}_0(\vec{x}) \sim 2\left(\vec{n}_s \times \vec{p}^{\,0}\right),$$

а $\vec{V}_1(\vec{x})/j k_0$ – главный член асимптотики интеграла в (2.32).

Из (2.29), (2.31), (2.33) следует, что при больших k_0 имеет место асимптотическое представление

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\times\vec{r}^{\,0} \sim exp\left(j k_0 |\vec{a}|\right)\int_{S_1} exp\left(j k_0 \left(\vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{x}\right)\left[\vec{W}_0(\vec{x}) + \frac{1}{j k_0}\vec{W}_1(\vec{x})\right]dS, \tag{2.34}$$

в котором

$$\vec{W}_0(\vec{x}) = 2\left(\vec{n}_s \times \vec{p}^{\,0}\right)\times\vec{r}^{\,0},$$
$$\vec{W}_1(\vec{x}) = \vec{V}_1(\vec{x})\times r^0. \tag{2.35}$$

Введем цилиндрические координаты (ρ,φ,ζ): $\xi_1 = \rho\, cos\,\varphi$, $\xi_2 = \rho\, sin\,\varphi$. Тогда поверхность S_1 вблизи $\vec{x} = 0$ имеет уравнение

$$\zeta = \zeta(\rho,\varphi) = \sum_{m=2}^{4}\frac{g_m(\varphi)}{m!}\rho^m + o\left(\rho^4\right), \tag{2.36}$$

где, например,

$$g_2(\varphi) = æ_1\, cos^2\varphi + æ_2\, sin^2\varphi$$

($æ_1$, $æ_2$ – главные кривизны S_1 в точке $\vec{x} = 0$). Так как $\vec{x} = (\xi_1,\xi_2,\zeta)$, то

$$\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{x} = 2\cos\theta\zeta(\rho,\varphi), \quad (\vec{x}\cdot\vec{n}_0) = \zeta(\rho,\varphi), \tag{2.37}$$

где θ - половина угла разноса между приемником и передатчиком, $\vec{n}_0$ – внутренняя нормаль к поверхности S_1 в точке $\vec{x} = 0$.

Далее,

$$dS = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi_2}\right)^2}\,\rho\, d\rho\, d\varphi =$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}h_2(\varphi)\rho^2 + O\left(\rho^2\right)\right)\rho\, d\rho\, d\varphi\ , \tag{2.38}$$

причем

$$h_2(\varphi) = æ_1 \cos^2\varphi + æ_2 \sin^2\varphi\,.$$

Кроме того, вблизи точки $\vec{x} = 0$

$$\vec{W}_0(\vec{x}) = \vec{W}_0(0) + \rho\vec{W}_{01}(\varphi) + \rho^2\vec{W}_{02}(\varphi) + o\left(\rho^2\right), \tag{2.39}$$

$$\vec{W}_1(\vec{x}) = \vec{W}_1(0) + O(\rho), \tag{2.40}$$

где

$$\vec{W}_0(0) = 2\left(\vec{n}_0\times\vec{p}^0\right)\times\vec{r}^0 = 2\cos\theta\left(-\vec{p}^0 + 2\left(\vec{p}^0\cdot\vec{n}_0\right)\vec{n}_0\right) = -2\cos\theta\,\vec{p}^0_{omp},$$

$$\rho\vec{W}_{01}(\varphi) = \left(\frac{\partial\vec{W}_0}{\partial\xi_1}\right)_0\rho\cos\varphi + \left(\frac{\partial\vec{W}_0}{\partial\xi_2}\right)_0\rho\sin\varphi\,. \tag{2.41}$$

Используя формулу Френе, из (2.39) получим окончательно

$$\vec{W}_{01}(\varphi) = 2\left[æ_1\left(\vec{\tau}_1\times\vec{p}^0\right)\times\vec{r}^0\cos\varphi + æ_2\left(\vec{\tau}_2\times\vec{p}^0\right)\times\vec{r}^0\sin\varphi\right], \tag{2.42}$$

$$\vec{W}_{02}(\varphi) = h_2(\varphi)\vec{p}^0_{omp}\cos\theta\,. \tag{2.43}$$

Здесь $\vec{\tau}_1$, $\vec{\tau}_2$ – орты главных направлений в точке $\vec{x}=0$, причем $(\vec{\tau}_1,\vec{\tau}_2,\vec{n}_0)$ образуют правую тройку векторов. Вектор $\vec{W}_1(0)$ будет вычислен ниже. В нашем случае $æ_1, æ_2 > 0$. Тогда, приняв во внимание формулы (2.36)…(2.43), применим метод стационарной фазы к асимптотической оценке интеграла (2.34), домноженного на $j k_0$

$$j k_0 \vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\times\vec{r}^{\,0} \sim j k_0 \exp\left(j k_0 |\vec{a}|\right)\int_{S_1} \exp\left(j k_0 2\cos\theta\,\zeta(\rho,\varphi)\right)\times$$

$$\times\left[\vec{W}_0(0)+\rho\vec{W}_{01}(\varphi)+\frac{1}{j k_0}\vec{W}_1(0)\right]\left(1+\frac{1}{2}\rho^2 h_2(\varphi)+\ldots\right)\rho\,d\rho\,d\varphi. \quad (2.44)$$

Проведя ряд асимптотических оценок и преобразований в (2.44), получим:

$$j k_0 \vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\times\vec{r}^{\,0} \sim \exp\left(j k_0 |\vec{a}|\right)\left(\frac{2\pi}{\sqrt{æ_1 æ_2}}\vec{p}^{\,0}_{omp}+\frac{1}{j k_0}\vec{T}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\right), \quad (2.45)$$

где

$$\vec{T}\left(\vec{r}^{\,0}\right)=-\int_0^{2\pi}\left\{\vec{W}_1(0)-\vec{W}_0(0)\frac{h_2(\varphi)}{2g_2(\varphi)\cos\theta}+\right.$$

$$\left.+\frac{2}{g_2^2(\varphi)\cos\theta}\left(\vec{W}_0(0)\frac{g_4(\varphi)}{12}+\vec{W}_{01}(\varphi)\frac{g_3(\varphi)}{3}\right)\right\}\frac{d\varphi}{2g_2(\varphi)\cos\theta}.$$

В том случае, если поверхность ζ представима полиномом второго порядка, т. е. $g_3 = g_4 = 0$,

$$\vec{T}\left(\vec{r}^{\,0}\right)=-\frac{\vec{W}_1(0)}{2\cos\theta}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{g_2(\varphi)}+\frac{\vec{W}_0(0)}{4\cos^2\theta}\int_0^{2\pi}\frac{h_2(\varphi)}{g_2^2(\varphi)}d\varphi. \quad (2.46)$$

Интегралы в (2.46) могут быть вычислены явно и тогда

$$\vec{T}\left(\vec{r}^{\,0}\right)=\left\{-\vec{W}_1(0)-\frac{\vec{p}^{\,0}_{omp}}{2}\left(æ_1+æ_2\right)\right\}\frac{2\pi}{\sqrt{æ_1 æ_2}}. \qquad (2.47)$$

Выражение (2.47) содержит вектор $\vec{W}_1(0)$, явного выражения которого еще не было найдено.
Так как

$$\vec{W}_1(0)=\vec{V}_1(0)\times\vec{r}^{\,0},$$

то нам надлежит найти в точке $\vec{x}=0$ главный член $\vec{V}_1(0)/jk_0$ асимптотики интеграла $\vec{J}$, входящего в (2.32). Этот интеграл можно оценить асимптотически как

$$\vec{J}\sim\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0\vec{Z}\left(\vec{\xi},0\right)\left(jk_0-\frac{1}{\rho}\right)exp\left(jk_0\rho\left(1+c_0(\varphi)\right)\right)\rho\,d\rho, \qquad (2.48)$$

где $c_0(\varphi)=sin\theta\,cos(\varphi-\alpha)$, а α – угол, образованный проекцией орта $\vec{R}^0$ на плоскость $\xi_1 O\xi_2$ с осью $O\xi_1$. Далее, осуществив переход

$$\vec{Z}\left(\vec{\xi},0\right)=\vec{Z}(\rho,\varphi),$$

и, проведя необходимые выкладки, получим

$$\lim_{\rho\to0}\vec{Z}\left(\vec{\xi},0\right)=\vec{Z}_0(\varphi)=\frac{1}{2}\vec{\tau}_1\left[p_2^0\left(æ_2\,sin^2\varphi-æ_1\,cos^2\varphi\right)+\right.$$
$$\left.+\,p_1^0\,æ_2\,sin2\varphi\right]+\frac{1}{2}\vec{\tau}_2\left[p_1^0\left(æ_1\,cos^2\varphi-æ_2\,sin^2\varphi\right)-\right.$$
$$\left.-\,p_2^0\,æ_1\,sin2\varphi\right],\quad p_l^0=\vec{\tau}_l\cdot\vec{p}^{\,0}.$$

Поэтому

$$\vec{J} \sim \frac{1}{j\pi k_0}\int_0^{2\pi} \vec{Z}_0(\varphi)\frac{2+c_0(\varphi)}{(1+c_0(\varphi))^2}d\varphi$$

и, следовательно,

$$\vec{V}_1(0) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{2+c_0(\varphi)}{(1+c_0(\varphi))^2}\vec{Z}_0(\varphi)d\varphi \ . \qquad (2.49)$$

Вычислив явно интеграл в (2.49), получим

$$\vec{V}_1(0) = \bar{\tau}_1\vec{V}_{11}(\theta) + \bar{\tau}_2\vec{V}_{12}(\theta), \qquad (2.50)$$

где

$$V_{11}(\theta) = \Phi_0(\theta)\left[\frac{p_1^0 æ_2}{2}sin2\alpha - \frac{p_2^0(æ_1+æ_2)}{4}cos2\alpha\right] + \frac{p_2^0}{4}(æ_2-æ_1)\Phi_1(\theta), \qquad (2.51)$$

$$V_{12}(\theta) = \Phi_0(\theta)\left[-\frac{p_2^0 æ_1}{2}sin2\alpha - \frac{p_1^0(æ_1+æ_2)}{4}cos2\alpha\right] + \frac{p_1^0}{4}(æ_2-æ_1)\Phi_1(\theta), \qquad (2.52)$$

$$\Phi_0(\theta) = 2\left[\frac{tg^2(\theta/2)}{cos\theta} + \frac{1}{sin^2\theta}\left(2+\frac{3sin^2\theta-2}{cos^3\theta}\right)\right],$$

$$\Phi_0(0) = 0\,,$$

$$\Phi_1(\theta) = 2\frac{1+cos^2\theta}{cos^3\theta}.$$

Учитывая соотношения (2.50) – (2.52), получим

$$\vec{W}_1(0) = \vec{\tau}_1 \cos\theta V_{12}(\theta) - \vec{\tau}_2 \cos\theta V_{11}(\theta) + \vec{n}_0 \sin\theta \times$$
$$\times \left(\sin\alpha V_{11}(\theta) - \cos\alpha V_{12}(\theta)\right). \qquad (2.53)$$

Таким образом, соотношения (2.45), (2.47), (2.50) – (2.53) и определяют искомое значение интеграла (2.29).

Пусть, далее, радиус-вектор точки стационарной фазы в некоторой системе координат, связанной с целью – $\vec{y}^0$, а $\left|\vec{a}\right| = d_1$, $\left|\vec{x}_0\right| = d_2$. Тогда, воспользовавшись соотношением (2.28), получим оценку вклада поверхности S_1, в суммарное рассеянное поле:

$$\vec{E}_{S_1} \sim -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{exp\left(j k_0 \left(d_1 + d_2 + \left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{y}^0\right)\right)}{2 d_2 \sqrt{æ_1 æ_2}} \times$$
$$\times \left[\vec{p}^0_{omp} + \frac{1}{j k_0} \frac{1}{2\cos\theta} \left(-\tau_1 \cos\theta V_{12}(\theta) + \tau_2 \cos\theta V_{11}(\theta)\right) - \right.$$
$$\left. - \vec{n}_0 \left(\sin\alpha V_{11}(\theta) - \cos\alpha V_{12}(\theta)\right) \sin\theta - \frac{\vec{p}^0_{omp}}{2}\left(æ_1 + æ_2\right) \right]. \qquad (2.54)$$

Пусть теперь поверхность S_1 (либо вся, либо ее определенная часть, содержащая точку стационарной фазы) снабжена тонким эквидистантным радиопоглощающим покрытием. В этом случае поверхность S_1 уже не является идеально проводящей (по крайней мере в некоторой окрестности точки стационарной фазы) и $\vec{E}^{\perp} \neq 0$ в интеграле (2.28'). При этом, вопрос оценки интеграла (2.28') связан, в первую очередь, с определением значений векторов $\vec{E}^{\perp}$, $\vec{H}^{\perp}$, входящих в подынтегральное выражение. Пусть, далее, радиус-вектор $\vec{X}$ точки на поверхности рассеивателя в окрестности точки стационарной фазы (т. е. точки, в которой $\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}\right) = -\left(\vec{r}^0 \cdot \vec{n}\right)$) представлен в виде суммы векторов

$$\vec{X} = \vec{y}^{\,0} + \vec{x}\,, \tag{2.55}$$

где $\vec{y}^{\,0}$ – радиус-вектор точки стационарной фазы в некоторой системе координат, связанной с целью. Тогда первичное падающее поле (2.1) можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{\,0} \\ \vec{H}^{\,0} \end{pmatrix} = exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,0}\cdot\vec{y}^{\,0}\right)\right)\begin{pmatrix} \vec{p}^{\,0}\,exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right) \\ \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{R}^{\,0}\times\vec{p}^{\,0}\right)exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right) \end{pmatrix}. \tag{2.56}$$

В силу линейности задачи эквивалентные плотности токов в окрестности точки зеркального отражения можно представить аналогичным образом

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{\perp}(\vec{x}\,) \\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x}\,) \end{pmatrix} = exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,0}\cdot\vec{y}^{\,0}\right)\right)\begin{pmatrix} \vec{E}^{\perp}(\vec{x}\,) \\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x}\,) \end{pmatrix}. \tag{2.57}$$

Значения $\vec{E}^{\perp}(\vec{x}\,)$, $\vec{H}^{\perp}(\vec{x}\,)$ могут быть приближенно (асимптотически) определены как соответствующие компоненты поля на поверхности касательного (в точке стационарной фазы) плоскопараллельного слоя из материала покрытия на металлической подложке [54, 55]. Указанные соотношения имеют вид:

$$\vec{E}^{\perp}(\vec{x}\,) = \left(\vec{n}\times\vec{p}^{\,0}\,\right)exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right) + \left(\vec{n}\times\vec{p}^{\,1}\,\right)exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,1}\cdot\vec{x}\right)\right), \tag{2.58}$$

$$\vec{H}^{\perp}(\vec{x}\,) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\vec{n}\times\left(\vec{R}^{\,0}\times\vec{p}^{\,0}\,\right)\right]exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right) + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\vec{n}\times\left(\vec{R}^{\,1}\times\vec{p}^{\,1}\,\right)\right]exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{\,1}\cdot\vec{x}\right)\right). \tag{2.59}$$

Здесь $\vec{n}$ – орт внешней нормали к поверхности S_1 в точке зеркального отражения; $\vec{R}^{\,1} = \vec{R}^{\,0} - 2\,\vec{n}\left(\vec{R}^{\,0}\cdot\vec{n}\right)$;

$$\vec{p}^{\,1} = \vec{p}^{\,1T} - \vec{n}\frac{\left(\vec{p}^{\,1T}\cdot\vec{R}^{0}\right)}{cos\,\theta}, \tag{2.60}$$

где

$$\vec{p}^{\,1T} = \frac{j\,c\,cos\,\theta+1}{j\,c\,cos\,\theta-1}\,\vec{p}^{\,0T} - \frac{2\,j\,c}{j\,c\,cos\,\theta-1}\left[\vec{R}^{0T}\frac{\left(\vec{R}^{0T}\cdot\vec{p}^{\,0}\right)}{j\,c-cos\,\theta}+\right.$$

$$\left.+\,\vec{R}^{0\perp}\frac{\left(\vec{R}^{0\perp}\cdot\vec{p}^{\,0}\right)}{\varepsilon_1'\,\mu_1'\left(j\,c-\dfrac{cos^2\,\theta_1}{cos\,\theta}\right)}\right]; \tag{2.61}$$

$$c=\sqrt{\frac{\mu_1'}{\varepsilon_1'}}\,cos\,\theta_1\cdot tg\left[k_0\sqrt{\varepsilon_1'\,\mu_1'}\,\delta\,cos\,\theta_1\right];\quad cos\,\theta_1=\sqrt{1-\frac{sin^2\,\theta_1}{\varepsilon_1'\,\mu_1'}};$$

δ – толщина слоя поглотителя;

ε_1', μ_1' – относительные проницаемости поглощающего материала.

Отметим, что в окрестности точки зеркального отражения справедливо следующее соотношение

$$\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\approx\left(\vec{R}^{0T}\cdot\vec{x}\right)=\left(\vec{R}^{1}\cdot\vec{x}\right). \tag{2.62}$$

Воспользовавшись (2.62), можно переписать соотношения (2.58), (2.59) в виде:

$$\begin{pmatrix}\vec{E}^{\perp}(\vec{x})\\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x})\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}\vec{n}\times\left(\vec{p}^{\,0}+\vec{p}^{\,1}\right)\\ \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\vec{n}\times\left(\left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}^{\,0}\right)+\left(\vec{R}^{1}\times\vec{p}^{\,1}\right)\right)\right]\end{pmatrix}exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right). \tag{2.63}$$

Поскольку основной вклад в интеграл (2.28') дает окрестность точки стационарной фазы, то последовательной подстановкой (2.63) в (2.57) и затем в (2.28') этот интеграл можно привести к виду

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\approx\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^0-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{y}_0\right)\int\limits_{S_1}\vec{A}\;exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^0-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{x}\right)dS\,,\quad(2.64)$$

где

$$\vec{A}=\vec{R}^0\left(\vec{p}\cdot\vec{n}\,\right)-2\,\vec{p}^{\,1}\,cos\,\theta+\vec{R}^1\left(\vec{p}^{\,1}\cdot\vec{n}\,\right)+\vec{n}\left(\vec{p}\cdot\vec{R}^1\,\right),\;cos\,\theta=-\left(\vec{R}^0\cdot\vec{n}\right).$$

Амплитудный множитель $\vec{A}$ в подынтегральном выражении является медленно меняющейся функцией точки на поверхности рассеивателя и, следовательно, он может быть с достаточной степенью точности заменен его значением в точке стационарной фазы и вынесен за знак интеграла. Очевидно также, что при этом $\vec{R}^1=\vec{r}^{\,0}$. И, таким образом,

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\approx\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^0-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{y}_0\right)\vec{A}_{cm}\int\limits_{S_1}\;exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^0-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{x}\right)dS\,.\quad(2.65)$$

После асимптотического вычисления интеграла, стоящего в правой части (2.65) (методом стационарной фазы), и проведения соответствующих преобразований для выражения вектора $\vec{A}$ в точке стационарной фазы $\left(\vec{A}_{cm}\right)$, получим окончательно:

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{\,0}\right)=-\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,exp\left(j\,k_0\left(\vec{R}^0-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{y}_0\right)\frac{2\,\pi}{j\,k_0\sqrt{æ_1\,æ_2}}\cdot\vec{p}^{\,1}\,,\qquad(2.66)$$

где $æ_1$ и $æ_2$ – главные кривизны поверхности в точке зеркального отражения. Воспользовавшись соотношением (2.28), (2.66), далее можно получить вклад эллиптического локального центра рассеяния с радиопоглощающим покрытием в суммарное рассеянное поле.

2.2.4. Рассеяние на кромочных локальных участках поверхности объекта с радиопоглощающими покрытиями

Расчет характеристик рассеяния нерегулярностей поверхности объекта в виде изломов связан с решением дифракционных задач. Строгое решение задач о дифракции электромагнитной волны на изломе поверхности сопряжено с большими математическими и вычислительными трудностями. Поэтому на практике для этих целей используются асимптотические методы высокочастотной дифракции [4].

Решение задач высокочастотной дифракции на объектах с ребрами базируется в первую очередь на методе краевых волн (физической теории дифракции П.Я. Уфимцева [7, 8]). С его помощью находится поле, порождаемое неравномерной частью тока, возникающего на геометрических неоднородностях объекта типа кромок и изломов поверхности. Нахождение этих полей-поправок к полю, соответствующему приближению Кирхгофа, производится непосредственно в дальней зоне рассеивателя. Это делает необходимым проведение всех рассмотрений в каждом из геометрооптических секторов и, особенно непросто, в пограничных областях между этими секторами. Этим обусловлена и необходимость получения решения ключевой задачи о дифракции на клине в дальней зоне. Все это затрудняет использование метода краевых волн при возникающих на практике усложнениях, таких как разнесенный прием, наличие неидеально проводящих участков поверхности (покрытых радиопоглощающим материалом). В этом случае метод физической теории дифракции нуждается в модификации, связанной с заменой ключевой (модельной) задачи.

Ниже изложен метод расчета, применяемый для оценки вклада кромочных локальных участков рассеяния, снабженных РПП, во вторичное излучение объекта [33, 55]. При этом использовано решение модельной задачи о произвольном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре [45].

Рассчитанная на использование в случае разнесенного приема (наклонное падение плоской волны на клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре) она не может быть сведена к суперпозиции двух независимых двумерных задач, как это сделано в [7]. Следует так же отметить, что решение модельной задачи получено вблизи ребра клина, что позволило использовать разложения, равномерно пригодные во всех секторах. С этим связано и отсутствие в разработанном методе разбиения поверхностного тока на равномерную и неравномерную составляющие. В этом состоит главное методологическое отличие предложенного метода от метода краевых волн.

Выражение для поля, рассеянного кромочными локальными участками рассеяния можно представить в виде

$$\vec{p}\cdot\vec{E}_{S_0} = -jk_0\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\frac{exp\left(jk_0R\right)}{4\pi R}\left(\vec{p}\cdot\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\right),$$

$$\vec{F}(\vec{r}^{\,0}) = \int_{S_0}\left[\vec{H}^{\perp} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{E}^{\perp}\times\vec{r}^{\,0}\right)\right]exp\left(-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right)dS. \qquad (2.67)$$

В качестве поверхности интегрирования S_0 выберем тороидальную поверхность, "натянутую" на кромку. Как показано на рис. 2.15 в сечении, ортогональном кромке, поверхность интегрирования представляет собой часть окружности радиуса z_0 с центром в точке O, охватывающей поверхность поглощающего покрытия кромки.

В дальнейшем будем предполагать, что граница поглощающего покрытия в том же сечении является также частью окружности радиуса $z \le z_0$ с центром в точке O. Значения z и z_0 определяются так, чтобы выполнялось условие $z \le z_0 < \lambda$ (λ – длина падающей монохроматической волны).

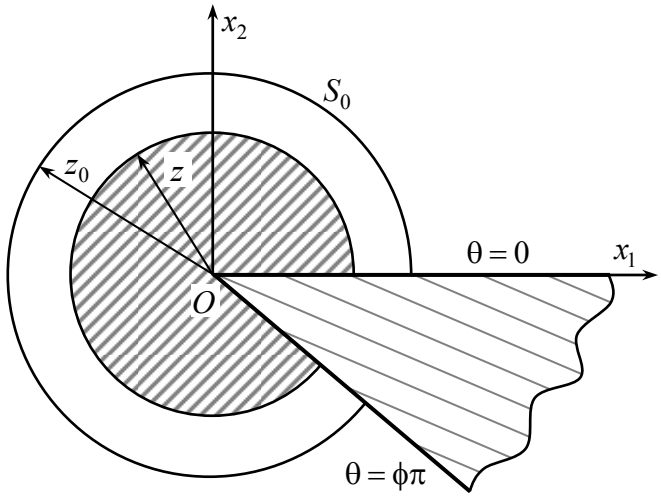


Рис. 2.15. Сечение поверхности интегрирования S_0 вблизи излома поверхности

Для определения $\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)$ в (2.67) нам необходимо знать распределение тангенциальных составляющих полного поля $\left(\vec{E}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{E},\ \vec{H}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{H}\right)$ на поверхности S_0. Введем декартову систему координат $Ox_1x_2x_3$, связанную с кромкой (рис. 2.15) так, что

$$\vec{X} = \vec{x}(\upsilon) + \vec{\tau}(z_0, \theta), \tag{2.68}$$

где $\vec{x}(\upsilon)$ – радиус-вектор точки на изломе Y с дуговой координатой υ, а $\vec{\tau}(z_0, \theta)$ – ортогональный кромке в этой точке вектор, имеющий постоянную длину z_0 и направление, определяемое углом θ $(0 \le \theta \le \phi\pi)$. Здесь $\phi\pi$ – угол раствора клина, подстроенного касательным образом к кромке в точке с соответствующей дуговой координатой υ.

Пусть на объект падает плоская волна (2.1). В силу линейности задачи величины $\vec{H}^{\perp}$, $\vec{E}^{\perp}$ на S_0 в точке $(\upsilon, \vec{\tau})$ могут быть представлены в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{\perp}(\vec{x}) \\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{E}}^{\perp}(\vec{\tau}) \\ \tilde{\tilde{H}}^{\perp}(\vec{\tau}) \end{pmatrix} \cdot exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}(\upsilon)\right)\right), \tag{2.69}$$

где $\tilde{\tilde{H}}(\vec{\tau}), \tilde{\tilde{E}}(\vec{\tau})$ – векторы напряженности поля, возбуждаемого на поверхности S_0 плоской волной

$$\tilde{\tilde{E}}^0(\vec{\tau}) = \vec{p}^0\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{\tau}\right)\right),$$
$$\tilde{\tilde{H}}^0(\vec{\tau}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{R}^0 \times \vec{p}^0\right) exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{\tau}\right)\right). \tag{2.70}$$

Теперь с учетом (2.69) интеграл $\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)$ можно представить в виде

$$\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right) = \int_{Y} exp\left[\, j\, k_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0}\right) \cdot \vec{x}(\upsilon)\right)\right] \vec{D}\left(\upsilon, \vec{r}^{\,0}\right) d\upsilon, \tag{2.71}$$

где

$$\vec{D}\left(\upsilon, \vec{r}^{\,0}\right) = \int_{S_0'} exp\left[-\, j\, k_0\left(\vec{r}^{\,0} \cdot \vec{\tau}\right)\right]\, \vec{B}\left(\vec{\tau}\right) dc, \tag{2.72}$$

S_0' – линия (часть окружности) на поверхности S_0, лежащая в плоскости, ортогональной к Y, $dc = z_0\, d\theta$ – элемент дуги S_0',

$$\vec{B}(\vec{\tau}) = \tilde{\tilde{H}}^{\perp}(\vec{\tau}) - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\, \tilde{\tilde{E}}^{\perp}(\vec{\tau}) \times \vec{r}^{\,0}\, \right]. \tag{2.73}$$

Оценивая интеграл (2.71) методом стационарной фазы, можно показать, что, по крайней мере, для кромки, представляющей собой выпуклую замкнутую плоскую кривую, всегда должны существовать две точки стационарной фазы (за исключением "особого" случая, который будет оговорен ниже). Такие кромки (изломы) обычно присутствуют на телах вращения. В общем

случае уравнение для нахождения точек стационарной фазы υ_0 имеет вид

$$y'(\upsilon_0)=\left(\vec{R}^0-\vec{r}^0\right)\cdot\vec{q}(\upsilon_0)=0\,, \tag{2.74}$$

где $\vec{q}(\upsilon_0)$ – орт касательной к Y в точке υ_0. Заметим, что в точке υ_0

$$y''(\upsilon_0)=æ(\upsilon_0)\left[\left(\vec{R}^0-\vec{r}^0\right)\cdot\vec{\nu}(\upsilon_0)\right]\,, \tag{2.75}$$

где $æ(\upsilon_0)$ – кривизна Y в точке υ_0, $\vec{\nu}(\upsilon_0)$ – орт главной нормали к Y в точке υ_0. В дальнейшем будем предполагать для определенности, что $æ(\upsilon_0)>0$. Таким образом, "особым" случаем, когда нельзя применять метод стационарной фазы, является ситуация, при которой выполняется условие

$$\left(\vec{R}^0-\vec{r}^0\right)\cdot\vec{\nu}(\upsilon_0)<<1, \tag{2.76}$$

(например, для тела вращения с кромками – это случай осевого зондирования и совмещенного приема). В этом случае значение $\vec{F}\left(\vec{r}^0\right)$ можно получить численным интегрированием, что также является несложной задачей, если учесть, что z_0/λ меньше единицы. После нахождения с помощью уравнения (2.74) точек стационарной фазы необходимо осуществить их проверку на "видимость" при облучении рассеивателя плоской волной с волновым вектором $\vec{R}^0$ и волной, имеющей направление прихода $\left(-\vec{r}^0\right)$. С этой целью в обоих случаях находятся терминатор (граница "свет–тень") и тем самым освещенная область, и последовательно проверяется попадание точки в каждую из этих областей. Если оказывается, что точка стационарной фазы не попадает хоть в одну из освещенных областей, то ее вклад в рассеянное поле не вычисляется и не учи-

тывается. Такой анализ проводится для каждой кромки (излома). Применив метод стационарной фазы к интегралу в (2.71), получим окончательную расчетную формулу

$$\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\approx\sum_{(\upsilon_0)} exp\left[\; j\,k_0\left(\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{x}(\upsilon)\right)+\delta j\,\frac{\pi}{4}\right]\vec{D}\left(\upsilon,\vec{r}^{\,0}\right)\times$$

$$\times\sqrt{\frac{2\pi}{k_0\,æ(\upsilon_0)\left|\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{\nu}(\upsilon_0)\right|}}\,, \qquad (2.77)$$

где $\delta=sgn\left[\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{\nu}(\upsilon_0)\right]$, а символ (υ_0) означает, что суммирование ведется по всем "видимым" точкам стационарной фазы. В силу того, что подынтегральное выражение в (2.72) является достаточно плавной функцией, значение $\vec{D}\left(\upsilon,\vec{r}^{\,0}\right)$ может быть найдено с помощью одномерного численного интегрирования. Учитывая большие электрические размеры объекта и малые кривизны, можно приближенно положить значения $\widetilde{\vec{H}}^{\perp}(\vec{\tau})$, $\widetilde{\vec{E}}^{\perp}(\vec{\tau})$ на линии S_0', равными соответствующим значениям на поверхности поглощающего цилиндра, закрывающего ребро подстроенного в точке υ_0 касательного идеально проводящего клина $(z=z_0)$. Таким образом, модельная задача, которую необходимо решить для расчета вклада кромочных локальных центров рассеяния в рассеянное поле – это задача о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре.

Эта задача является принципиально трехмерной. Ее решение не может быть представлено в виде суперпозиции двух независимых двумерных задач, как в задаче о наклонном падении плоской волны на идеально проводящий клин или в задаче о нормальном (к ребру) падении плоской волны на рассматриваемую структуру. Однако можно показать, что эта задача может быть сведена к системе двух двумерных задач, решения которых связаны гранич-

ными условиями (посредством некоторого матрично-дифференциального оператора) [28, 45].

Если $E_3 = u(x_1, x_2) exp\left(jk_0 x_3 R_3^0\right)$, $H_3 = v(x_1, x_2) exp\left(jk_0 x_3 R_3^0\right)$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$, то вектор $\vec{w}$ может быть представлен в виде рядов Фурье-Бесселя с (2x2) матричными коэффициентами. Например, вне поглощающего цилиндра

$$\vec{w} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_m J_{\gamma_m}(\eta_0 r) + C_m H_{\gamma_m}^{(1)}(\eta_0 r) \right] \vec{f}_m(\theta), \tag{2.78}$$

где J_{γ_m} – функция Бесселя, $H_{\gamma_m}^{(1)}$ – функция Ханкеля,

$$\vec{f}_m(\varphi) = \begin{pmatrix} sin(\gamma_m \theta) \\ cos(\gamma_m \theta) \end{pmatrix}, \ \eta_0 = k_0 \sqrt{1 - \left(R_3^0\right)^2}, \ \gamma_m = m/\phi,$$

$\phi\pi$ – угол раскрыва клина $(0 \le \theta \le \phi\pi)$. Матричные коэффициенты A_m, C_m определяются из граничных условий для функций u, v и их производных на поверхности поглощающего цилиндра. Ряды типа (2.78) хорошо сходятся для небольших значений r $(z \le r \le z_0)$ [45].

Необходимо отметить, что для прямолинейных кромок выражение (2.77) не может быть применено, так как кривизна $æ(\upsilon_0)$ линии излома в этом случае равна нулю. Запишем параметрическое уравнение для прямолинейной кромки (рис. 2.16)

$$\vec{x}(\upsilon) = \begin{cases} a_0 + \upsilon_1^0 t, \\ b_0 + \upsilon_2^0 t, \\ c_0 + \upsilon_3^0 t, \end{cases} \tag{2.79}$$

где $\alpha \le t \le \beta$, α, β – крайние точки прямолинейной кромки.

Если считать, что прямолинейный участок кромки составляет хотя бы несколько длин волн, так что краевыми эффектами можно пренебречь, то значение функции $D\left(\upsilon,\vec{r}^{\,0}\right)$ можно приближенно считать постоянным вдоль всей кромки Y и его вычисление провести с помощью решения модельной задачи о рассеянии плоской монохроматической волны, наклонно падающей на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре [45]. В связи с этим выражение (2.71) может быть представлено в виде

$$\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)=\vec{D}_0\int\limits_Y exp\left[\,j\,k_0\left(\left(\vec{R}^{\,0}-\vec{r}^{\,0}\right)\cdot\vec{x}(\upsilon)\right)\right]d\upsilon\,. \qquad (2.80)$$

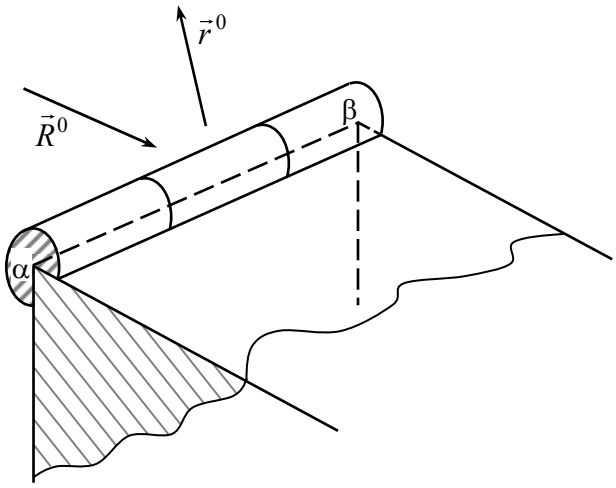


Рис. 2.16. Прямолинейная кромка, покрытая РПМ

Если разность векторов $\vec{R}^{\,0}-\vec{r}^{\,0}$ представить в виде $\vec{R}^{\,0}-\vec{r}^{\,0}=\left(r_1,r_2,r_3\right)$, то с учетом (2.79) интеграл (2.80) будет иметь вид

$$\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)=\vec{D}_0\int\limits_Y exp\left[\,j\,k_0\left(l+qt\right)\right]d\upsilon\,. \qquad (2.81)$$

где $l = r_1 a_0 + r_2 b_0 + r_3 c_0$, $q = r_1 \upsilon_1^0 + r_2 \upsilon_2^0 + r_3 \upsilon_3^0$, а $d\upsilon = \sqrt{\upsilon_1^{0^2} + \upsilon_2^{0^2} + \upsilon_3^{0^2}}\, dt = dt$. Таким образом вычисление выражения (2.81) сводится к вычислению одномерного интеграла

$$\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right) = \vec{D}_0 \exp\left(jk_0 l\right) \int_{\alpha}^{\beta} \exp\left(jk_0 q t\right) dt =$$

$$= \vec{D}_0 \exp\left(jk_0 l\right) \frac{\exp\left(jk_0 q \alpha\right)}{jk_0 q} \left(\exp\left(jk_0 q(\beta - \alpha)\right) - 1\right). \qquad (2.82)$$

Выражение (2.82) позволяет вычислить интеграл $\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)$ и с помощью (2.67) вычислить поле, рассеянное прямолинейными кромочными локальными участками рассеяния с РПМ на ребре в общем случае бистатического приема.

2.2.5. Расчет характеристик рассеяния модели крылатой ракеты

Опишем принятую в монографии систему зондирования исследуемых объектов, схема которой приведена на рис. 2.17.

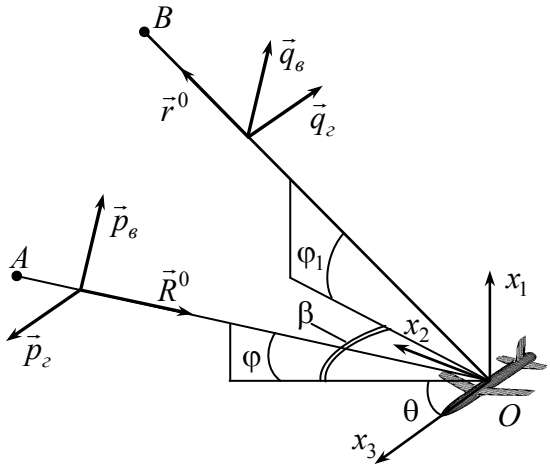


Рис. 2.17. Система зондирования исследуемых объектов

С исследуемым объектом связана система координат $Ox_1x_2x_3$. Ось Ox_3 совпадает с осью объекта, Ox_1 перпендикулярна плоскости крыльев, орт оси Ox_2 дополняет систему координат до правой системы. В выбранной системе координат вектор направления облучения $\vec{R}^0$ определяется углом места φ между этим вектором и плоскостью Ox_2x_3, а также азимутом θ – углом между осью Ox_3 и проекцией вектора $-\vec{R}^0$ на плоскость Ox_2x_3. В этом случае вектор $\vec{R}^0 = \{-sin\varphi, -cos\varphi sin\theta, -cos\varphi cos\theta\}$. Вектор направления приема $\vec{r}^{\,0}$ определяется углом места φ_1 и углом разноса (бистатическим углом) β между проекциями векторов $-\vec{R}^0$ и $\vec{r}^{\,0}$ на плоскость Ox_2x_3. $\vec{r}^{\,0} = \{sin(\varphi_1),\ cos(\varphi)cos(\theta+\beta),\ cos(\varphi)cos(\theta+\beta)\}$. Вектор горизонтальной поляризации зондирующего сигнала $\vec{p}_г$ параллелен плоскости Ox_2x_3, вектор вертикальной поляризации зондирующего сигнала $\vec{p}_в$ дополняет тройку векторов $(\vec{p}_в, \vec{p}_г, \vec{R}^0)$ до правой. Аналогичным образом определяются понятия горизонтальной и вертикальной поляризаций для направления приема $\vec{r}^{\,0}$ (рис. 2.17).

Приведем результаты расчета ЭПР модели крылатой ракеты, изображенной на рис. 2.18, в зависимости от направления облучения при совмещенном приеме и от угла разноса.

Расчеты проводились для идеально проводящей модели и для модели, снабженной РПМ. Гладкие участки поверхности были покрыты тонким (толщиной 1,3 мм) слоем РПМ с относительными проницаемостями $\varepsilon_1' = 20 + j0.1$, $\mu_1' = 1.35 + j0.8$. Кромки крыльев модели, снабженной РПМ, были закрыты тороидальным поглощающим покрытием радиусом 1 мм из того же материала. Зондирование проводилось на длине волны $\lambda = 3$ см (частота $f = 10$ ГГц). Длина ракеты вдоль оси – 6300 мм, размах крыльев – 3400 мм.

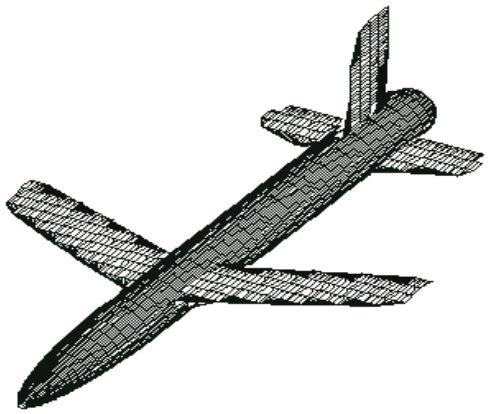


Рис. 2.18. Модель поверхности крылатой ракеты

На рис. 2.19 представлены зависимости ЭПР от азимута зондирования цели при совмещенном приеме. Угол места $\varphi = 0°$. Зондирование и прием проводились на вертикальной (малиновая линия) и горизонтальной (синяя линия) поляризациях. ЭПР модели минимальна при лобовых ракурсах ($\theta \approx 0°$) и постепенно возрастает до максимума при зондировании модели сбоку ($\theta \approx 90°$). Как видно, почти во всем диапазоне азимутов зондирования значения ЭПР совпадают для обеих поляризаций. Исключения составляют азимуты, на которых существенный вклад в ЭПР модели вносят кромочные локальные участки рассеяния. Так, при азимутах $\theta \approx 10°$ и $\theta \approx 24°$ ЭПР на горизонтальной поляризации выше ЭПР на вертикальной поляризации, что связано с отражением от горизонтальных кромок крыльев и стабилизаторов. При значениях азимута больше 75° значения ЭПР на вертикальной поляризации может становиться больше значений ЭПР на горизонтальной поляризации, что обусловлено отражением от кромок вертикального оперения.

В рассматриваемом высокочастотном диапазоне ЭПР объекта, также как и рассеянное поле, является быстроосциллирующей функцией частоты (рис. 2.20). Это обусловлено зависимостью от частоты разности фаз сигналов, отраженных различными участками поверхности модели, а также сильно изменяющейся карти-

ной зон Френеля на поверхности объекта даже при незначительном изменении частоты зондирующего сигнала. Поэтому для того, чтобы получить устойчивые оценки ЭПР, необходимо провести усреднение этой величины в частотном диапазоне, в несколько раз превышающем период колебаний зависимости ЭПР от частоты (рис. 2.20).

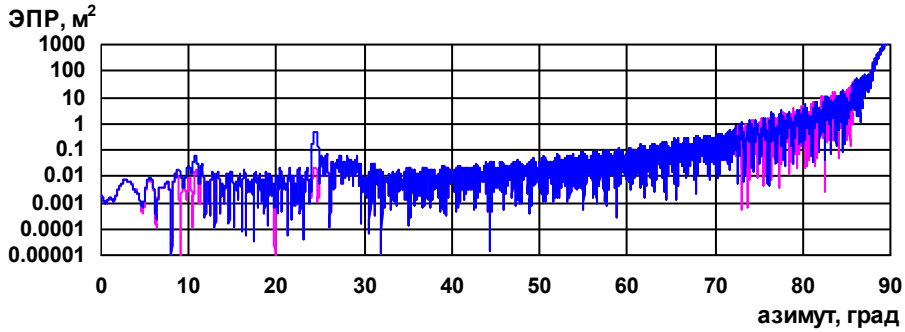


Рис. 2.19. Зависимость ЭПР модели крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла

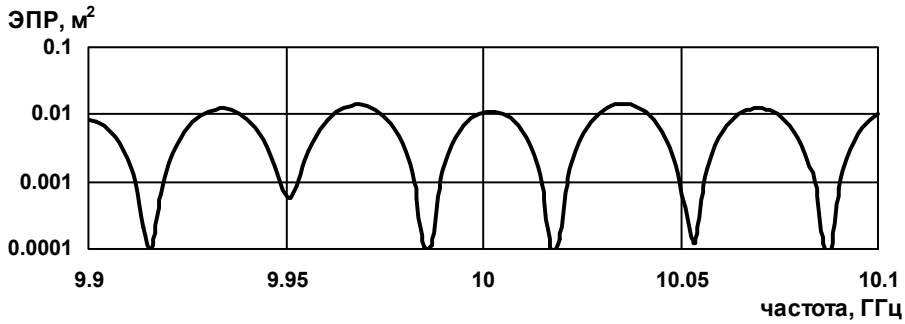


Рис. 2.20. Зависимость ЭПР модели крылатой ракеты от частоты ($\varphi = 0°$, $\theta = 20°$)

На рис. 2.21 приведены зависимости усредненной ЭПР, аналогичные представленным на рис. 2.19. Усреднение проводилось в диапазоне $f = 9.95...10.05$ ГГц по 50 значениям частоты. Так же, как и на рис. 2.22, 2.23 тонкой линией здесь изображен случай зондирования и приема на вертикальной поляризации, жирной линией – на горизонтальной.

Отметим, что при численных расчетах ЭПР по предложенным методам основное время тратится на расчет поля, отраженного от гладких участков поверхности. В связи с этим необходимость усреднения значений в частотном диапазоне с целью получения устойчивых оценок ЭПР требует значительного увеличения времени расчета. Одним из факторов, делающим ЭПР быстроосциллирующей функцией частоты и ракурса зондирования, является зависимость от этих параметров разности фаз, с которыми складываются отклики от различных участков поверхности объекта. Для снижения влияния этого фактора предлагается в качестве устойчивой оценки ЭПР использовать сумму ЭПР отдельных участков поверхности исследуемого объекта. Поскольку данная сумма при расчете не учитывает фазовых набегов от разных участков, такая оценка ЭПР ниже будет называться "некогерентной" ЭПР. Соответственно, ЭПР объекта в общепринятом смысле (с учетом фазовых набегов) ниже будет называться "когерентной" ЭПР.

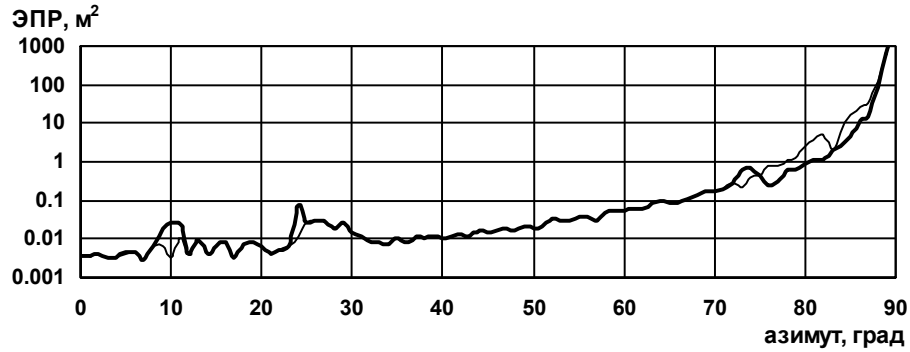


Рис. 2.21. Зависимость ЭПР, усредненной в диапазоне частот, для модели крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла

В частности, модель поверхности крылатой ракеты (рис. 2.18) разбивается на 11 гладких и 15 кромочных участков поверхности. Например, фюзеляж разбивается на 6 частей, 3 – образуют верхнюю часть поверхности (нос, основная часть, хвост) и 3 части образуют днище фюзеляжа. Отдельными гладкими час-

тями являются поверхность крыльев стабилизаторов и руля за исключением некоторых окрестностей острых кромок.

На рис. 2.22 показана зависимость некогерентной ЭПР модели крылатой ракеты. Условия зондирования аналогичны использованным выше.

Приведенная зависимость некогерентной ЭПР от азимута практически не отличается от зависимости когерентной ЭПР, усредненной в диапазоне частот зондирования, приведенной на рис. 2.21. Можно сказать, что значения некогерентной ЭПР являются хорошей и достаточно устойчивой оценкой ЭПР в определенном диапазоне зондирующих частот и ракурсов облучения цели. Кроме того, данные значения некогерентной ЭПР получены при расчете на одной частоте, что существенно снижает временные затраты для получения конечного результата.

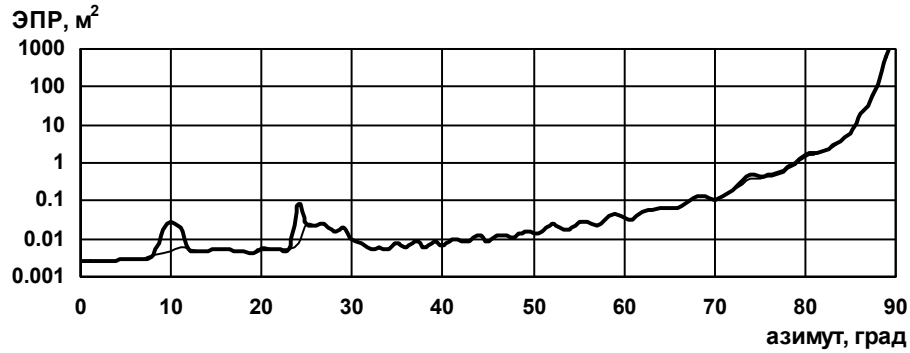


Рис. 2.22. Зависимость некогерентной ЭПР модели крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла

На рис. 2.23 представлены зависимости некогерентной ЭПР для различных ракурсов зондирования и углов разноса. На рис. 2.23а показана зависимость ЭПР от азимута зондирования при угле места –20° (зондирование из нижней полусферы), на рис. 2.23б – зависимость ЭПР от азимута зондирования при угле места +20° (зондирование из верхней полусферы). При зондировании снизу средний уровень ЭПР ниже, чем при зондировании сверху. Пики зависимостей имеют примерно одинаковую ампли-

туду, что определяется рассеянием падающей волны кромочными локальными участками. ЭПР вне указанных пиков определяется рассеянием на гладкой части поверхности объекта. Поскольку нижняя часть фюзеляжа модели крылатой ракеты имеет кривизну меньшую, чем у верхней части, уровень отраженного сигнала при зондировании снизу ниже, чем при зондировании сверху. На рис. 2.23в показана зависимость ЭПР от угла места зондирования при азимуте 0°.

На рис. 2.23г приведена зависимость ЭПР модели от угла разноса (бистатического угла) при углах места облучения и приема 0° и азимуте направления облучения 0° (облучение вдоль оси объекта, прием в плоскости крыла).

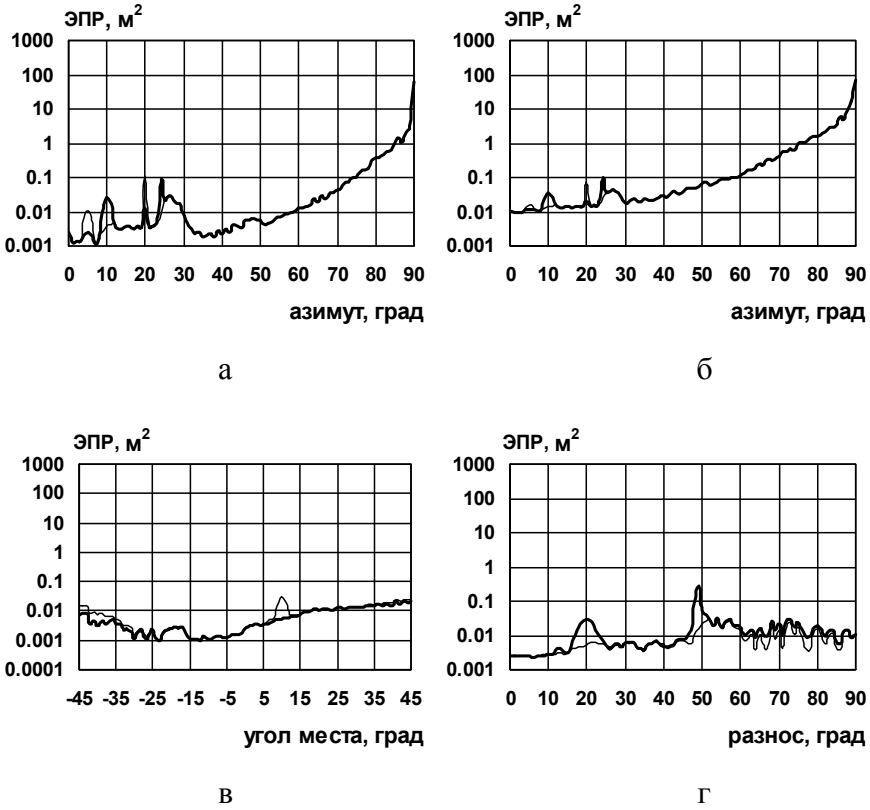


Рис. 2.23. Зависимости некогерентной ЭПР для различных ракурсов зондирования и углов разноса

Приведенный график практически полностью повторяет поведение графика на рис. 2.22, только он растянут по оси аргумента в два раза. Так на рис. 2.22 основные пики графика, определяемые рассеянием на кромочных локальных участках, приходятся на азимуты 10° и 24°. Аналогичные пики на рис. 2.23г приходятся на углы разноса 20° и 48°, соответственно. При азимуте зондирования 0° именно при таких углах разноса происходит зеркальное отражение от кромочных участков поверхности, отвечающих за пики ЭПР на азимутах 10° и 24° при совмещенном приеме. То есть при зондировании вдоль оси модели и разнесенном приеме пики ЭПР находятся на углах разноса, в два раза превышающих азимуты соответствующих пиков ЭПР при совмещенном приеме.

На рис. 2.24 представлены зависимости некогерентной ЭПР модели от азимута зондирования при горизонтальной поляризации приемника и излучателя. ЭПР идеально проводящей модели показана толстой линией, ЭПР модели с неидеально отражающей поверхностью – тонкой линией. Использование РПП на гладкой поверхности приводит к существенному (на порядок) снижению уровня ЭПР.

Применение РПМ на кромочных участках поверхности приводит к снижению уровня отраженного сигнала в соответствующих секторах в 2…3 раза.

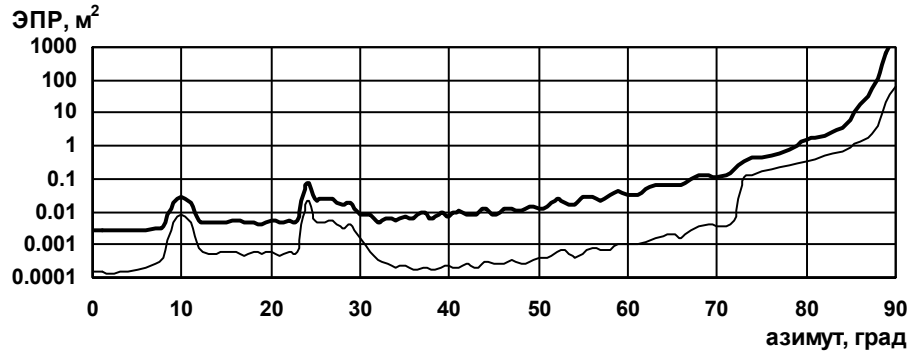


Рис. 2.24. Зависимости ЭПР для идеально проводящей модели и модели с РПП

На рис. 2.25 представлены зависимости некогерентной ЭПР для различных ракурсов зондирования и углов разноса при использовании РПП на поверхности модели. Ракурсы зондирования и углы разноса аналогичны приведенным на рис. 2.23. Зондирование и прием осуществлялись на горизонтальной поляризации. Толстой линией показана зависимость ЭПР для идеально проводящей модели, тонкой линией – ЭПР модели, снабженной РПП.

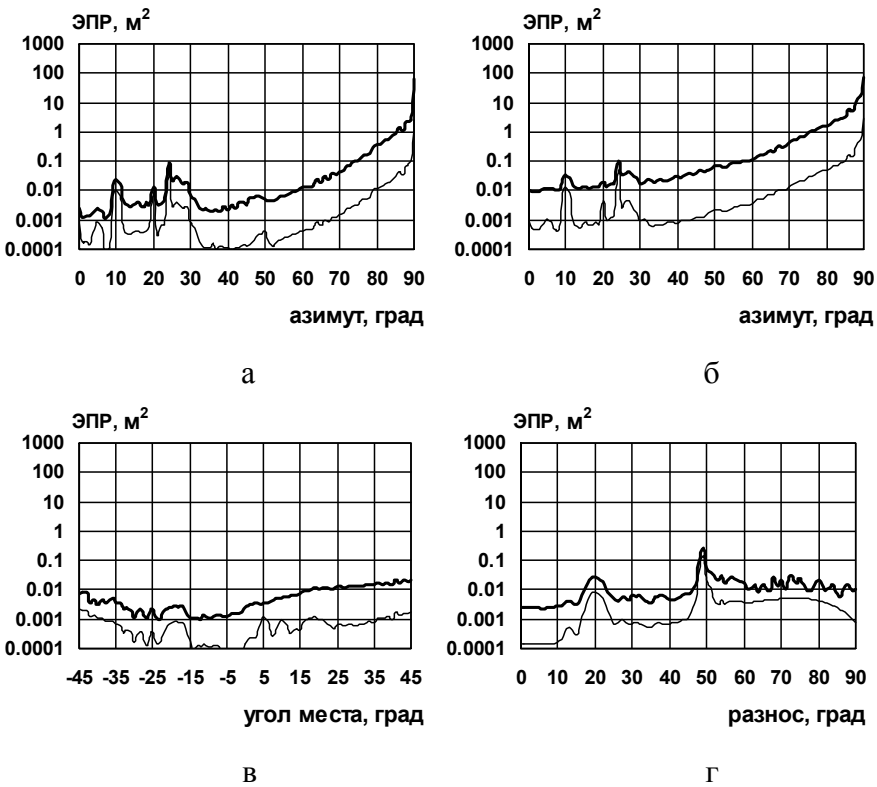


Рис. 2.25. Зависимости некогерентной ЭПР для различных ракурсов зондирования и углов разноса

Анализ графиков, приведенных на рис. 2.25, показывает, что использование данного РПП на гладкой поверхности исследуемой модели при совмещенном приеме приводит к снижению ЭПР в среднем на порядок. При разнесенном приеме (рис. 2.25г) использование РПП при углах разноса больше 50° приводит к

несколько меньшему снижению ЭПР. Использование тороидальных РПП на поверхности кромочных участков поверхности модели приводит к снижению отражения от кромок в 1,4…5 раз.

Приведенные результаты расчетов показывают, что предлагаемые методы позволяют оценивать ЭПР уединенных объектов, имеющих нерегулярности поверхности и снабженных РПП, для случаев совмещенного и разнесенного приемов.

В [41] была описана машинная программа RECOTA фирмы Boeing Aerospace, которая предназначена для расчета ЭПР сложных радиолокационных целей. С целью верификации программы были получены экспериментальные зависимости ЭПР модели крылатой ракеты от углов зондирования. Модель крылатой ракеты, представленная на рис. 2.26, имела идеально проводящую поверхность. По приведенным данным с помощью моделирования поверхности объекта сложной формы, изложенному в п.3.1, была построена аналогичная модель крылатой ракеты, представленная на рис. 2.27. Моделирование поверхности было осуществлено с помощью участков 12 эллипсоидов и 15 прямолинейных кромок.

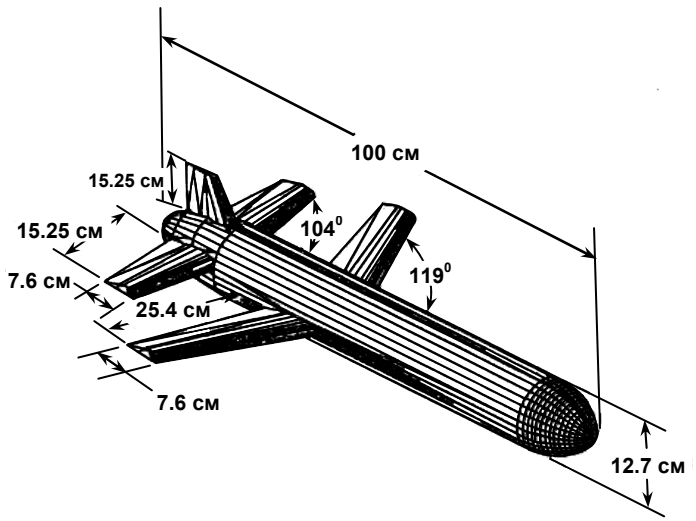


Рис. 2.26. Модель крылатой ракеты Boeing Aerospace

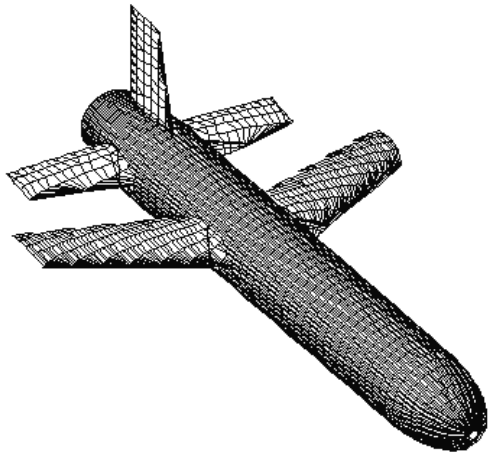


Рис. 2.27. Модель крылатой ракеты, использованная при математическом моделировании

На рис. 2.28, 2.29 приведены результаты расчета ЭПР модели крылатой ракеты с помощью предложенного в данном разделе метода (черная линия) и измеренные ЭПР (серая линия), полученные в Boeing Aerospace для аналогичной модели.

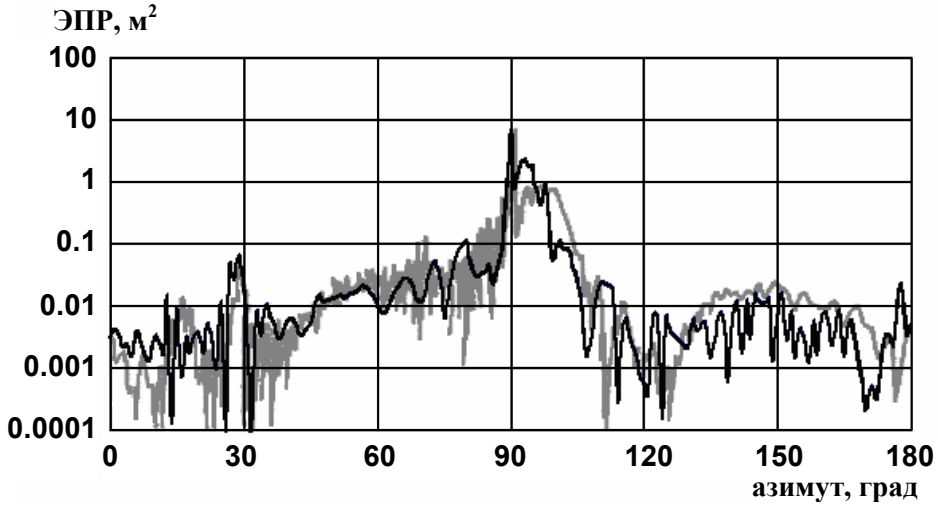


Рис. 2.28. Зависимости расчетной и измеренной ЭПР крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла и вертикальной поляризации

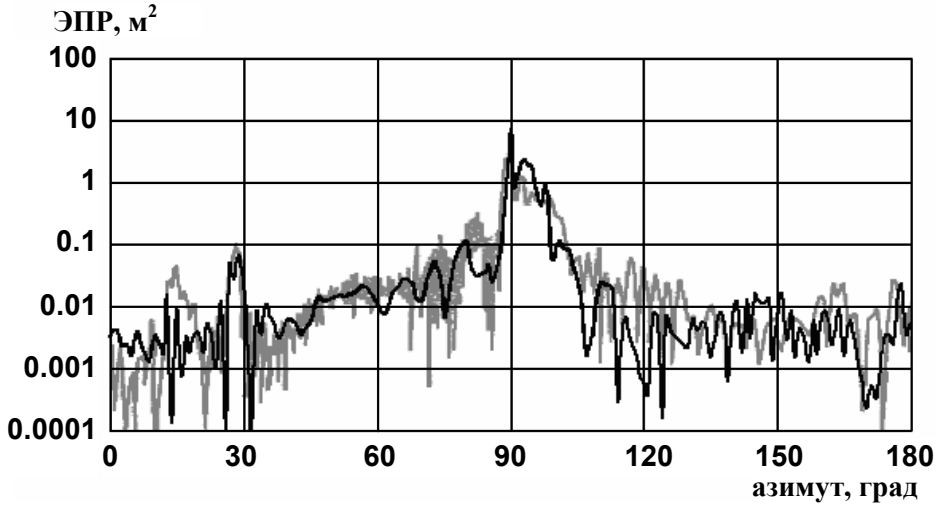


Рис. 2.29. Зависимости расчетной и измеренной ЭПР крылатой ракеты от азимута при зондировании под углом –10,5° к плоскости крыла (зондирование из нижней полусферы) и горизонтальной поляризации

Анализ приведенных зависимостей показывает достаточно хорошее согласование результатов математического и физического моделирования. Имеющиеся несовпадения (например, при азимутах больше 100°) можно объяснить неполным соответствием между реальным макетом и моделью, созданной для математического моделирования, особенно в области хвостового оперения и законцовки фюзеляжа крылатой ракеты. На схожие факторы указывается и в [41] как на причину различий между результатами эксперимента и результатами расчета ЭПР по программе RECOTA.

Необходимо отметить, что результаты математического моделирования характеристик рассеяния модели крылатой ракеты, полученные с помощью предложенного метода расчета, также весьма хорошо соответствуют результатам расчета ЭПР по программе RECOTA. Это является косвенным подтверждением адекватности предложенного метода реальным физическим процессам рассеяния электромагнитных волн объектами сложной формы.

2.2.6. Снижение средней ЭПР объекта сложной формы за счет оптимального распределения ограниченного количества РПМ на его поверхности

Существенный вклад в значение ЭПР объекта сложной формы вносят участки локального рассеяния на гладких выпуклых элементах поверхности [32, 33]. В целях маскировки именно эти участки поверхности объектов сложной формы покрывают РПМ. РПП обычно имеет довольно значительные вес и стоимость. В связи с этим возникает задача наиболее эффективного расположения РПМ на поверхности объекта с целью снижения ЭПР для определенных ракурсов облучения и приема при ограничении на количество используемого РПМ.

В данном подразделе предлагается метод покрытия поверхности объекта сложной формы РПМ, позволяющий заметно снизить среднюю ЭПР объекта в заданном диапазоне направлений облучения и приема при ограничении на площадь поверхности, снабженной РПП. Указанный квазиоптимальный выбор нанесения РПП осуществляется путем решения некоторой задачи целочисленного линейного программирования. Также приводятся результаты оптимизации нанесения РПП для упрощенной модели самолета и оценивается выигрыш в ЭПР модели для различных секторов облучения и приема.

Конструкционные особенности объекта и технология нанесения РПМ определяют разбиение поверхности на ряд участков, каждый из которых либо снабжен РПП, либо является идеально проводящим. При этом ЭПР объекта (некогерентная) приближенно может быть представлена в виде суммы парциальных ЭПР указанных участков

$$\sigma(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i(\theta), \qquad (2.83)$$

где N – количество участков разбиения поверхности объекта, θ –

угол облучения или приема, функцией которого является ЭПР. Поскольку в конечном итоге нас будут интересовать значения ЭПР объекта, усредненные в некотором диапазоне углов облучения или приема, то приближенное представление ЭПР формулой (2.83) вполне приемлемо для проведения расчетов. При этом для расчета парциальных ЭПР отдельных участков использован метод, предложенный в п. 2.2.1.

Введем среднюю ЭПР всего объекта и среднюю ЭПР i-го участка поверхности для диапазона углов $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$:

$$\overline{\sigma} = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sigma(\theta) d\theta , \tag{2.84}$$

$$\overline{\sigma}_i = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sigma_i(\theta) d\theta . \tag{2.85}$$

Проведя усреднение в указанном диапазоне для соотношения (2.83), получим

$$\overline{\sigma} = \sum_{i=1}^{N} \overline{\sigma}_i . \tag{2.86}$$

Именно сумму парциальных ЭПР отдельных участков поверхности (2.86), усредненных в конечном диапазоне углов облучения или приема, и будем минимизировать. Введем обозначения для ЭПР i-го участка поверхности объекта сложной формы: $\overline{\sigma}_{i1}$ – средняя ЭПР i-го участка в случае идеально проводящей поверхности в указанном диапазоне углов, $\overline{\sigma}_{i2}$ – средняя ЭПР этого же участка в случае использования на его поверхности РПМ. В таком случае для ЭПР объекта сложной формы, полностью покрытого РПМ, можно записать

$$\overline{\sigma}_2 = \sum_{i=1}^{N} \overline{\sigma}_{i2} \, . \tag{2.87}$$

Вычитая (2.87) из (2.86), получим:

$$\overline{\sigma} - \overline{\sigma}_2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\overline{\sigma}_i - \overline{\sigma}_{i2} \right) = \sum_{i=1}^{N} \kappa_i \left(\overline{\sigma}_{i1} - \overline{\sigma}_{i2} \right) = \sum_{i=1}^{N} \kappa_i \Delta\sigma_i \, . \tag{2.88}$$

Здесь κ_i – целочисленный коэффициент, равный нулю, если i-ый участок поверхности объекта покрыт РПМ, и единице, если этот участок идеально проводящий.

Пусть S_0 – максимально возможная площадь поверхности объекта, допускающая покрытие РПМ, S – полная площадь поверхности объекта $\left(S_0 < S \right)$, причем

$$S = \sum_{i=1}^{N} S_i \, . \tag{2.89}$$

Запишем ограничение на площадь используемого РПП с помощью $\kappa_i (i = 1,...,N)$:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(1 - \kappa_i \right) S_i \le S_0 \tag{2.90}$$

или

$$\sum_{i=1}^{N} \kappa_i S_i \ge S - S_0 \, . \tag{2.91}$$

Решение задачи квазиоптимального размещения РПМ на поверхности объекта свелось к задаче целочисленного программирования – нахождению набора бинарных коэффициентов κ_i, минимизирующего выражение (2.88) и удовлетворяющего ограничительному условию (2.91). Решение указанной задачи целочислен-

ного линейного программирования может быть проведено одним из стандартных методов, например, аддитивным алгоритмом либо методом ветвей и границ [56].

В качестве иллюстрации применения метода была использована упрощенная модель самолета (рис. 2.30), состоящая из четырех трехосных эллипсоидов. Размеры полуосей эллипсоидов: фюзеляж – $a = 1{,}25$ м, $b = 1{,}25$ м, $c = 9$ м; крылья – $a = 0{,}5$ м, $b = 11$ м, $c = 2$ м; горизонтальный стабилизатор – $a = 0{,}3$ м, $b = 3$ м, $c = 1$ м; вертикальный стабилизатор – $a = 3$ м, $b = 0{,}3$ м, $c = 1$ м. Центры эллипсоидов фюзеляжа и крыльев совмещены и смещены относительно центров эллипсоидов стабилизаторов на расстояние 7,6 м.

ЭПР модели рассчитывалась при частоте зондирующего сигнала 10 ГГц. При расчетах использован РПМ толщиной 1,3 мм с относительными проницаемостями $\varepsilon_1' = 20 + j\,0{,}1$, $\mu_1' = 1.35 + j\,0{,}8$. Данный материал обеспечивает снижение коэффициента отражения проводящей пластины на 15 дБ при нормальном падении и зондирующем сигнале с указанной частотой.

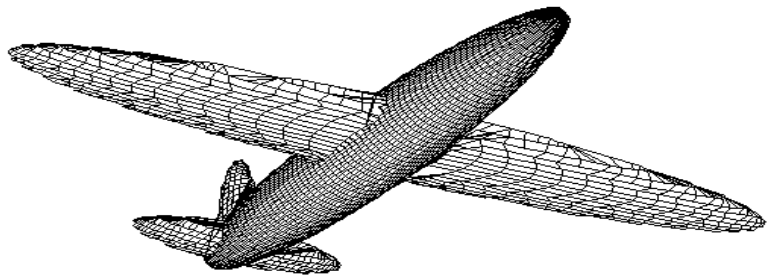


Рис. 2.30. Модель самолета

Для оценки ЭПР частично покрытой модели самолета поверхность объекта была разбита на 140 частей с площадями от 0,3 до 4,5 м^2. Были получены значения средних парциальных ЭПР для каждого участка поверхности при наличии и отсутствии РПМ для различных диапазонов углов облучения и приема.

На рис. 2.31 представлена зависимость средней ЭПР модели самолета от площади оптимально использованного РПМ для азимута –10°…+10° относительно оси самолета и углов места 0°…–8° относительно плоскости крыла (совмещенный прием при облучении из нижней полусферы).

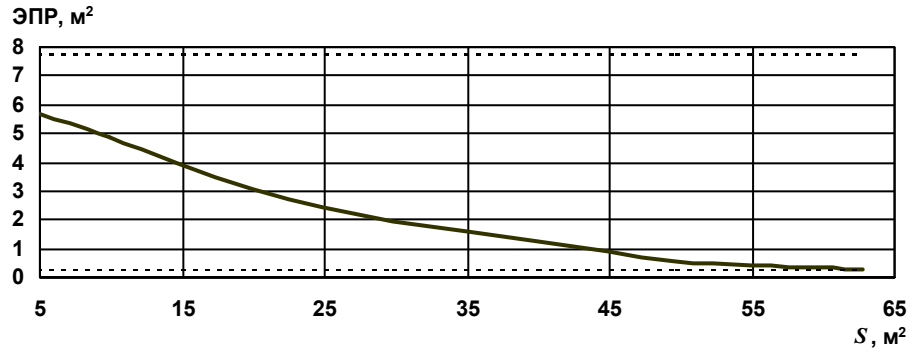


Рис. 2.31. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при совмещенном приеме

На рис. 2.32 приведена аналогичная зависимость средней ЭПР для разнесенного приема при лобовом зондировании и бистатическом угле, изменяющемся в области: по азимуту –10°…+10° и по углу места 0°…–8°. Значение средней ЭПР при разнесенном приеме снижается быстрее чем при совмещенном приеме.

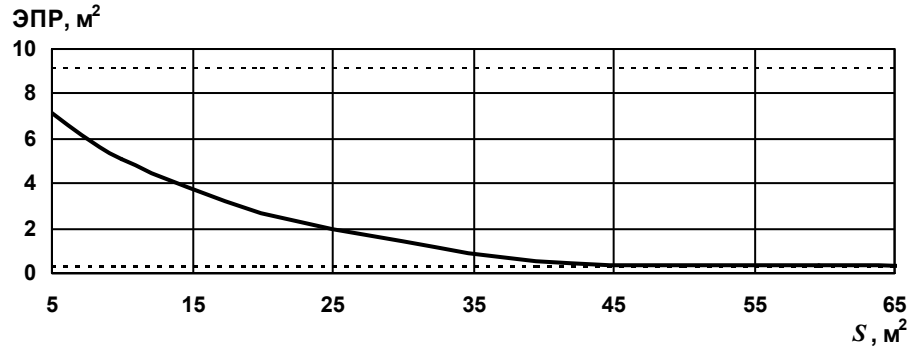


Рис. 2.32. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при разнесенном приеме

Очевидно, это связано с меньшими перемещениями локальных центров рассеяния на поверхности объекта и, соответственно, несколько иным оптимальным распределением РПМ на поверхности самолета. Приемлемые значения ЭПР достигаются при оптимальном покрытии РПМ всего лишь 20–25% поверхности модели.

Результаты, аналогичные приведенным выше, но полученные при большем телесном угле усреднения, представлены на рис. 2.33, 2.34 соответственно для совмещенного и разнесенного приема.

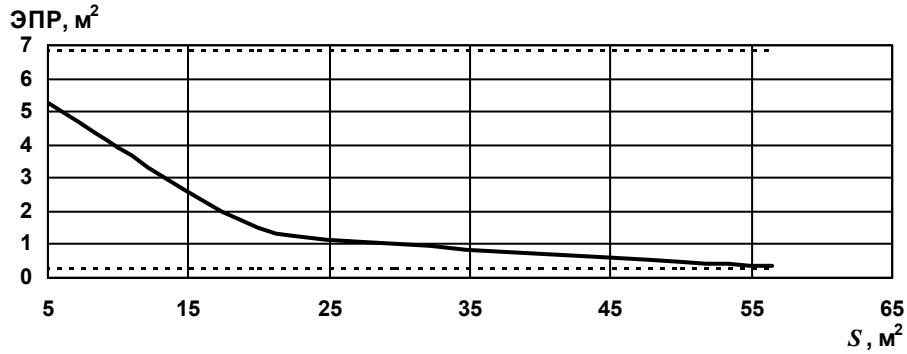


Рис. 2.33. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при совмещенном приеме и большем телесном угле усреднения

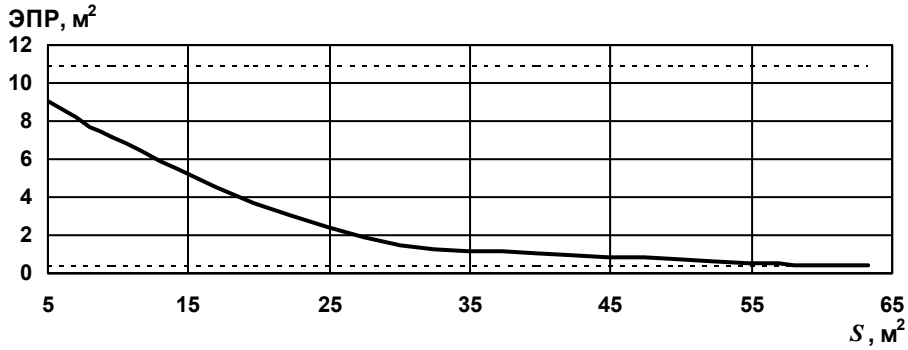
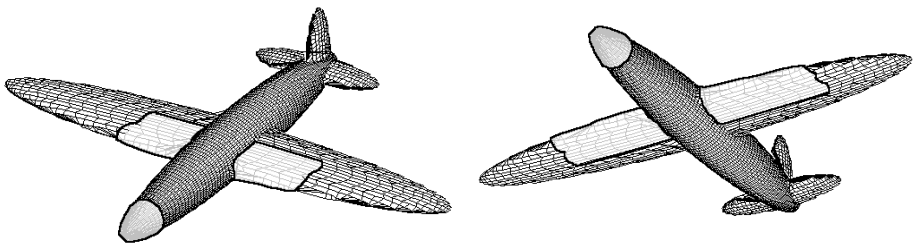


Рис. 2.34. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при разнесенном приеме и большем телесном угле усреднения

В этом случае усреднение по азимуту проводилось в диапазоне углов –20°…+20°, а по углу места – 0°…–20°. Необходимо отметить, что при площади РПМ 50...60 м^2 оптимальное размещение позволяет получить ЭПР, практически равную ЭПР полностью покрытой модели.

В качестве примера квазиоптимального размещения РПМ рассмотрим распределение покрытия по поверхности самолета в двух случаях. На рис. 2.35 представлено оптимальное распределение РПМ для усреднения ЭПР при совмещенном приеме в диапазоне изменения азимута –5°…+5° и угла места –3°…+3°. Вид самолета из верхней полусферы представлен на рис. 2.35а, вид из нижней полусферы – на рис. 2.35б. Места размещения РПМ показаны серым цветом и обведены рамкой.



а б

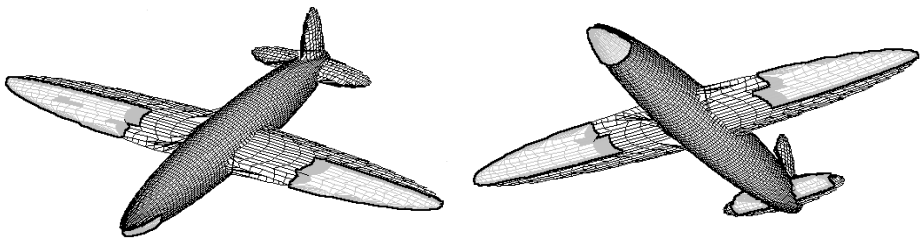
Рис. 2.35. Оптимальное распределение для усреднения ЭПР при совмещенном приеме в диапазоне изменения азимута –5°…+5° и угла места –3°…+3°

Площадь РПМ – 40м^2. ЭПР самолета с таким расположением РПМ для лобового ракурса составляет 0,68м^2 при ЭПР полностью покрытой модели 0,26м^2, а идеально проводящей 8,11м^2.

На рис. 2.36 представлено оптимальное распределение РПМ для усреднения ЭПР при совмещенном приеме в диапазоне изменения азимута –20°…+20° и угла места 0°…–20°.

Площадь РПМ также составляет 40 м^2. Средняя ЭПР самолета в заданном телесном угле с таким расположением РПМ

составляет 0,74 м^2 при ЭПР полностью покрытой модели 0,23 м^2, а идеально проводящей – 6,81 м^2. Анализ рисунков показывает существенное отличие между вариантами оптимального распределения ограниченного количества РПМ для двух различных диапазонов углов облучения самолета.



а б

Рис. 2.36. Оптимальное распределение для усреднения ЭПР в диапазоне изменения азимута –20°…+20° и угла места 0°…–20°

Предложенный метод оптимизации использования РПМ на поверхности объекта сложной формы является простым и легко реализуемым в виде алгоритмов и программ для ЭВМ. С его помощью получена приближенная оценка снижения ЭПР в конечных диапазонах изменения ракурсов облучения и приема при оптимальном использовании РПМ на части поверхности объекта. Можно сделать вывод, что для широкого диапазона ракурсов можно достичь существенного снижения ЭПР, использовав РПМ только на 20–25% поверхности модели.

2.3. Метод расчета характеристик рассеяния наземных объектов сложной формы

Предлагаемый метод основывается на методе расчета характеристик рассеяния уединенного объекта, представленном в подразделе 2.1, но дополнительно позволяет учитывать наличие и

влияние подстилающей поверхности с заданными электромагнитными характеристиками. Из-за наличия границы раздела "воздух-земля" на поверхности объекта возникают две взаимно-пересекающиеся освещенные области, первая из которых вызвана прямой волной, падающей из точки облучения, а вторая – волной, отраженной от земной поверхности. Полученные интегральные представления позволяют указать на 4 главных пути распространения электромагнитных волн в описываемой системе (рис. 2.44): "передатчик-объект-приемник", "передатчик-объект-земля-приемник", "передатчик-земля-объект-земля-приемник", "передатчик-земля-объект-приемник". Для наземных объектов метод также позволяет рассчитывать характеристики рассеяния при наличии радиопоглощающих покрытий и изломов поверхности.

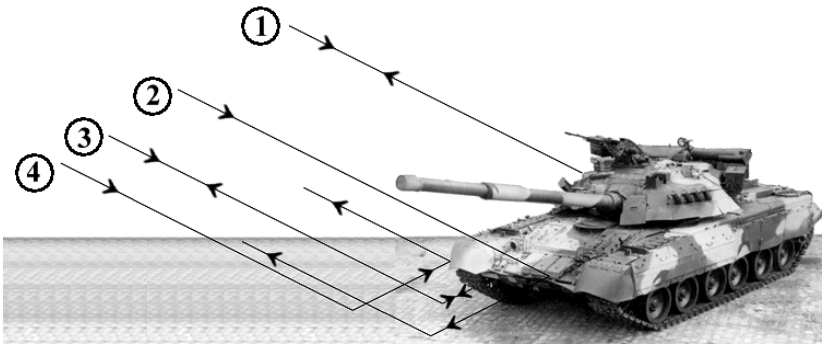


Рис. 2.44. Главные пути распространения электромагнитных волн при зондировании наземного объекта

2.3.1. Рассеяние плоской электромагнитной волны на идеально проводящем объекте, находящемся вблизи границы однородного полупространства

Ниже предлагается приближенная методика расчета характеристик обратного рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально проводящем объекте больших электрических размеров (и малых кривизн), который находится вблизи границы однородного полупространства (возможно, с комплексными параметрами).

Актуальность такой постановки задачи обусловлена, в частности, необходимостью получения априорной информации о характеристиках вторичного излучения наземных объектов в интересах решения задачи их локального обнаружения и распознавания.

Методика основана на получаемых из леммы Лоренца интегральных представлениях полей, учитывающих электродинамические взаимодействия между идеально проводящим рассеивателем и границей однородного полупространства.

Для расчетов вторичного излучения объекта, находящегося вблизи подстилающей поверхности, необходимо учитывать взаимное влияние этих объектов между собой, т.е. следует рассматривать систему "идеально проводящий объект – полупространство с параметрами земли" (рис. 2.45) с учетом внутрисистемных взаимодействий.

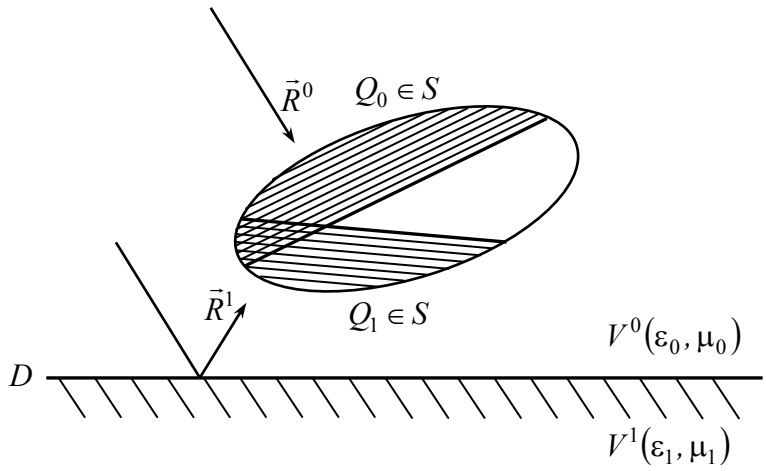


Рис. 2.45. Система "объект - земля"

Для учета влияния подстилающей поверхности необходимо рассматривать четыре указанных выше наиболее существенных пути распространения электромагнитной волны. Многократными переотражениями, как эффектами второго порядка малости, в первом приближении можно пренебречь.

Пусть $\vec{\mathscr{E}}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$, $\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$ – поле, порожденное точечным диполем, расположенным в точке x_0 с вектор-моментом $\vec{p}$ в присутствии полупространства V^1. Поле $\vec{\mathscr{E}}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$, $\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$ удовлетворяет системе уравнений Максвелла:

$$\left.\begin{aligned} rot\vec{\mathscr{E}} &= j\omega\mu_0\vec{\mathscr{H}} \\ rot\,\vec{\mathscr{H}} &= -j\omega\varepsilon\vec{\mathscr{E}} - j\omega\vec{p}\,\delta(\vec{x}-\vec{x}_0) \end{aligned}\right\}, \qquad (2.92)$$

где $\varepsilon=\begin{cases}\varepsilon_0,\ x_0\in V^0,\\ \varepsilon_1,\ x_0\in V^1.\end{cases}$

Отметим, что если основная часть спектра зондирующего сигнала расположена выше 50 МГц, то дисперсионными свойствами среды с параметрами земли можно пренебречь [57].

Система уравнений (2.92) дополняется граничными условиями на поверхности раздела сред D:

$$\vec{\mathscr{E}}^{+T} = \vec{\mathscr{E}}^{-T}; \qquad \vec{\mathscr{H}}^{+T} = \vec{\mathscr{H}}^{-T}. \qquad (2.93)$$

Рассмотрим поле $\vec{E}(\vec{x})$, $\vec{H}(\vec{x})$, порожденное заданным распределением объемной плотности тока $\vec{J}$ в V^0 при наличии полупространства V^1 и идеально проводящего рассеивателя S. Для этого случая уравнения Максвелла будут иметь следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} rot\vec{E} &= j\omega\mu_0\,\vec{H} \\ rot\vec{H} &= -j\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J} \end{aligned}\right\}. \qquad (2.94)$$

Отметим, что границей области V^0 является $D\bigcup S$ (рис. 2.45). Граничные условия на поверхности раздела сред D

$$\vec{E}^{+T} = \vec{E}^{-T}, \qquad \vec{H}^{+T} = \vec{H}^{-T} \qquad (2.95)$$

дополняются требованием равенства нулю тангенциальной

составляющей электрической напряженности на поверхности S:

$$\vec{E}^T\Big|_S = 0\,. \tag{2.96}$$

Применим лемму Лоренца к полям $\vec{E}(\vec{x})$, $\vec{H}(\vec{x})$ и $\vec{\mathscr{E}}(\vec{x}\,|\,\vec{x}_0,\vec{p})$, $\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}\,|\,\vec{x}_0,\vec{p})$ в области V^0 при условии $x_0 \in V^0$:

$$\int_D \left(\vec{E}^{-T}\cdot\vec{\mathscr{H}}^{-\perp} - \vec{\mathscr{E}}^{-T}\cdot\vec{H}^{-\perp}\right)dl - \int_S \vec{\mathscr{E}}^{-T}\cdot\vec{H}^{-\perp}dS = $$
$$= -\int_{V^0}\left(j\omega\delta(\vec{x}-\vec{x}_0)\vec{p}\cdot\vec{E} + \vec{J}\cdot\vec{\mathscr{E}}\right)dv \tag{2.97}$$

и на основании принципа суперпозиции, используя фильтрующее свойство δ – функции, получим

$$j\omega\vec{p}\left(\vec{E}(\vec{x}_0) - \vec{\mathscr{E}}(\vec{x}_0)\right) = \int_S \vec{\mathscr{E}}^T\cdot\vec{H}^{\perp}(\vec{x})ds - \int_D\left(\vec{E}^{-T}\cdot\vec{\mathscr{H}}^{-\perp} - \vec{\mathscr{E}}^{-T}\cdot\vec{H}^{-\perp}\right)dl\,, \tag{2.98}$$

где $\vec{\mathscr{E}}(\vec{x}_0)$ – поле, порожденное в полупространстве V^0 заданным распределением сторонних токов $\vec{J}$ в отсутствие рассеивателя S.

Применив лемму Лоренца к тем же полям в области V^1, можно получить

$$\int_D\left(\vec{E}^{+T}\cdot\vec{\mathscr{H}}^{+\perp} - \vec{\mathscr{E}}^{+T}\cdot\vec{H}^{+\perp}\right)dl = 0\,. \tag{2.99}$$

Здесь $\vec{A}^T = \vec{A} - \vec{n}\left(\vec{A}\cdot\vec{n}\right)$, $\vec{B}^{\perp} = \left(\vec{n}\times\vec{B}\right)$, $\vec{n}$ – орт нормали к соответствующей границе.

Складывая почленно соотношения (2.98) и (2.99) и учитывая граничные условия (2.93), (2.95), (2.96), можно получить следующее интегральное представление:

$$j\omega\vec{p}\cdot\left(\vec{E}(\vec{x}_0) - \vec{\mathscr{E}}(\vec{x}_0)\right) = \int_S \vec{\mathscr{E}}(\vec{x}\,|\,\vec{x}_0,\vec{p})\cdot\vec{H}^{\perp}(x)\,dS\,. \tag{2.100}$$

Пусть вектор $\vec{x}_0$ имеет направление на источник излучения $-\vec{R}^0$ и по длине равен r:

$$\vec{x}_0 = -r\vec{R}^0. \tag{2.101}$$

Устремив $r \to \infty$, представим (2.100) в следующем виде:

$$j\omega\vec{p}\cdot\left(\vec{E}\left(\vec{R}^0\right)-\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{R}^0\right)\right)=\int_S \vec{\mathscr{E}}^T\left(x|\vec{R}^0,\vec{p}\right)\cdot\vec{H}^{\perp}(x)\,dS, \tag{2.102}$$

где $\vec{\mathscr{E}}^T\left(x|\vec{R}^0,\vec{p}\right)$ – поле, порожденное плоской волной

$$\vec{\mathscr{E}}_0\left(x|\vec{R}^0,\vec{p}\right)=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\vec{p}^{\,0}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)\cdot\Omega(k_0r), \tag{2.103}$$

$$\Omega(k_0r)=\frac{1}{4\pi}\frac{exp\left(jk_0r\right)}{r},\ \vec{p}^{\,0}=\vec{p}-\vec{R}^0\left(\vec{p}\cdot\vec{R}^0\right),$$

распространяющейся в направлении $\vec{R}^0$, при наличии лишь полупространства V^1 (при отсутствии рассеивателя S); $\vec{E}\left(\vec{R}^0\right)$, $\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{R}^0\right)$ – диаграммы вторичного обратного рассеяния рассматриваемой системы при наличии и отсутствии рассеивателя S, соответственно.

Выражение для падающей плоской волны (2.103) получено в результате предельного перехода к вектор-функции

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p}\right)=\frac{1}{\varepsilon_0}\left[\vec{\nabla}\left(\vec{p}\vec{\nabla}g\right)+k_0^2\vec{p}\,g\right],\ \left(g\left(\vec{x},\vec{x}_0\right)=\frac{exp\left(jk_0\left|\vec{x}-\vec{x}_0\right|\right)}{4\pi\left|\vec{x}-\vec{x}_0\right|}\right),$$

выражающей поле электрического диполя, расположенного в свободном пространстве и локализованного в точке $x_0 \in V^0$ при удалении x_0 в бесконечность. При этом используется асимптотическое разложение функции $g\left(\vec{x},\vec{x}_0\right)$ при $r\to\infty$:

$$g(\vec{x},\vec{x}_0)\sim k_0\Omega(k_0 r)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right).$$

В общем случае плоская волна (2.103) падает наклонно на границу раздела сред D. В этой ситуации отраженное поле в направлении $-\vec{R}^0$ можно положить равным нулю. Таким образом, выражение для поля над поверхностью D в отсутствие рассеивателя S можно записать в виде:

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x}\,|\,\vec{R}^0,\vec{p}\,\right)=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\cdot$$

$$\cdot\left[\vec{p}^{\,0}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)+\vec{p}^{\,1}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)\right]\Omega(k_0x_0), \qquad (2.104)$$

где $\vec{R}^1=\vec{R}^0-2\vec{n}\left(\vec{R}^0\cdot\vec{n}\right)$ – направление распространения отраженной от плоскости D волны, $\vec{p}^{\,1}$ – векторный коэффициент отражения от подстилающей поверхности, рассчитываемый с помощью выражений (2.12), (2.13) по методике, приведенной в [28].

Таким образом, будем считать, что поверхность S облучается, во-первых, исходной плоской волной, распространяющейся в направлении $\vec{R}^0$ и, во-вторых, волной, переотраженной плоскостью D.

При этом необходимо учитывать фазовые набеги, связанные с отражением от границы D. Пусть в некоторой системе координат $Ox_1x_2x_2$ точка M на поверхности объекта имеет радиус-вектор $\vec{x}$ и пусть точка A – точка зеркального отражения на плоскости D, отраженный луч из которой проходит через точку M на S (рис. 2.46).

Плоскость D описывается равенством

$$\left(\vec{x}\cdot\vec{n}\right)+h=0\,, \qquad (2.105)$$

где h – расстояние от плоскости D до начала координат вдоль

направления орта нормали $\vec{n}$ к плоскости D; $\vec{x}$ – радиус-вектор точки плоскости.

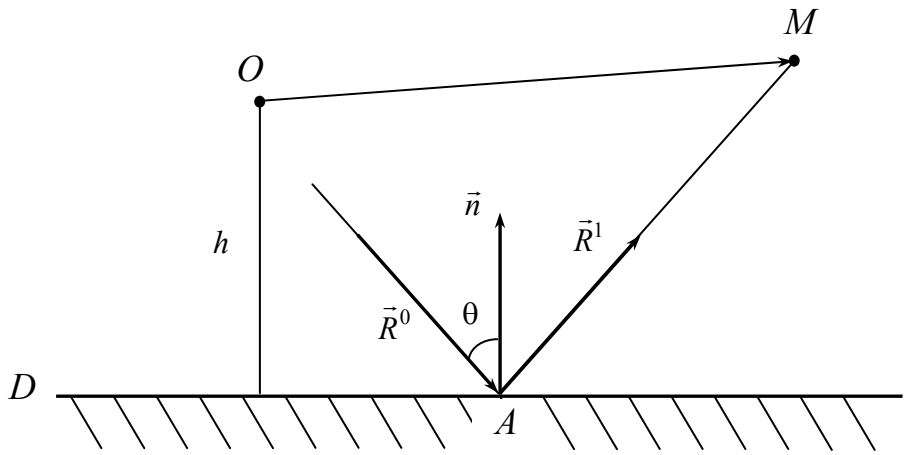


Рис. 2.46. К вопросу отражения падающей волны от подстилающей поверхности

Введем обозначения $\vec{a}=\vec{OA}=\vec{x}-\rho\vec{R}^1$, $\vec{\xi}=\vec{AM}=\vec{x}-\vec{a}=\rho\vec{R}^1$, где значение ρ определяется из условия принадлежности точки A плоскости D:

$$\rho=\frac{(\vec{x}\cdot\vec{n})+h}{(\vec{R}^1\cdot\vec{n})}. \qquad (2.106)$$

Тогда падающая волна (2.103) может быть представлена в виде

$$\vec{\mathcal{E}}_0(\vec{x}\,|\,\vec{R}^0,\vec{p})=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\vec{p}^{\,0}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\left(\vec{a}+\vec{\xi}\right)\right)\right)\Omega(k_0x_0)=$$

$$=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Omega(k_0x_0)\vec{p}^{\,0}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{a}\right)\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\xi}\right)\right)=\hat{\vec{p}}^{\,0}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\xi}\right)\right),$$

а волна, отраженная от плоскости D, соответственно,

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x}|\vec{R}^1,\vec{p}^1\right)=\hat{\vec{p}}^1 exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1\cdot\vec{\xi}\right)\right)=$$

$$=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Omega(k_0x_0)\vec{p}^1 exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{a}\right)\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1\cdot\vec{\xi}\right)\right)=$$

$$=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Omega(k_0x_0)\vec{p}^1 exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\vec{a}+\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right).$$

Таким образом, полное поле в точке $\vec{x}$ поверхности объекта S с учетом фазовых набегов, вызванных отражением первичной волны от плоскости D, можно переписать в виде

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x}|\,\vec{R}^0,\vec{p}\right)=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Omega(k_0r)\times$$

$$\times\left[\vec{p}^0 exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)+\vec{p}^1 exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{a}+\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)\right]. \qquad (2.107)$$

Тогда из (2.103) с учетом (2.107) получаем

$$\vec{p}\vec{E}\left(\vec{R}^0\right)=-\,j\Omega(k_0r)k_0^2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\int_S\left[\vec{p}^0 exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)+\right.$$

$$\left.+\vec{p}^1 exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{a}+\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)\right]H^{\perp}\left(\vec{x}\right)dS. \qquad (2.108)$$

Отметим, что $\vec{H}^{\perp}\left(\vec{x}\right)$ – плотность поверхностного тока на S, порожденная распространяющейся в направлении $\vec{R}^0$ плоской волной в присутствии границы D полупространства V^1. Наличие в рассматриваемой системе полупространства V^1 приводит к тому, что на поверхность объекта S дополнительно падает волна, отраженная от поверхности D и распространяющаяся в направлении $\vec{R}^1$. Поэтому на поверхности объекта локализуются две взаимнопересекающиеся (в общем случае) "освещенные" области Q_0 и Q_1 (рис. 2.45). В приближении физической оптики плотность

поверхностного тока на гладкой части поверхности S можно представить в виде:

$$\vec{H}^{\perp}(\vec{x})=\begin{cases}2\vec{n}_S\times\vec{H}_1^0,\ \vec{x}\in Q_0,\\ 2\vec{n}_S\times\vec{H}_2^0,\ \vec{x}\in Q_1,\end{cases} \tag{2.109}$$

где

$$\vec{H}_1^0=\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^0\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right),$$

$$\vec{H}_2^0=\left(\vec{R}^1\times\vec{p}^1\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{a}\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right). \tag{2.110}$$

Таким образом, правую часть (2.108) можно представить в виде суммы четырех интегралов вида $\Gamma=\int\limits_Q f(\vec{x})exp\left(jk_0\Theta(\vec{x})\right)dS$:

$$\vec{p}\cdot\vec{E}\left(\vec{R}^0\right)=-jk_0\frac{exp(jk_0r)}{2\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\times$$

$$\times\left\{\int\limits_{Q_0}\vec{p}^0\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^0\right)\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)dS+\right.$$

$$+\int\limits_{Q_0}\vec{p}^1\,exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{a}-\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^0\right)\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)dS+$$

$$+\int\limits_{Q_1}\vec{p}^0\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\left(\vec{R}^1\times\vec{p}^1\right)\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{a}+\vec{R}^1\vec{x}\right)\right)dS+$$

$$\left.+\int\limits_{Q_1}\vec{p}^1\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{a}-\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\left(\vec{R}^1\times\vec{p}^1\right)\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}-\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)dS\right\}. \tag{2.111}$$

При этом интегрирование для первых двух интегралов проводится по "освещенной" области Q_0 , а для двух других интегралов – по "освещенной" области Q_1 .

Функции, соответствующие $f(\vec{x})$ и $\Theta(\vec{x})$ в каждом интеграле, являются медленно меняющимися. Подынтегральные же функции в (2.111) являются быстроосциллирующими и требуют применения кубатурных формул, описанных в п. 2.2.2.

Аналогичным образом может быть получена расчетная формула для поля, рассеянного локальными участками кромочного типа с учетом подстилающей поверхности. При этом используется решение задачи о бистатическом рассеянии на локальном участке рассеяния кромочного типа [30].

В п. 2.3.3 будет изложен метод оценки вклада кромочных локальных участков рассеяния с радиопоглощающими покрытиями в ЭПР наземного объекта с неидеально отражающей поверхностью.

Используя полученные значения полей, рассеянные гладкими и кромочными элементами поверхности, оценивается полное рассеянное поле объекта, расположенного вблизи подстилающей поверхности.

2.3.2. Характеристики рассеяния идеально проводящей модели наземного объекта

Для проверки работоспособности предложенной методики расчета было проведено математическое моделирование рассеяния плоской электромагнитной волны на модели танка (рис. 2.47), расположенного на поверхности земли.

Длина модели – 8 м, ширина 3 м, высота – 2 м. В качестве подстилающей поверхности использовался каштановый суглинок с эквивалентной сухой плотностью 1,2 г/см^2. Параметры сухой почвы (влажность 1%): $\varepsilon' = 3 + j0{,}38$, $\mu' = 1 + j0$; для влажной

(влажность 20%) почвы $\varepsilon' = 17 + j0{,}9$, $\mu' = 1 + j0$.

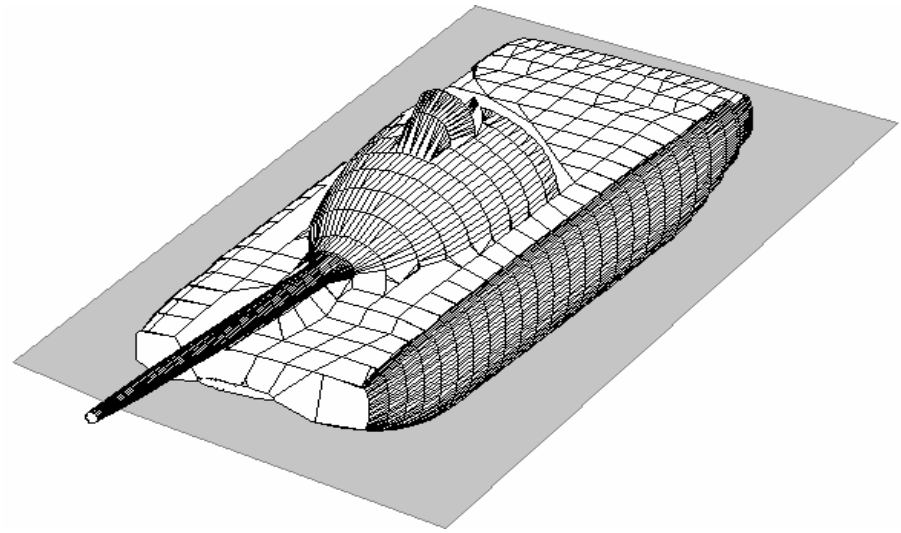


Рис. 2.47. Модель танка

Под углом места будем понимать угол между вектором направления зондирования и нормалью к подстилающей поверхности. При зондировании параллельно плоскости земли угол места равен 0°. Азимут зондирования отсчитывался от лобового направления.

Расчет ЭПР модели проводился в диапазоне азимутальных углов 0°...90°. Угол места 30°. Частота зондирующего сигнала 10 ГГц ($\lambda = 0{,}03$ м).

На рис. 2.48 изображены зависимости когерентной ЭПР идеально проводящей модели танка на сухой земле. ЭПР при горизонтальной поляризации изображена жирной линией, а ЭПР при вертикальной поляризации – тонкой линией. На рис. 2.49 изображены зависимости ЭПР модели танка на влажной земле.

Наибольшие значения ЭПР модели достигаются при лобовом и боковом зондировании независимо от типа почвы и поляризации зондирующего сигнала. ЭПР при вертикальной поляризации почти во всем диапазоне ракурсов зондирования ниже, чем ЭПР

при горизонтальной поляризации. Это объясняется меньшим вкладом подстилающей поверхности при вертикальной поляризации зондирующего сигнала. Локальные превышения ЭПР при вертикальной поляризации можно объяснить более сильным рассеянием на вертикальных кромочных локальных участках поверхности, чем на горизонтальных. При влажной земле ЭПР модели выше, чем при сухой. Это особенно заметно при горизонтальной поляризации зондирующего сигнала.

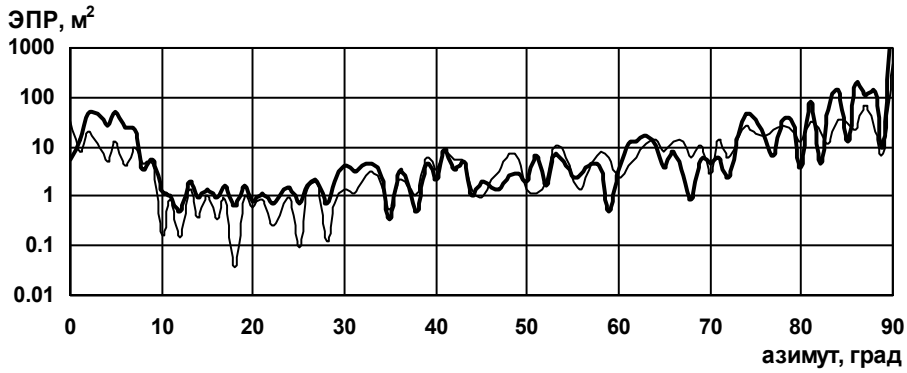


Рис. 2.48. Когерентная ЭПР модели танка на сухой земле

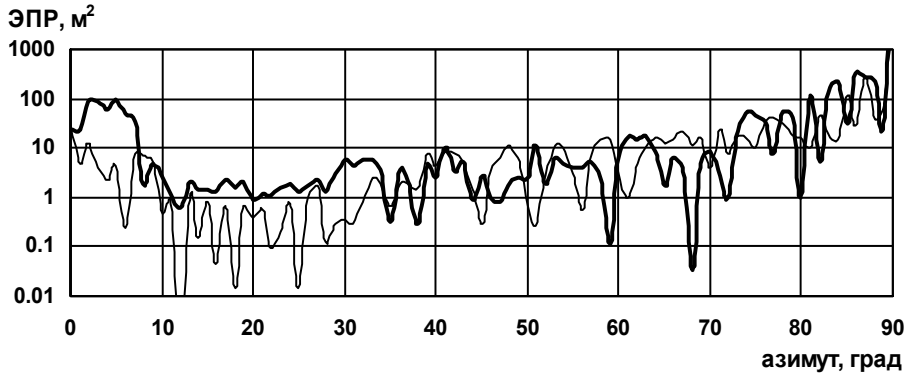


Рис. 2.49. Когерентная ЭПР модели танка на влажной земле

В рассматриваемом высокочастотном диапазоне ЭПР объекта, также как и рассеянное поле, является быстроосциллирующей функцией частоты.

При зондировании объектов реальными сигналами происходит усреднение ЭПР в частотном диапазоне, соответствующем ширине спектра зондирующего сигнала. Как показано на рис. 2.20 для получения устойчивых оценок ЭПР, необходимо провести усреднение этой величины в частотном диапазоне не менее 5 МГц. На рис. 2.50 приведены зависимости усредненной ЭПР модели при сухой земле, аналогичные представленным на рис. 2.48. Усреднение проводилось в диапазоне $f = 9.95...10.05$ ГГц по 50 значениям частоты. На рис.2. 51. приведены зависимости усредненной ЭПР модели при влажной земле, аналогичные представленным на рис. 2.49. ЭПР при горизонтальной поляризации приведена толстой линией, а ЭПР при вертикальной поляризации – тонкой линией.

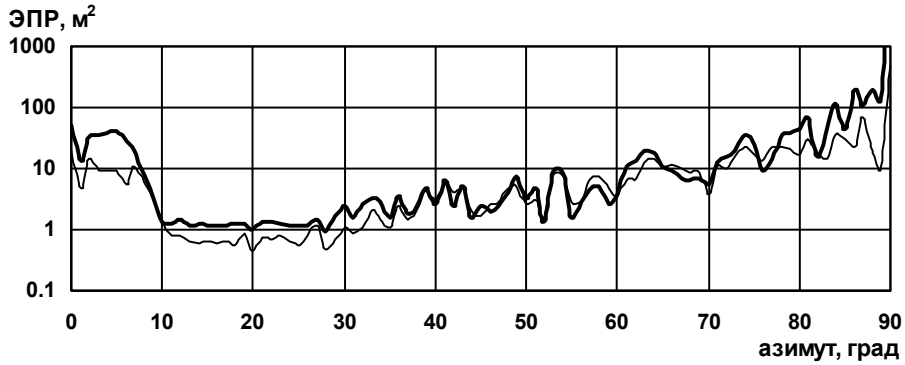


Рис. 2.50. Усредненная ЭПР модели танка на сухой земле

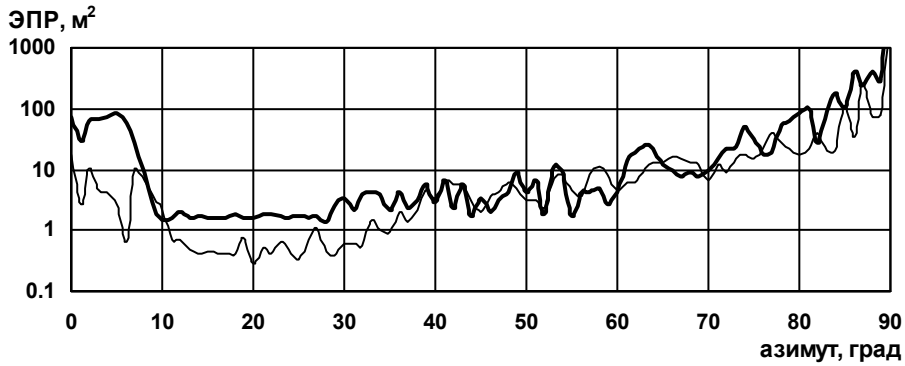


Рис. 2.51. Усредненная ЭПР модели танка на влажной земле

Графики, приведенные на рис. 2.50…2.51, являются более гладкими по сравнению с графиками на рис. 2.48…2.49. Это объясняется усреднением значений по частоте и снижением влияния когерентного сложения откликов от различных участков поверхности модели.

С целью уменьшения временных затрат при получении устойчивых оценок ЭПР были рассчитаны значения некогерентной ЭПР. На рис. 2.52 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на сухой земле. На рис. 2.53 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на влажной земле.

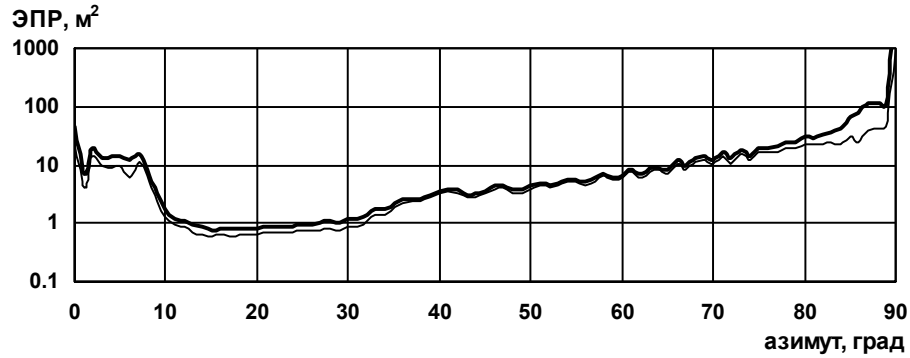


Рис. 2.52. Некогерентная ЭПР модели танка при сухой земле

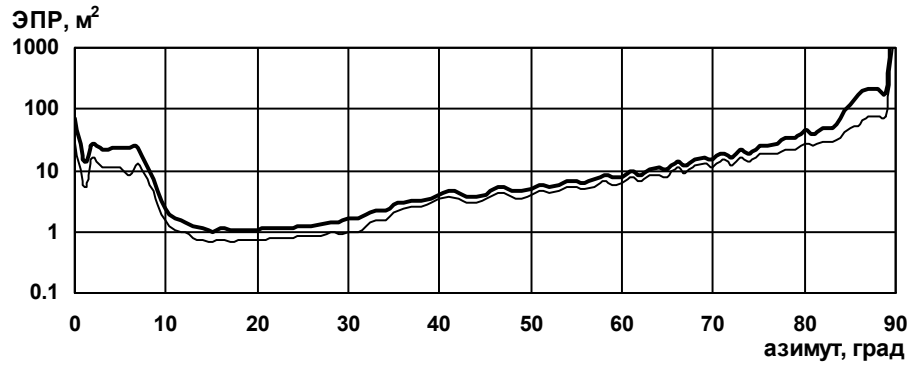
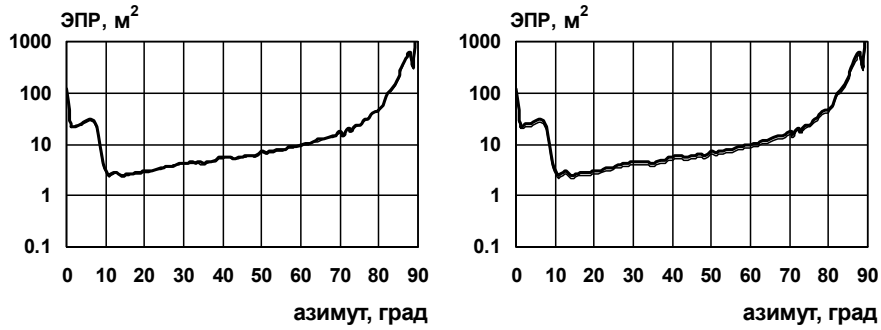


Рис. 2.53. Некогерентная ЭПР модели танка на влажной земле

Приведенные зависимости некогерентной ЭПР от азимута являются даже более гладкими, чем зависимости усредненной в

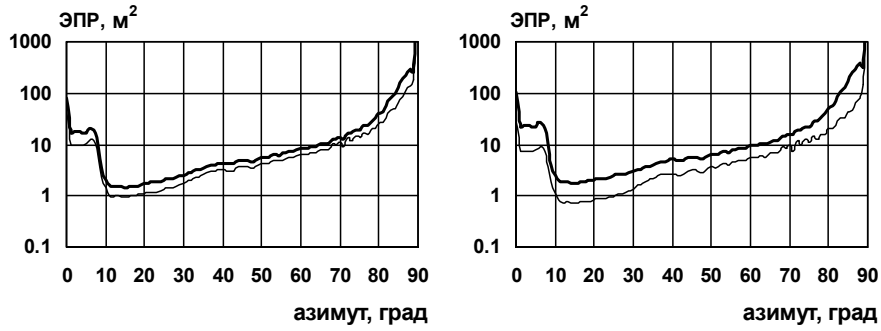
диапазоне частот ЭПР, приведенные на рис. 2.50…2.51. Значения некогерентной ЭПР являются хорошей и достаточно устойчивой оценкой ЭПР в определенном диапазоне зондирующих частот и ракурсов облучения цели. Также необходимо отметить, что значения некогерентной ЭПР получены при расчете на одной частоте, что существенно снижает временные затраты для получения конечного результата.

На рис. 2.54…2.56 представлены зависимости некогерентной ЭПР модели танка при различных углах места зондирования.



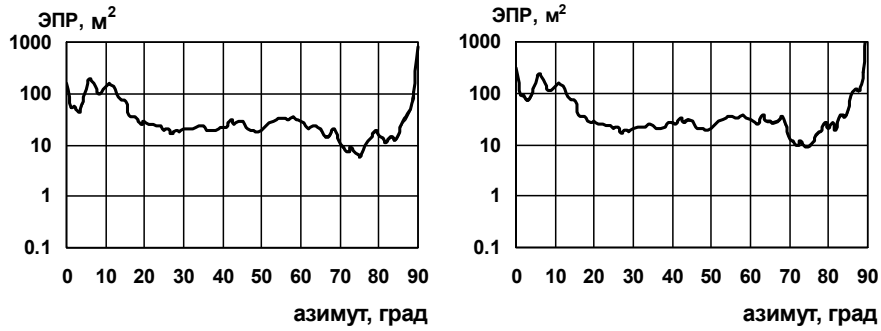
а б

Рис. 2.54. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 0° (а – сухая земля, б – влажная земля)



а б

Рис. 2.55. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 10° (а – сухая земля, б – влажная земля)



а б

Рис. 2.56. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 75° (а – сухая земля, б – влажная земля)

Приведенные графики показывают, что при зондировании вдоль поверхности земли нет разницы между ЭПР при вертикальной и горизонтальной поляризациями. Это происходит в силу того, что при направлениях зондирования, близких к касательным относительно поверхности земли, коэффициент отражения близок к единице при любой поляризации для всех рассматриваемых путей распространения падающей электромагнитной волны, а изломы поверхности исследуемого объекта в большинстве своем затенены либо не рассеивают в обратном направлении. При зондировании под углами места близкими к 90° значения ЭПР на горизонтальной и вертикальной поляризации также близки в силу того, что наибольший вклад в суммарное рассеяние вносит волна, распространяющаяся по пути "РЛС-объект-РЛС" без отражения от подстилающей поверхности. Наибольшие различия между значениями ЭПР на вертикальной и горизонтальной поляризациях имеет место при углах места 10° и 30° (рис. 2.53, 2.54, 2.55), когда различия между коэффициентами отражения от земной поверхности на разных поляризациях существенна. Именно поэтому для углов места 10° и 30° ЭПР модели танка на влажной земле выше, чем ЭПР модели на сухой земле. При малых или больших углах места влияние типа почвы на уровень ЭПР существенно ниже.

2.3.3. Метод расчета ЭПР наземного объекта с неидеально отражающей поверхностью

Предлагаемый метод основан на получаемых из леммы Лоренца интегральных представлениях полей, учитывающих электродинамические взаимодействия между рассеивателем и границей однородного полупространства. Кроме того, учитывается наличие неоднородностей (острые кромки и радиопоглощающие покрытия) на поверхности исследуемого объекта.

Рассмотрим падение плоской монохроматической волны (2.1) на неидеально отражающий наземный объект. Воспользовавшись леммой Лоренца [10], можно получить выражение для поля, рассеянного объектом с поверхностью S:

$$\vec{p}\cdot\vec{E}(x_0)=\frac{1}{j\omega}\int_S\left[\vec{H}^{\perp}(x)\cdot\vec{\mathscr{E}}(x\,|\,x_0,\vec{p})+\vec{E}^{\perp}(x)\cdot\vec{\mathscr{H}}(x\,|\,x_0,\vec{p})\right]dS_x\,, \quad (2.112)$$

где $\vec{\mathscr{E}},\vec{\mathscr{H}}(x\,|\,x_0,\vec{p})$ – поле электрического диполя, расположенного в точке x_0 с вектор-моментом $\vec{p}$ в присутствии границы D полупространства V^1 (рис. 2.45), $(\vec{E}^{\perp},\vec{H}^{\perp})$ – как и ранее, повернутые на 90° тангенциальные составляющие полного поля на поверхности объекта S. В частности, если неидеальность границы объекта связана с наличием эквидистантного радиопоглощающего слоя на идеально проводящей поверхности рассеивателя, то для нахождения поля $(\vec{E},\vec{H})$ можно воспользоваться решением модельной задачи, изложенным в подразделе 2.1. Отметим, что для случая обратного рассеяния $\vec{x}_0=-r\cdot\vec{R}^0$. Если $r\to\infty$, то выражение для поля диполя асимптотически можно представить в виде:

$$\vec{\mathscr{E}}(\vec{x}\,|\,\vec{x}_0,\vec{p})\sim\Omega(k_0r)\vec{\mathscr{E}}(\vec{x}\,|\,\vec{R}^0,\vec{p}),$$
$$\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}\,|\,\vec{x}_0,\vec{p})\sim\Omega(k_0r)\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}\,|\,\vec{R}^0,\vec{p}), \quad (2.113)$$

где

$$\Omega(k_0 r) = \frac{e^{jk_0 r}}{4\pi k_0 r}.$$

Поле $\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x} \mid \vec{R}_0, \vec{p}\right)$, $\vec{\mathscr{H}}\left(\vec{x} \mid \vec{R}_0, \vec{p}\right)$ порождено плоской волной

$$\vec{\mathscr{E}}_0\left(\vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) = {k_0}^2 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, \vec{p}^{\,\mathrm{T}}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right),$$
$$\vec{\mathscr{H}}_0\left(\vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) = -{k_0}^2 \omega \vec{p}^{\,\perp}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right), \qquad (2.114)$$

где $\vec{p}^{\,\perp} = \vec{R}^0 \times \vec{p}$, $\vec{p}^{\,\mathrm{T}} = \vec{p} - \vec{R}^0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{p}\right)$.

Следовательно, поле над поверхностью D в отсутствие рассеивателя S можно записать в виде

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) = k_0^2 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left[\vec{p}^{\,0} \exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{\,1} \exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{x}\right)\right)\right], \quad (2.115)$$

$$\vec{\mathscr{H}}\left(\vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) = -k_0^2 \omega \left[\vec{p}^{\,0\perp}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{\,1\perp}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{x}\right)\right)\right], \quad (2.116)$$

где $\vec{p}^{\,0\perp} = \vec{R}^0 \times \vec{p}^{\,0}$, $\vec{p}^{\,1\perp} = \vec{R}^1 \times \vec{p}^{\,1}$, $\vec{p}^{\,0} = \vec{p}^{\,\mathrm{T}}$, $\vec{p}^{\,1}$ – вектор, рассчитываемый с помощью выражений (2.12), (2.13).

Таким образом, так же как и в п. 2.3.1, будем считать, что поверхность S облучается, во-первых, исходной плоской волной, распространяющейся в направлении $\vec{R}^0$ и, во-вторых, волной переотраженной плоскостью D, распространяющейся в направлении $\vec{R}^1$, (рис. 2.45).

Учет фазовых набегов, связанных с отражением от границы D, происходит также как и для идеально проводящего объекта. Например, для электрической составляющей полного поля в точке $\vec{x}$ поверхности объекта S с учетом фазовых набегов, вызванных отражением первичной волны от плоскости D, можно записать:

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x}\mid\vec{R}^0,\vec{p}\right)=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Omega\left(k_0r\right)\times$$

$$\times\left[\vec{p}^{\,0}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)+\vec{p}^{\,1}\,exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}+\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)\right], \qquad (2.117)$$

где $\vec{c}=\vec{x}-\dfrac{\left(\vec{x}\cdot\vec{n}\right)+h}{\left(\vec{R}^1\cdot\vec{n}\right)}\vec{R}^1$, $\vec{n}$ – нормаль к поверхности D, h – расстояние от центра системы координат, связанной с объектом, до поверхности D (рис. 2.46). Аналогично с учетом фазовых набегов можно записать выражение для $\vec{\mathscr{H}}\left(\vec{x}\mid\vec{R}^0,\vec{p}\right)$.

Тогда, из (2.112), с учетом полученных выражений для $\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x}\mid\vec{R}^0,\vec{p}\right)$, $\vec{\mathscr{H}}\left(\vec{x}\mid\vec{R}^0,\vec{p}\right)$, можно записать выражение для полного поля, рассеянного в направлении $-\vec{R}^0$ (над поверхностью D), при наличии объекта S:

$$\vec{p}\cdot\vec{E}\left(\vec{R}^0\right)=-j\,k_0\,\Omega\left(k_0\,r\right)\times\int_S\left[\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\vec{p}^{\,0}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)+\right.\right.$$

$$+\vec{p}^{\,1}\,exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}+\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)\Big]\vec{H}^{\perp}\left(\vec{x}\right)+\left[\vec{p}^{\,0\perp}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)+\right.$$

$$\left.\left.+\vec{p}^{\,1\perp}\,exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}+\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)\right]\vec{E}^{\perp}\left(\vec{x}\right)\right]dS. \qquad (2.118)$$

Отметим, что $\vec{H}^{\perp}\left(\vec{x}\right)$ представляет собой эквивалентную плотность электрического тока на поверхности S неидеально отражающего объекта. Плотность поверхностного тока $\vec{H}^{\perp}\left(\vec{x}\right)$ порождена распространяющейся в направлении $\vec{R}^0$ плоской волной в присутствии границы D полупространства V^1 (рис. 2.45). В приближении физической оптики $\vec{H}^{\perp}\left(\vec{x}\right)$ для гладких участков поверхности S может быть представлена в виде

$$\vec{H}^{\perp}\left(\vec{x}\right)=\begin{cases}\vec{n}_S\times\vec{H}_1,\ \vec{x}\in Q_0,\\ \vec{n}_S\times\vec{H}_2,\ \vec{x}\in Q_1,\end{cases} \qquad (2.119)$$

где

$$\vec{H}_1 = \left(\vec{R}^0 \times \vec{p}^0\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right) + \left(\vec{R}^{01} \times \vec{p}^{01}\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^{01} \cdot \vec{x}\right)\right),$$

$$\vec{H}_2 = \left(\vec{R}^1 \times \vec{p}^1\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot \vec{c}\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{x}\right)\right) +$$

$$+ \left(\vec{R}^{11} \times \vec{p}^{11}\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot \vec{c}\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^{11} \cdot \vec{x}\right)\right). \qquad (2.120)$$

Здесь $\vec{n}_S$ – нормаль к поверхности S объекта; $\vec{R}^{01} = \vec{R}^0 - 2\vec{n}_S\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_S\right)$, $\vec{R}^{11} = \vec{R}^1 - 2\vec{n}_S\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{n}_S\right)$, $\vec{p}^{01}$, $\vec{p}^{11}$ – комплексные векторные коэффициенты отражения от неидеально отражающей поверхности объекта при облучении в направлениях $\vec{R}^0$ и $\vec{R}^1$, соответственно. Векторы $\vec{p}^{01}$ и $\vec{p}^{11}$ могут быть получены с помощью методики, изложенной в подразделе 2.1.1.

В выражении (2.112) $\vec{E}^{\perp}(\vec{x})$ представляет собой эквивалентную плотность магнитного тока на поверхности S. В приближении физической оптики $\vec{E}^{\perp}(\vec{x})$ можно представить в виде

$$\vec{E}^{\perp}(\vec{x}) = \begin{cases} \vec{n}_S \times \vec{E}_1, \vec{x} \in Q_0, \\ \vec{n}_S \times \vec{E}_2, \vec{x} \in Q_1, \end{cases} \qquad (2.121)$$

где

$$\vec{E}_1 = \vec{p}^0 \exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{01}\exp\left(jk_0\left(\vec{R}^{01} \cdot \vec{x}\right)\right),$$

$$\vec{E}_2 = \vec{p}^1 \exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot \vec{c}\right)\exp\left(jk_0\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{x}\right)\right) +$$

$$+ \vec{p}^{11}\exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot \vec{c}\right)\exp\left(jk_0\left(\vec{R}^{11} \cdot \vec{x}\right)\right). \qquad (2.122)$$

С учетом (2.119)…(2.122) выражение (2.118) может быть представлено в виде

$$\vec{p}\cdot\vec{E}\left(\vec{R}^0\right)=-jk_0\frac{exp\left(jk_0r\right)}{2\pi r}\times$$

$$\times\left\{\int\limits_{Q_0}\left[\vec{p}^0\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{H}_1\right)+\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^0\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{E}_1\right)\right]exp(jk_0(\vec{R}^0\cdot\vec{x}))dS+\right.$$

$$+\int\limits_{Q_0}\left[\vec{p}^1\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{H}_1\right)+\left(\vec{R}^1\times\vec{p}^1\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{E}_1\right)\right]exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}-\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)dS+$$

$$+\int\limits_{Q_1}\left[\vec{p}^0\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{H}_2\right)+\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^0\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{E}_2\right)\right]exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\right)\right)dS+$$

$$\left.+\int\limits_{Q_1}\left[\vec{p}^1\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{H}_2\right)+\left(\vec{R}^1\times\vec{p}^1\right)\cdot\left(\vec{n}_S\times\vec{E}_2\right)\right]exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}-\vec{R}^1\cdot\vec{x}\right)\right)dS\right\}. \quad (2.123)$$

Интегрирование для двух первых интегралов проводится по "освещенной" области Q_0, а для двух других интегралов – по "освещенной" области Q_1. Подынтегральные функции в (2.123) являются быстроосциллирующими и требуют использования кубатурных формул, описанных в подразделе 2.1.

Применив кубатурную формулу (п.2.2.2) к интегралам, входящим в (2.123), можно рассчитать поле, рассеянное гладкой частью поверхности рассматриваемого объекта.

Для поля, рассеянного локальными участками кромочного типа наземного объекта, также воспользуемся выражением (2.112). Для полного поля в точке $\vec{X}$ поверхности S, охватывающей объект, с учетом фазовых набегов, вызванных отражением первичной волны от плоскости D, можно записать:

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{X}\mid\vec{R}^0,\vec{p}\right)=k_0^2\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Omega\left(k_0r\right)\times$$

$$\times\left[\vec{p}^0\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{X}\right)\right)+\vec{p}^1\,exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{C}+\vec{R}^1\cdot\vec{X}\right)\right)\right], \quad (2.124)$$

$$\vec{\mathcal{H}}\left(\vec{X} \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) = k_0^2 \omega \Omega(k_0 r) \times$$
$$\times \left[\vec{p}^{\,0\perp} exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{X}\right)\right) + p^{1\perp} exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot \vec{C} + \vec{R}^1 \cdot \vec{X}\right)\right)\right] , \quad (2.125)$$

где $\Omega(k_0, r) = \dfrac{exp(jk_0 r)}{4\pi k_0 r}$, $\vec{C} = \vec{X} - \dfrac{\left(\vec{X}\cdot\vec{n}\right) + h}{\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{n}\right)}\vec{R}^1$, $\vec{p}^{\,0\perp} = \vec{R}^0 \times \vec{p}^{\,0}$, $\vec{p}^{\,1\perp} = \vec{R}^1 \times \vec{p}^{\,1}$, $\vec{n}$ – нормаль к поверхности D, h – расстояние от центра системы координат, связанной с объектом, до поверхности D (рис. 2.46).

Тогда поле, рассеянное кромочными участками поверхности наземного объекта в направлении $-\vec{R}^0$, можно представить в виде:

$$\vec{p}\cdot\vec{E}\left(\vec{R}^0\right) = -jk_0 \frac{exp(jk_0 r)}{2\pi r}(F_0 + F_1), \quad (2.126)$$

$$F_0 = \int_{W_0}\Bigg[\vec{H}^{a\perp}(\vec{x})\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big[\vec{p}^{\,0}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{X}\right)\right) +$$
$$+ \vec{p}^{\,1}\, exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot\vec{C} + \vec{R}^1\cdot\vec{X}\right)\right)\Big] +$$
$$+ \vec{E}^{a\perp}(\vec{x})\cdot\Big[\vec{p}^{\,0\perp}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{X}\right)\right) +$$
$$+ \vec{p}^{\,1\perp}\, exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot\vec{C} + \vec{R}^1\cdot\vec{X}\right)\right)\Big]\Bigg] dS, \quad (2.127)$$

$$F_1 = \int_{W_1}\Bigg[\vec{H}^{b\perp}(\vec{x})\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big[\vec{p}^{\,0}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{X}\right)\right) +$$
$$+ \vec{p}^{\,1}\, exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot\vec{C} + \vec{R}^1\cdot\vec{X}\right)\right)\Big] +$$
$$+ \vec{E}^{b\perp}(\vec{x})\cdot\Big[\vec{p}^{\,0\perp}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{X}\right)\right) +$$
$$+ \vec{p}^{\,1\perp}\, exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot\vec{C} + \vec{R}^1\cdot\vec{X}\right)\right)\Big]\Bigg] dS. \quad (2.128)$$

Здесь W_0 – совокупность тороидальных поверхностей, охватывающих кромки, "освещенные" при облучении в направлении $\vec{R}^0$ (рис. 2.57), W_1 – совокупность тороидальных поверхностей, охватывающих кромки, "освещенные" волной, отраженной от поверхности D, $\vec{E}^{a\perp} = \left(\vec{n}_0 \times \vec{E}^a\right)$ и $\vec{H}^{a\perp} = \left(\vec{n}_0 \times \vec{H}^a\right)$ – плотности эквивалентных магнитного и электрических токов на поверхности W_0 ($\vec{n}_0$ – нормаль к поверхности W_0) при облучении в направлении $\vec{R}^0$, $\vec{E}^{b\perp} = \left(\vec{n}_1 \times \vec{E}^b\right)$ и $\vec{H}^{b\perp} = \left(\vec{n}_1 \times \vec{H}^b\right)$ – плотности эквивалентных магнитного и электрических токов на поверхности W_1 ($\vec{n}_1$ – нормаль к поверхности W_1) при облучении в направлении $\vec{R}^1$.

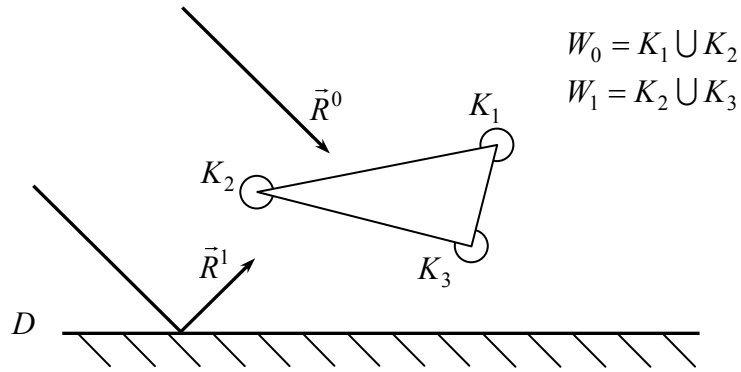


Рис. 2.57. К вопросу определения поверхностей W_0 и W_1

Рассмотрим интеграл F_0 по поверхности W_0. Для этого введем выражение для координат точек $\vec{X}$ на поверхности W_0:

$$\vec{X} = \vec{x}(\upsilon) + \vec{z} \ , \qquad (2.129)$$

где $\vec{x}(\upsilon)$ – радиус-вектор точки на изломе Υ с параметром линии кромки υ, а $\vec{\tau}$ – ортогональный кромке в этой точке вектор, имеющий постоянную длину z_0 и направление, определяемое углом θ $(0 \le \theta \le \phi\pi)$ (рис. 2.15).

Введем разбиение поправочного фазового векторного коэффициента $\vec{C}$ на две части:

$$\vec{C}=\vec{c}_0\left(\vec{x}\left(\upsilon\right)\right)+\vec{c}_1\left(\vec{\tau}\right), \tag{2.130}$$

где $\vec{c}_0\left(\vec{x}\left(\upsilon\right)\right)=\vec{x}\left(\upsilon\right)-\dfrac{\left(\vec{x}\left(\upsilon\right)\cdot\vec{n}\right)+h}{\left(\vec{R}^1\cdot\vec{n}\right)}\vec{R}^1;\ \vec{c}_1\left(\vec{\tau}\right)=\vec{\tau}-\dfrac{\left(\vec{\tau}\cdot\vec{n}\right)}{\left(\vec{R}^1\cdot\vec{n}\right)}\vec{R}^1$.

Тогда $\vec{E}^a$ и $\vec{H}^a$ могут быть представлены в виде

$$\begin{pmatrix}\vec{E}^a\\ \vec{H}^a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\tilde{\vec{E}}^a\\ \tilde{\vec{H}}^a\end{pmatrix}exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\left(\upsilon\right)\right)\right), \tag{2.131}$$

где $\tilde{\vec{E}}^a$, $\tilde{\vec{H}}^a$ – векторы напряженности поля, возбуждаемого на W_0 плоской волной

$$\tilde{\vec{E}}^{0a}\left(\vec{\tau}\right)=\vec{p}^{\,0}\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}\right)\right),$$

$$\tilde{\vec{H}}^{0a}\left(\vec{\tau}\right)=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^{\,0}\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}\right)\right).$$

С учетом вышесказанного для интеграла F_0 по поверхности W_0 можно записать:

$$F_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\int\limits_{W_0}\left[\tilde{\vec{H}}^{a\perp}\left(\vec{\tau}\right)\cdot\vec{p}^{\,0}+\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\tilde{\vec{E}}^{a\perp}\cdot\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^{\,0}\right)\right]\times$$

$$\times\,exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{X}\right)\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\left(\upsilon\right)\right)\right)dS+$$

$$+\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\int\limits_{W_0}\left[\tilde{\vec{H}}^{a\perp}(\vec{\tau})\cdot\vec{p}^{\,1}+\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\tilde{\vec{E}}^{a\perp}\cdot\left(\vec{R}^1\times\vec{p}^{\,1}\right)\right]\times$$

$$\times\,exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{C}+\vec{R}^1\cdot\vec{X}\right)\right)exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}\left(\upsilon\right)\right)\right)dS. \tag{2.132}$$

Выражение для интеграла F_0 при замене поверхностного интеграла повторным будет иметь вид:

$$F_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\vec{p}^{\,0}\int\limits_{Y_0} exp\left(jk_0\,2\left(\vec{R}^0\cdot\vec{x}(\upsilon)\right)\right)\vec{D}_{00}\,d\upsilon +$$

$$+\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\vec{p}^{\,1}\int\limits_{Y_0} exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}_0\left(\vec{x}(\upsilon)\right)\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\vec{R}^0+\vec{R}^1\right)\cdot\vec{x}(\upsilon)\right)\vec{D}_{01}\,d\upsilon\,, \qquad (2.133)$$

$$\vec{D}_{00} = \int\limits_{W_0'} exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}\right)\right)\vec{B}_{00}\,dz\,,$$

$$\vec{B}_{00} = \tilde{\vec{H}}^{a\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\tilde{\vec{E}}^{a\perp}\times\vec{R}^0\right), \qquad (2.134)$$

$$\vec{D}_{01} = \int\limits_{W_0'} exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}_1(\vec{\tau})+\vec{R}^1\cdot\vec{\tau}\right)\right)\vec{B}_{01}dz\,,$$

$$\vec{B}_{01} = \tilde{\vec{H}}^{a\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\tilde{\vec{E}}^{a\perp}\times\vec{R}^1\right). \qquad (2.135)$$

Здесь Y_0 – совокупность линий изломов, охватываемых поверхностью W_0, W_0' – линия пересечения поверхности W_0 и плоскости, перпендикулярной кромке.

Отметим, что первое слагаемое в выражении для интеграла F_0 аналогично соответствующему выражению для поля, рассеянного кромочным участком уединенного объекта.

Рассмотрим интеграл F_1 по поверхности W_1. Поле $\left(\vec{E}^b,\vec{H}^b\right)$ может быть представлено в виде

$$\begin{pmatrix}\vec{E}^b\\ \vec{H}^b\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tilde{\vec{E}}^b\\ \tilde{\vec{H}}^b\end{pmatrix} exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0-\vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}_0\left(\vec{x}(\upsilon)\right)+\left(\vec{R}^1\cdot\vec{x}(\upsilon)\right)\right)\right), \qquad (2.136)$$

где $\widetilde{\vec{E}}^{b}$, $\widetilde{\vec{H}}^{b}$ – векторы напряженности поля, возбуждаемого на W_1 плоской волной

$$\widetilde{\vec{E}}^{0b}(\vec{\tau}) = \vec{p}^{1}\, exp\Big(jk_0\Big(\big(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\big)\cdot\vec{c}_1(\vec{\tau}) + \big(\vec{R}^1\cdot\vec{\tau}\big)\Big)\Big),$$

$$\widetilde{\vec{H}}^{0b}(\vec{\tau}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\big(\vec{R}^1\times\vec{p}^{1}\big)exp\Big(jk_0\Big(\big(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\big)\cdot\vec{c}_1(\vec{\tau}) + \big(\vec{R}^1\cdot\vec{\tau}\big)\Big)\Big).$$

С учетом (2.88) выражение (2.81) для интеграла F_1 можно записать в виде:

$$\begin{aligned} F_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\int\limits_{W_1}\Big[\widetilde{\vec{H}}^{b\perp}\cdot\vec{p}^{\,0} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\widetilde{\vec{E}}^{b\perp}\cdot\big(\vec{R}^0\times\vec{p}^{\,0}\big)\Big]exp\Big(jk_0\big(\vec{R}^0\cdot\vec{X}\big)\Big)\times \\ \times exp\Big(jk_0\Big(\big(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\big)\cdot\vec{c}_0\big(\vec{x}(\upsilon)\big) + \vec{R}^1\cdot\vec{x}(\upsilon)\Big)\Big)dS + \\ + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\int\limits_{W_1}\Big[\widetilde{\vec{H}}^{b\perp}\cdot\vec{p}^{\,1} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\widetilde{\vec{E}}^{b\perp}\cdot\big(\vec{R}^1\times\vec{p}^{\,1}\big)\Big]\times \\ \times exp\Big(jk_0\Big(\big(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\big)\cdot\vec{C} + \vec{R}^1\cdot\vec{X}\Big)\Big)\times \\ \times exp\Big(jk_0\Big(\big(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\big)\cdot\vec{c}_0\big(\vec{x}(\upsilon)\big) + \vec{R}^1\cdot\vec{x}(\upsilon)\Big)\Big)dS\,. \end{aligned} \qquad (2.137)$$

Выражение для интеграла F_1 в результате замены поверхностного интеграла повторным будет иметь вид:

$$\begin{aligned} F_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\vec{p}^{\,0}\int\limits_{Y_1} exp\Big(jk_0\Big(\big(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\big)\cdot\vec{c}_0\big(\vec{x}(\upsilon)\big) + \\ + \big(\vec{R}^0 + \vec{R}^1\big)\cdot\vec{x}(\upsilon)\Big)\Big)\vec{D}_{10}d\upsilon + \\ + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\vec{p}^{\,1}\int\limits_{Y_1} exp\Big(jk_0 2\Big(\big(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\big)\cdot\vec{c}_0\big(\vec{x}(\upsilon)\big) + \vec{R}^1\cdot\vec{x}(\upsilon)\Big)\Big)\vec{D}_{11}d\upsilon\,, \end{aligned} \qquad (2.138)$$

$$\vec{D}_{10} = \int\limits_{W_1'} exp\Big(jk_0\big(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}\big)\Big)\vec{B}_{10}\,dz\,,\ \vec{B}_{10} = \widetilde{\vec{H}}^{b\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Big(\widetilde{\vec{E}}^{b\perp}\times\vec{R}^0\Big), \qquad (2.139)$$

$$\vec{D}_{11} = \int\limits_{W_1'} exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right)\cdot\vec{c}_1(\vec{\tau}) + \vec{R}^1\cdot\vec{\tau}\right)\right)\vec{B}_{11}\,dz\,,$$

$$\vec{B}_{11} = \vec{\tilde{H}}^{b\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{\tilde{E}}^{b\perp}\times\vec{R}^1\right), \qquad (2.140)$$

где Y_1 – совокупность линий изломов, охватываемых поверхностью W_1, W_1' – линия пересечения поверхности W_1 и плоскости, перпендикулярной линии излома.

Задача сводится к нахождению четырех векторных коэффициентов $\vec{D}_{00}$, $\vec{D}_{01}$, $\vec{D}_{10}$, $\vec{D}_{11}$, что можно сделать аналогично описанному в подразделе 2.2.4 вычислению векторного коэффициента $\vec{D}$ с помощью процедур численного интегрирования.

Как следует из выражений (2.133), (2.138), расчет рассеяния на кромочных участках наземного объекта также может быть проинтерпретирован в терминах четырехлучевой картины распространения электромагнитных волн, как и при рассеянии на гладкой части поверхности объекта.

Суммируя поля, рассеянные гладкими и кромочными элементами поверхности, можно оценить поле, рассеянное объектом, который находится на подстилающей поверхности.

2.3.4. Характеристики рассеяния неидеально отражающей модели наземного объекта

Для проверки работоспособности предложенной методики расчета было проведено математическое моделирование рассеяния плоской электромагнитной волны на неидеально отражающей модели танка (рис. 2.46), снабженного РПП и расположенного на поверхности земли.

Длина модели – 8 м, ширина 3 м, высота – 2 м. При моделировании использовалось РПП со следующими параметрами: относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости:

$\varepsilon' = 20 + j0{,}1$, $\mu' = 1{,}35 + j0{,}8$, толщина на гладких участках поверхности – 1,3 мм, радиус радиопоглощающего тора на линиях излома 1 мм. Была использована подстилающая поверхность с параметрами каштанового суглинка. Относительные проницаемости сухого каштанового суглинка (влажность 1%): $\varepsilon' = 3 + j0{,}38$, $\mu' = 1 + j0$; для влажного каштанового суглинка (влажность 20%): $\varepsilon' = 17 + j0{,}9$, $\mu' = 1 + j0$.

Расчет ЭПР модели проводился в диапазоне азимутальных углов 0°..90° с шагом 1°. Частота зондирующего сигнала 10 ГГц ($\lambda = 0{,}03$ м.).

На рис. 2.58 изображены зависимости когерентной ЭПР модели танка на сухой земле. ЭПР при горизонтальной поляризации зондирующего сигнала приведена черной толстой линией, а ЭПР при вертикальной поляризации – черной тонкой линией. На рис. 2.59 изображены зависимости когерентной ЭПР модели танка на влажной земле. Серыми линиями на графиках обозначены соответствующие зависимости для идеально проводящей модели.

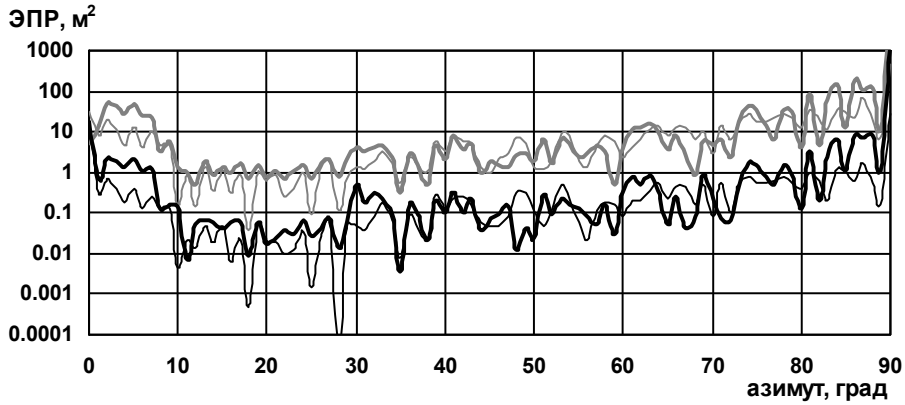


Рис. 2.58. Когерентная ЭПР модели танка с РПП на сухой земле

Все основные качественные закономерности в поведении ЭПР объекта с РПП для обеих поляризаций зондирующего сигнала остаются теми же, что и для идеально проводящей модели (п.2.3.2).

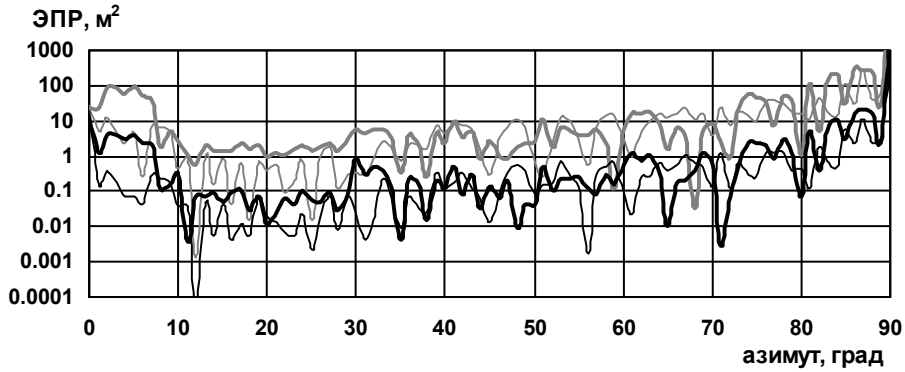


Рис. 2.59. Когерентная ЭПР модели танка с РПП на влажной земле

Для уменьшения временных затрат и получения устойчивых оценок ЭПР были рассчитаны значения некогерентной ЭПР. На рис. 2.60 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на сухой земле. На рис. 2.61 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на влажной земле. ЭПР покрытой модели приведена черными линиями, зависимости для идеально проводящей модели приведена серыми линиями. ЭПР на горизонтальной поляризации приведена толстыми линиями, на вертикальной – тонкими.

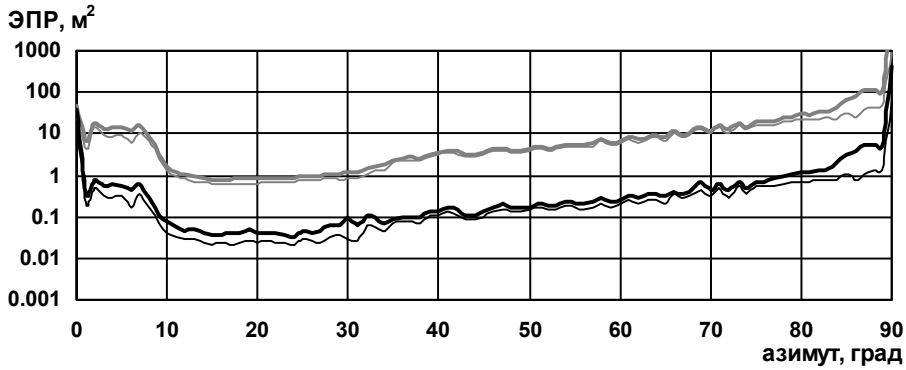


Рис. 2.60. Некогерентная ЭПР модели танка на сухой земле

ЭПР покрытой модели в среднем на порядок меньше, чем ЭПР идеально проводящей модели. Значения ЭПР при вертикальной поляризации меньше значений ЭПР на горизонтальной поляризации, что наиболее заметно для влажной земли (рис. 2.61).

Представленные зависимости некогерентной ЭПР от азимута являются более гладкими, чем зависимости когерентной ЭПР, и являются устойчивой оценкой ЭПР в некотором диапазоне зондирующих частот и ракурсов облучения цели.

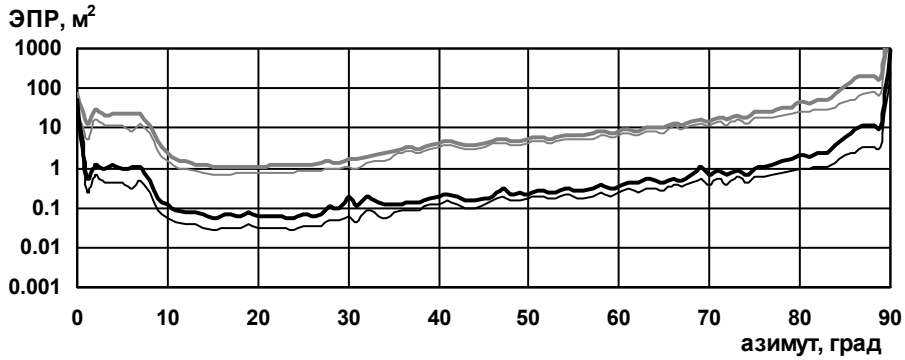
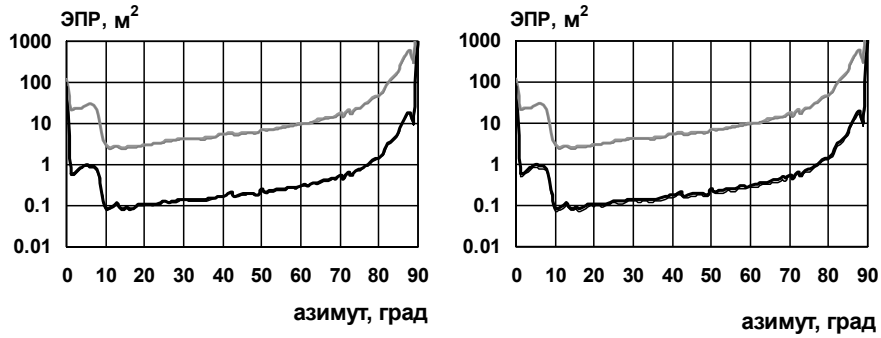


Рис. 2.61. Некогерентная ЭПР модели танка на влажной земле

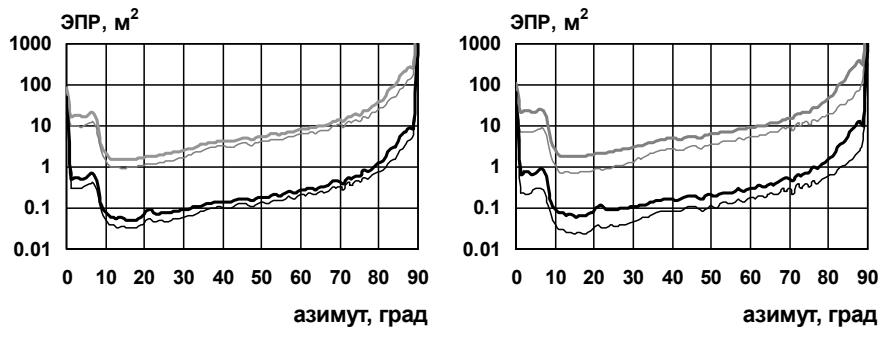
На рис. 2.62…2.64 представлены зависимости некогерентной ЭПР модели танка при различных углах места зондирования объекта. Приведенные графики показывают, что поведение зависимостей некогерентной ЭПР моделей с РПП практически полностью повторяет зависимости некогерентной ЭПР идеально проводящих моделей. Отличие только в общем уровне ЭПР, который при использовании данного РПП снижается на порядок почти во всем диапазоне углов места и азимутов зондирования.

Величина снижения ЭПР достигает 16 дБ. Различия между значениями ЭПР при разных типах подстилающей поверхности возрастают при увеличении угла места зондирования. Основные качественные выводы для модели наземного объекта с неидеально отражающей поверхностью совпадают со случаем наземного объекта с идеально отражающей поверхностью. В частности, при зондировании вдоль поверхности земли нет разницы между ЭПР при вертикальной и горизонтальной поляризациях – они практически совпадают, так как при направлениях зондирования, близких к касательным к поверхности земли, коэффициент отражения близок к единице при любой поляризации.



а б

Рис. 2.62. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 0° (а – сухая земля, б – влажная земля)

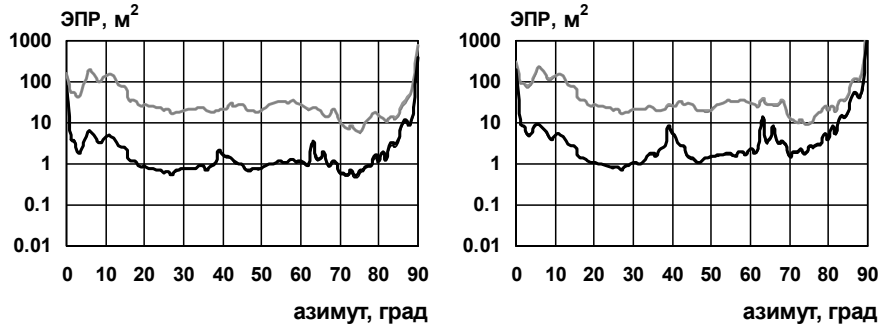


а б

Рис. 2.63. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 10° (а – сухая земля, б – влажная земля)

При зондировании под углами места, близкими к 90°, значения ЭПР на горизонтальной и вертикальной поляризации также близки в силу того, что наибольший вклад в суммарное рассеяние вносит волна, распространяющаяся по прямому пути (без отражения от подстилающей поверхности). Так же как и в случае идеально проводящей модели наибольшие различия между значениями ЭПР на вертикальной и горизонтальной поляризациях существует при углах места 10° и 30°, когда имеется существенное различие в коэффициентах отражения от земной поверхности на разных поляризациях, а волны, распространяющиеся по путям,

связанным с отражением от подстилающей поверхности, вносят заметный вклад в общее поле, рассеянное объектом. Для углов места 10° и 30° ,так же как и для идеально проводящей модели, ЭПР танка на влажной земле выше, чем для сухой земли. При углах места, близких к 0° и 90°, влияние типа почвы на уровень ЭПР существенно ниже.



а б

Рис. 2.64. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 75° (а – сухая земля, б – влажная земля)

2.4. Характеристики рассеяния зеркальных антенных систем

В последние десятилетия возможности средств обнаружения как аэродинамических, так и наземных (надводных) целей резко возросли. Поэтому особое значение в настоящее время приобретает снижение радиолокационной заметности (РЛЗ) образцов вооружения.

Решению этой задачи посвящено много работ [58 – 66]. С помощью использования РПМ, придания образцу вооружения специальной формы, можно достичь существенного снижения РЛЗ. В этом случае антенные системы (АС) образца вооружения могут стать одним из основных демаскирующих его элементов. Это связано с тем, что исходя из основного предназначения антенны (излучение и прием радиоволн), поверхность антенной системы не может быть неотражающей.

В связи с вышесказанным необходимо уметь рассчитывать характеристики рассеяния антенных систем. Данный раздел посвящен расчету характеристик рассеяния зеркальных антенных систем, в том числе с радиопрозрачными обтекателями, а также способу снижения РЛЗ зеркальных антенн для определенных ракурсов облучения и приема с помощью использования РПМ на отдельных элементах конструкции.

Зеркальные антенны (ЗА) получили широкое распространение в различных образцах вооружения и военной техники в основном из-за их высоких направленных свойств и простоте конструкции при относительно низкой стоимости. В этой связи огромный интерес для разработчиков вооружения и военной техники вызывает задача снижения радиолокационной заметности таких АС путем применения радиопоглощающих материалов на их отдельных элементах.

Бортовые РЛС переднего обзора, используемые на ряде боевых самолетов (Миг-29, Су-24), существенно увеличивают суммарную ЭПР объекта, особенно при наблюдении из передней полусферы. Развитие общего метода расчета ЭПР включает количественную оценку вклада антенных систем такого типа в ЭПР воздушного объекта. В разделе также предлагается метод расчета характеристик рассеяния антенных устройств, закрытых диэлектрическим обтекателем (рис. 2.65).

Поле, рассеянное системой в направлении, обратном облучению, представляется в виде суммы, в которой первое слагаемое соответствует рассеянию на одном лишь обтекателе (при отсутствии антенны), а второй, интегральный член, дает вклад, вносимый наличием антенны в поле, рассеянное системой "антенна-обтекатель" и включающий все внутрисистемные взаимодействия. При этом учитывается, что ток, наведенный на зеркале антенны, порожден волной, непосредственно прошедшей через стенку обтекателя и волной, однократно переотраженной внутренней поверхностью стенки обтекателя.

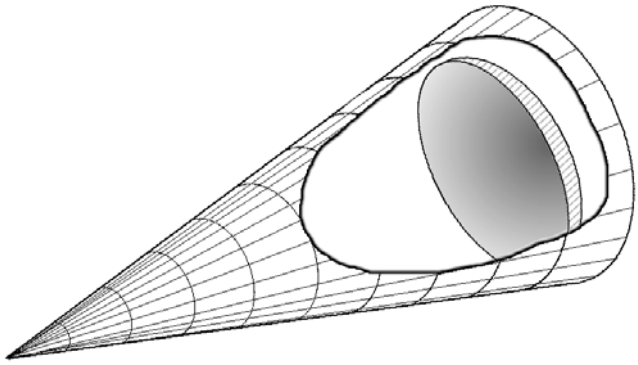


Рис.2.65. Модель антенной системы с коническим обтекателем

Использование асимптотических методов коротковолновой дифракции позволяет производить расчеты обтекателей, имеющих малую кривизну поверхности. Применяемые на практике носовые обтекатели оживальной формы, средней между конической и сферической, в окрестности "носика" указанным свойством не обладают. Кроме того, применение асимптотических лучевых и токовых методов связано с заметными трудностями, возникающими при учете многократных переотражений электромагнитной волны под обтекателем. Указанные недостатки приводят к необходимости разработки универсального расчетного метода, справедливого для обтекателей как с малой, так и с большой кривизной поверхности, а также учитывающего всевозможные переотражения между стенками обтекателя и расположенной под ним антенной системой. В данном разделе описан расчет двумерной системы "диэлектрический обтекатель – антенна", основанный на применении метода интегральных уравнений.

2.4.1. Расчет характеристик рассеяния электрически больших антенн и меры по снижению их заметности

Снижение радиолокационной заметности зеркальной антенны за счет придания ей специальной формы неприемлем, так как форма зеркала определяется необходимостью формирования

направленного излучения антенны. В этой связи для зеркальных антенн на первое место выступает применение РПП на изломах поверхности. Основным изломом поверхности, присутствующим в любой ЗА, является кромка ее зеркала, поэтому данный пункт посвящен получению расчетных соотношений, позволяющих рассчитывать характеристики рассеяния ЗА, кромка зеркала которой покрыта РПМ.

Рассмотрим расположенную в свободном пространстве зеркальную антенну. Будем предполагать, что размеры антенны существенно больше длины волны падающего поля (что выполняется в случае остронаправленных антенн). Зеркало антенны представим в виде бесконечно тонкого экрана D, выполненного в форме параболоида вращения, края которого снабжены тороидальным радиопоглощающим покрытием с абсолютными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_A, μ_A (рис. 2.66).

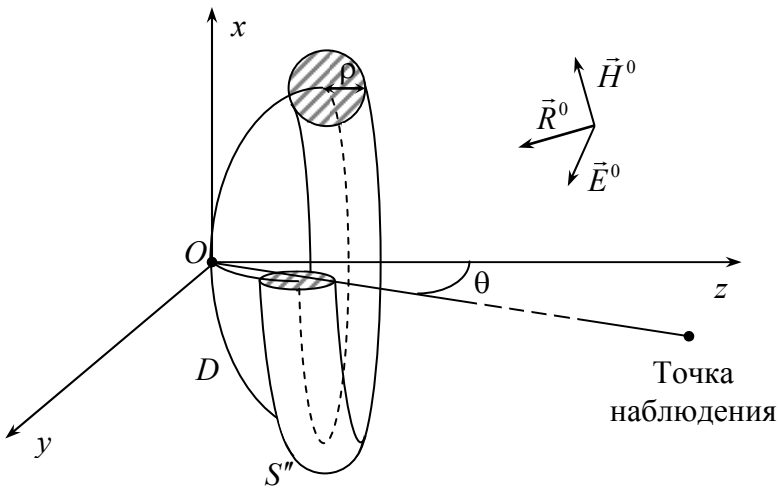


Рис. 2.66. Геометрия модели зеркальной антенны

Пусть на зеркало антенны падает плоская монохроматическая волна (2.1).

Здесь, как и везде в монографии, будем полагать, что временная зависимость поля имеет вид $exp(-j\omega t)$.

2.4.1.1. Основные математические соотношения для расчета электромагнитного поля, рассеянного электрически большой зеркальной антенной с радиопоглощающим покрытием кромки зеркала

Для решения поставленной задачи воспользуемся интегральным представлением рассеянного поля типа Стрэттона – Чу [28] (которое в свою очередь может быть получено, если воспользоваться леммой Лоренца [10, 67]):

$$\vec{H}^{\,pac}(\vec{x}_0)=\int_S\left[-\left(\vec{H}^{\perp}\times\vec{\nabla}g\right)+j\omega\varepsilon_0 g\vec{E}^{\perp}-\frac{1}{j\omega\mu_0}\left(\vec{E}^{\perp}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}g\right]ds\,, \quad (2.141)$$

где $\vec{x}_0$ – радиус-вектор точки наблюдения, S – любая замкнутая поверхность, охватывающая экран D (рис. 2.66), $\vec{E}^{\perp}=\vec{n}\times\vec{E}$, $\vec{H}^{\perp}=\vec{n}\times\vec{H}$ – тангенциальные составляющие полного поля на поверхности S, $\vec{n}$ – внутренняя по отношению к S нормаль, $g=\dfrac{exp(jk_0r)}{4\pi r}$, $r=\left|\vec{x}_0-\vec{x}\right|$, $\vec{x}$ – радиус-вектор точки на поверхности S.

Устремим S к D (рис. 2.67) везде, за исключением окрестности кромки. Вблизи же кромки устремим S к тороидальной поверхности S', охватывающей поверхность поглотителя S''.

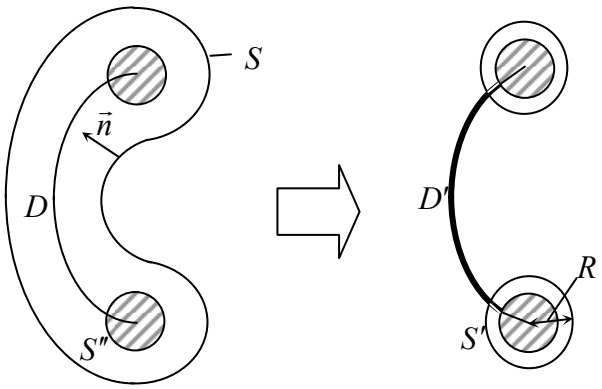


Рис. 2.67. Сечение экрана плоскостью *xOz*

В результате получим следующее выражение для рассеянного поля:

$$\vec{H}^{рас}(\vec{x}_0)=\int\limits_{S'}\left[-\left(\vec{H}^{\perp}\times\vec{\nabla}g\right)+j\omega\varepsilon_0 g\vec{E}^{\perp}-\frac{1}{j\omega\mu_0}\left(\vec{E}^{\perp}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}g\right]ds-$$

$$-\int\limits_{D'}\vec{K}\times\vec{\nabla}g\,ds\,, \qquad (2.142)$$

где D' – та часть поверхности D, которая не включает в себя окрестность кромки, ограниченной поверхностью S' (на рис. 2.67 поверхность D' выделена жирной линией). Входящая в (2.142) величина $\vec{K}$ представляет собой скачок плотности поверхностного тока, индуцированного на D':

$$\vec{K}=\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{+}-\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{-}, \qquad (2.143)$$

где $\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{+}$ и $\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{-}$ – плотности электрических токов на освещенной и затененной сторонах экрана, соответственно.

Получим соотношения для расчета поля, рассеянного экраном в дальней зоне. Для этого воспользуемся асимптотикой функций g и $\vec{\nabla}g$ при $r\to\infty$ [67]:

$$g\underset{r\to\infty}{\sim}\frac{exp\left(jk_0|\vec{x}_0|\right)exp\left[-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right]}{4\pi|\vec{x}_0|}, \qquad (2.144)$$

$$\vec{\nabla}g\underset{r\to\infty}{\sim}-jk_0\frac{exp\left(jk_0|\vec{x}_0|\right)exp\left[-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right]}{4\pi|\vec{x}_0|}\vec{r}^{\,0}, \qquad (2.145)$$

где $\vec{r}^{\,0}$ – орт направления на точку наблюдения.

С учетом (2.144) и (2.145) получаем:

$$\vec{H}^{рас}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\approx jk_0\frac{exp\left(jk_0|\vec{x}_0|\right)}{4\pi|\vec{x}_0|}\left(\vec{I}_{S'}+\vec{I}_{D'}\right)\times\vec{r}^{\,0}, \qquad (2.146)$$

где

$$\vec{I}_{S'} = \int\limits_{S'} \left[\vec{H}^{\perp} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(\vec{E}^{\perp} \times \vec{r}^{\,0} \right) \right] exp\left[- jk_0 \left(\vec{r}^{\,0} \cdot \vec{x} \right) \right] ds \,, \qquad (2.147)$$

$$\vec{I}_{D'} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int\limits_{D'} \vec{K}\, exp\left[jk_0 \left(\vec{R}^{\,0} - \vec{r}^{\,0} \right) \cdot \vec{x} \right] ds \,. \qquad (2.148)$$

Так как геометрические размеры поверхности D' велики по сравнению с длиной волны, и она не включает в себя окрестность кромки экрана, где существенную роль играет неравномерная составляющая плотности поверхностного тока, то вклад поверхности D' в рассеянное поле будем рассчитывать в приближении физической оптики. А именно:

$$\left(\vec{H}^{\perp} \right)^{+} = 2\left(\vec{n} \times \vec{H}^{\,0} \right), \quad \left(\vec{H}^{\perp} \right)^{-} = 0 \,. \qquad (2.149)$$

С учетом (2.149) выражение (2.148) примет вид:

$$\vec{I}_{D'} = 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int\limits_{D'_+} \vec{n} \times \left(\vec{R}^{\,0} \times \vec{p}^{\,0} \right) exp\left[jk_0 \left(\vec{R}^{\,0} - \vec{r}^{\,0} \right) \cdot \vec{x} \right] ds \,, \qquad (2.150)$$

где D'_+ – освещенная часть поверхности D'.

Так как подынтегральная функция в (2.150) имеет быстро осциллирующий экспоненциальный множитель вычисление данного интеграла целесообразно проводить с помощью полученной в п.2.2.2 кубатурной формулы (2.15) для интеграла вида $M = \int\limits_{S'_1} f(\vec{x}) exp\left(jk_0 \Omega(\vec{x}) \right) ds$, в котором амплитудная и фазовая функции в подынтегральном выражении имеют вид: $f(\vec{x}) = \vec{n}(\vec{x}) \times \left(\vec{R}^{\,0} \times \vec{p}^{\,0} \right)$ и $\Omega(\vec{x}) = jk_0 \left(\vec{R}^{\,0} - \vec{r}^{\,0} \right) \cdot \vec{x}$, соответственно. Заметим, что применение указанной кубатурной формулы требует проведения триангуляции поверхности D'_+, т. е. замены ее системой плоских треугольников $\left\{ \Delta_j \right\}$. В пределах каждого треуголь-

ника амплитудная и фазовая функции интерполируются линейными функциями. Интеграл M представляется суммой интегралов по всем треугольникам Δ_j.

В работе [51] дана оценка остаточного члена кубатурной формулы (2.15), которая может быть использована для оценивания точности вычисления интеграла (2.14), либо для определения необходимого числа разбиений поверхности D'_+, обеспечивающего заданную точность.

Вклад кромочного участка зеркала в суммарное рассеянное поле определяется соотношением (2.147). Представим радиус-вектор точки на поверхности S' в выражении (2.147) в виде суммы (см. рис. 2.68):

$$\vec{x} = \vec{X}(l) + \vec{\xi}(\varphi), \tag{2.151}$$

где $\vec{X}(l)$ – радиус-вектор точки на кромке, имеющей дуговую координату l, $\vec{\xi}(\varphi)$ – ортогональный кромке в точке l вектор, имеющий длину $R \geq \rho$ и ориентацию, определяемую углом φ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$). Угол φ отсчитывается от полуплоскости, подстроенной касательным образом к кромке зеркала в точке l.

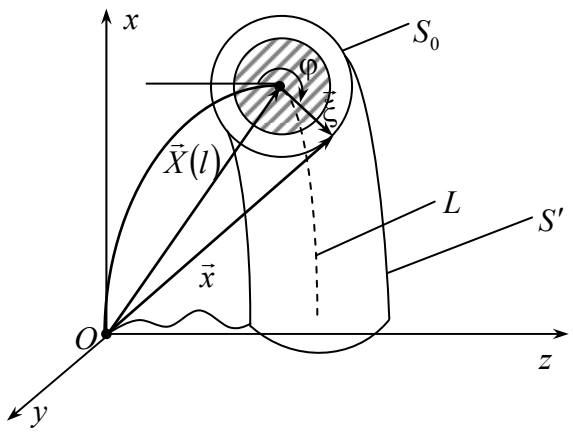


Рис. 2.68. Пояснение процесса интегрирования по поверхности S'

На основании (2.151) величины $\vec{H}^{\perp}$ и $\vec{E}^{\perp}$ в точке с радиус-вектором $\vec{x}$ на поверхности S' могут быть представлены в виде:

$$\vec{H}^{\perp} = \vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) exp\left(jk_0 \vec{R}^0 \cdot \vec{X}(l)\right),$$
$$\vec{E}^{\perp} = \vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) exp\left(jk_0 \vec{R}^0 \cdot \vec{X}(l)\right), \qquad (2.152)$$

где $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ – плотности электрического и магнитного токов соответственно в точке на поверхности S', возбуждаемые падающей волной:

$$\vec{\tilde{E}}^{0}\left(\vec{\xi}\right) = \vec{p}^{\,0}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{\xi}\right)\right),$$
$$\vec{\tilde{H}}^{0}\left(\vec{\xi}\right) = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\left(\vec{R}^0 \times \vec{p}^{\,0}\right) exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{\xi}\right)\right). \qquad (2.153)$$

Таким образом, поверхностный интеграл, входящий в выражение (2.147), можно представить в виде повторного, как это сделано в [30]. Внешнее интегрирование будем проводить по линии кромки L:

$$\vec{I}_{S'}\left(\vec{r}^{\,0}\right) = \int_L exp\left[jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0}\right)\cdot \vec{X}(l)\right] \vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right) dl, \qquad (2.154)$$

где dl – элемент дуги L. Внутреннее же интегрирование будем проводить по линии S_0, которая представляет собой линию пересечения поверхности интегрирования S' плоскостью, ортогональной к кромке в точке l. В нашем случае S_0 представляет собой окружность радиуса R (рис. 2.68). Выражение для $\vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right)$ будет иметь вид:

$$\vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right) = \int_{S_0} exp\left[-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{\xi}\right)\right]\left(\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)\times \vec{r}^{\,0}\right)\right) dq, \qquad (2.155)$$

где $dq = Rd\varphi$ – элемент дуги окружности S_0. При проведении

расчетов радиус R выбирался равным половине длины волны падающего поля. Такой выбор R обусловлен тем, что, как показано в [28], на расстоянии большем половины длины волны от ребра клина значения полного поля на гранях клина практически не отличаются от соответствующих значений, вычисленных в приближении физической оптики.

Оценка интеграла (2.154) может быть получена методом стационарной фазы [24]. Уравнение для нахождения точек стационарной фазы l_0 на кромке L имеет вид:

$$h'(l_0) = \left(\vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0}\right) \cdot \vec{X}'(l_0) = 0 . \qquad (2.156)$$

Однако для кромки, представляющей собой окружность (что соответствует нашей модели), существует ситуация, когда метод стационарной фазы применять нельзя. Такая ситуация возникает в случае осевого зондирования и совмещенного приема. При этом "блестит" вся кромка, и значение интеграла $\vec{I}_{S'}\left(\vec{r}^{\,0}\right)$ может быть получено численным интегрированием (в расчетах, результаты которых будут приведены ниже, использовалась составная пятиточечная формула Гаусса [68]).

После нахождения точек стационарной фазы необходимо проверить их на "видимость" как со стороны передатчика, так и со стороны приемника. Такую проверку будем проводить с использованием алгоритма трассировки лучей, описанного в [46]. Суть алгоритма рассмотрим на примере проверки на видимость точки стационарной фазы с координатами (x_0, y_0, z_0) в направлении $\vec{R}^0$. Для этого необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x = x_0 + R_x^0 t, \\ y = y_0 + R_y^0 t, \\ z = z_0 + R_z^0 t, \\ x^2 + y^2 - 4fz = 0, \end{cases} \qquad (2.157)$$

где R_x^0, R_y^0, R_z^0 – проекции вектора $\vec{R}^0$ на оси x, y, z соответственно, f – фокусное расстояние зеркала антенны.

В системе (2.157) первых три выражения параметрически описывают заданную прямую, проходящую через точку (x_0, y_0, z_0) в направлении $\vec{R}^0$, четвертое уравнение описывает геометрическую форму зеркала антенны. В ходе решения системы (2.157) относительно t получаем квадратное уравнение с корнями t_1, t_2. Один из корней всегда равен 0. Если отличный от нуля корень является отрицательным, это означает, что рассматриваемый луч пересекает зеркало антенны в точке, которая закрывает собой точку (x_0, y_0, z_0). Аналогично осуществляется проверка на "видимость" из точки приема. Если точка стационарной фазы не видна хотя бы в одной из этих ситуаций, ее вклад в рассеянное поле не учитывается. Для случая совмещенного приема достаточно провести одну проверку. Проделав такую проверку для каждой точки стационарной фазы и применив собственно метод стационарной фазы, получим следующее выражение:

$$\vec{I}_{S'}\left(\vec{r}^0\right) \sim \sum_{l_0^{вид}} exp\left[jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{x}\left(l_0\right) + sgn\left[\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{n}_L\left(l_0\right)\right] j\frac{\pi}{4}\right] \cdot$$

$$\cdot \vec{M}\left(l_0, \vec{r}^0\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k_0 æ\left(l_0\right)\left|\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{n}_L\left(l_0\right)\right|}}\,, \qquad (2.158)$$

где $\vec{n}_L\left(l_0\right)$ – орт главной нормали к L в точке l_0, символ $l_0^{вид}$ означает, что суммирование проводится по всем "видимым" точкам стационарной фазы на кромке, $æ\left(l_0\right)$ – кривизна кривой L в точке l_0.

При вычислении интеграла (2.154) с помощью выражения (2.158) необходимо знать значение функции $\vec{M}\left(l, \vec{r}^0\right)$ в точке l_0. В силу того, что подынтегральная функция в (2.155) является доста-

точно плавной, $\vec{M}\left(l_0,\vec{r}^{\,0}\right)$ можно оценить с помощью одномерного численного интегрирования. При проведении расчетов будем пользоваться составной пятиточечной формулой Гаусса [68]. Для этого необходимо определить значения $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ на линии S_0. Учитывая тот факт, что зеркало имеет большие электрические размеры, а кромка − малую кривизну, значения $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ по аналогии с изложенным в п.2.2.4 можно приближенно положить равными соответствующим значениям на поверхности поглощающего цилиндра, закрывающего ребро подстроенной касательным образом к поверхности зеркала в точке l_0 идеально проводящей полуплоскости.

Как и в п. 2.2.4, для вычисления значений $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ воспользуемся решением модельной задачи о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с тороидальным РПП на ребре [45] с той лишь особенностью, что внешний угол клина примем равным 2π. В этом случае клин вырождается в полуплоскость (рис. 2.69).

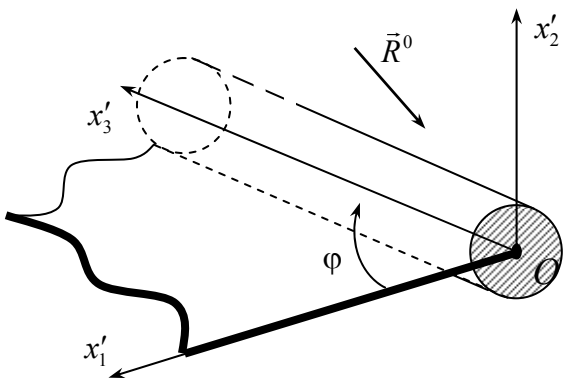


Рис. 2.69. Полуплоскость с радиопоглощающим цилиндром на ребре

Как и в п. 2.2.4 представим $\widetilde{E}_3$ и $\widetilde{H}_3$ в виде $\widetilde{E}_3 = u(x_1', x_2') exp\left(jk_0 x_3' R_3^0\right)$, $\widetilde{H}_3 = v(x_1', x_2') exp\left(jk_0 x_3' R_3^0\right)$ и введем в рассмотрение вектор $\vec{w} = \begin{pmatrix} u(x_1', x_2') \\ v(x_1', x_2') \end{pmatrix}$. В рассматриваемом случае $\vec{w}$ вне поглощающего цилиндра записывается с помощью разложений в ряды (2.78), но по функциям Бесселя полуцелого индекса, что получается в результате принятия параметра ϕ, определяющего угол раствора клина, равным 2:

$$\vec{w} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_m J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r) + C_m H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r) \right] \vec{f}_m(\varphi), \qquad (2.159)$$

где $J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r)$ – функция Бесселя, $H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r)$ – функция Ганкеля, $\eta_0 = k_0 \sqrt{1 - \left(R_3^0\right)^2}$, $\vec{f}_m(\varphi) = \begin{pmatrix} sin(\varphi m/2) \\ cos(\varphi m/2) \end{pmatrix}$.

Выражения для матричных (2×2) коэффициентов A_m, C_m получены в [45].

Зная $u(x_1', x_2')$ и $v(x_1', x_2')$, воспользовавшись уравнениями Максвелла, можно найти остальные компоненты искомого поля.

Таким образом, используя выражение (2.159) для расчета $\vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right)$ по формуле (2.155) и учитывая, что $\vec{\widetilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) = \vec{n} \times \vec{\widetilde{H}}\left(\vec{\xi}\right)$, $\vec{\widetilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) = \vec{n} \times \vec{\widetilde{E}}\left(\vec{\xi}\right)$, находим суммарный вклад всех видимых кромочных участков в полное рассеянное поле.

С целью проверки адекватности результатов, получаемых с помощью описанной методики, реальным процессам рассеяния плоской ЭМВ на зеркале антенны проведем сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, полученными в безэховой камере.

В качестве зеркала антенны использовался параболоид вращения с диаметром раскрыва 0,3 м и фокусным расстоянием

0,137 м. Расчеты проводились для длины волны $\lambda = 0{,}032$ м.

Результаты эксперимента и расчета представлены на рис. 2.70.

Здесь представлена зависимость ЭПР параболоида вращения от угла обхода θ, отсчитываемого от оси вращения зеркала в плоскости *yOz* (см. рис. 2.66). Вектор поляризации падающего поля был ориентирован вдоль оси *Ox* (далее такую ориентацию вектора поляризации будем называть вертикальной, а случай, когда вектор поляризации перпендикулярен оси *Ox,* будем называть горизонтальной поляризацией). Жирной линией показаны экспериментальные значения ЭПР, тонкой линией − расчетные.

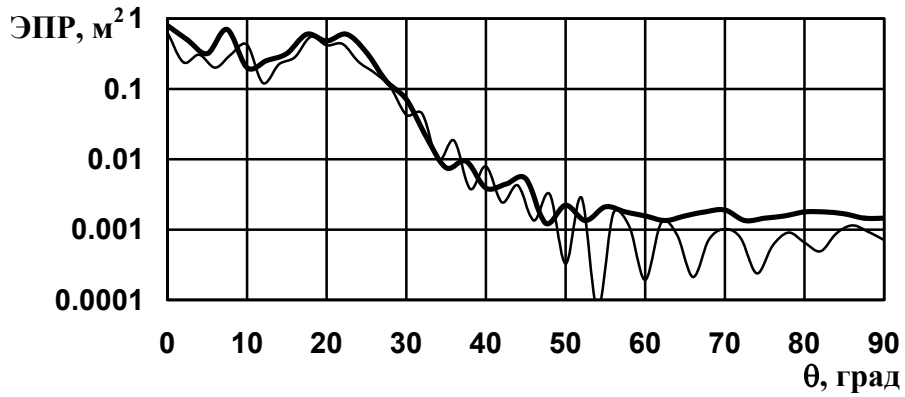


Рис. 2.70. Диаграмма обратного вторичного излучения параболоида вращения

Как видно из этого рисунка расчетные данные достаточно хорошо совпадают с экспериментальными. Имеющее место небольшое расхождение между ними объясняется, во-первых, неточностью совмещения в вертикальной плоскости оси параболоида с направлением на приемную антенну при проведении измерений; во-вторых, тем, что при измерениях шаг по углу θ был равен 2,5°, и поэтому некоторые провалы в диаграмме обратного вторичного излучения параболоида могли быть пропущены.

2.4.1.2. Исследование возможности снижения эффективной поверхности рассеяния зеркальных антенн за счет применения радиопоглощающего покрытия кромок

В настоящее время зеркальные антенные системы (АС) широко используются на многих воздушных объектах (в самолетах – антенная система переднего обзора, в различного типа и назначения ракетах – антенные системы радиолокационных головок наведения). Поэтому в данном пункте приведем результаты расчетов диаграмм обратного вторичного излучения параболических антенн различных геометрических размеров для случаев применения на кромках их зеркал радиопоглощающих покрытий различной толщины.

В первой главе приведено выражение для ЭПР конечного параболоида вращения в случае осевого зондирования и совмещенного приема в приближении физической оптики:

$$\sigma = 2\pi q^2\left(1 - cos\left(2k_0 d\right)\right), \qquad (2.160)$$

где q – параметр параболической антенны, равный удвоенному фокусному расстоянию параболоида, d − глубина параболоида.

Из (2.160) видно, что величина ЭПР имеет осциллирующий характер в зависимости от частоты (или волнового числа k) падающего поля. Поэтому, небольшие колебания частоты зондирующего сигнала могут заметно изменить величину ЭПР. В связи с этим, с целью получения устойчивых значений, ЭПР усредняется в некотором частотном диапазоне. Целесообразно выбирать частотный диапазон усреднения ЭПР АС воздушных объектов равным частотному диапазону РЛС обнаружения.

Одним из основных средств обнаружения воздушных целей в полете на данный момент являются самолеты дальнего радиолокационного обнаружения. Радиолокационная станция обнаружения самолета AWACS работает в s-диапазоне (7,5см…15см). Поэтому диапазон длин волн, в котором будем усреднять ЭПР

рассматриваемых ниже АС, выберем внутри s-диапазона, а именно: 8,5см…9,5см. Следует отметить, что для данного диапазона длин волн бортовые АС действительно можно рассматривать как пассивный рассеиватель, так как для большинства из них длина волны радиолокатора обнаружения AWACS в среднем в 2–3 раза больше, чем рабочие длины волн рассматриваемых АС.

Геометрические параметры параболических зеркал, для которых выполнялись расчеты, представлены в таблице 2.1.

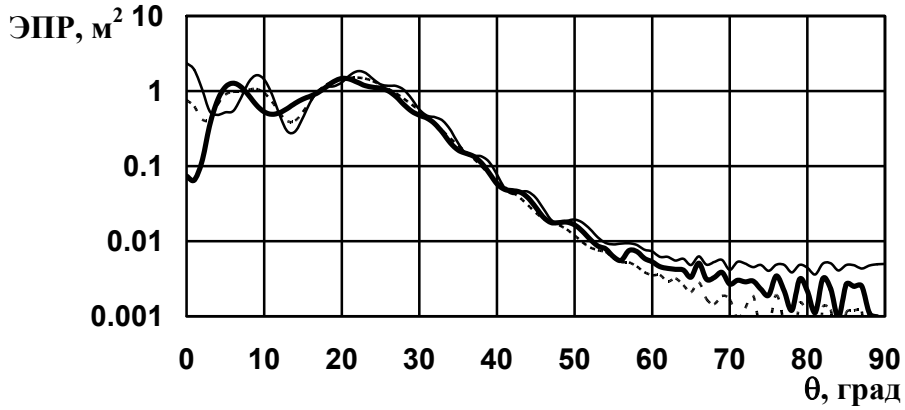
Таблица 2.1. Геометрические параметры бортовых зеркальных антенн

Номер антенны	Диаметр зеркала, м	Фокусное расстояние зеркала, м
АС №1	0,63	0,233
АС №2	0,33	0,15
АС №3	0,365	0,166

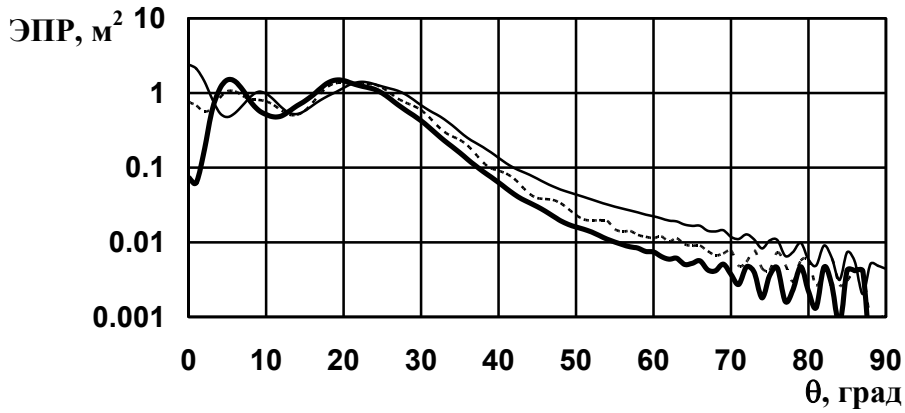
Результаты расчетов диаграмм обратного вторичного излучения (ДОВИ) для трех рассматриваемых АС, представлены на рис. 2.71…2.73. Рис. 2.71 соответствует АС №1, рис. 2.72 − АС №2, а рис. 2.73 − АС №3. На всех трех рисунках буквой (а) обозначен случай вертикальной поляризации падающего поля, а буквой (б) − случай горизонтальной поляризации. Тонкой линией изображены ДОВИ для идеально проводящего зеркала, сплошной жирной линией − для случая, когда кромка зеркала была закрыта тороидальным РПП с радиусом 0,016 м, пунктирной линией − с радиусом 0,008 м.

Параметры поглотителя выбирались следующими: $\varepsilon' = 1 + j10$, $\mu' = 1 + j10$. Это так называемый поглотитель зоммерфельдовского типа. Такие поглощающие материалы описаны в [17, 69]. Внутри такого поглотителя электромагнитное поле быстро затухает по мере удаления от поверхности, так как мнимые части в ε' и μ', обуславливающие потери в материале, велики. Для слу-

чая, когда внешнее поле падает по нормали к поверхности такого поглотителя, достигается полное согласование поверхности поглотителя с окружающей средой, так как $Z = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = Z_0$ (Z_0 – импеданс свободного пространства; Z – импеданс поверхности; ε_a, μ_a – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости поглощающего материала).

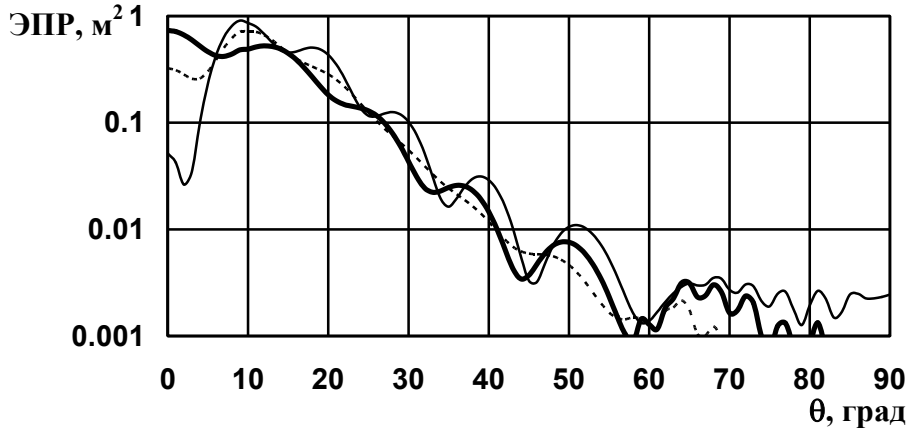


а

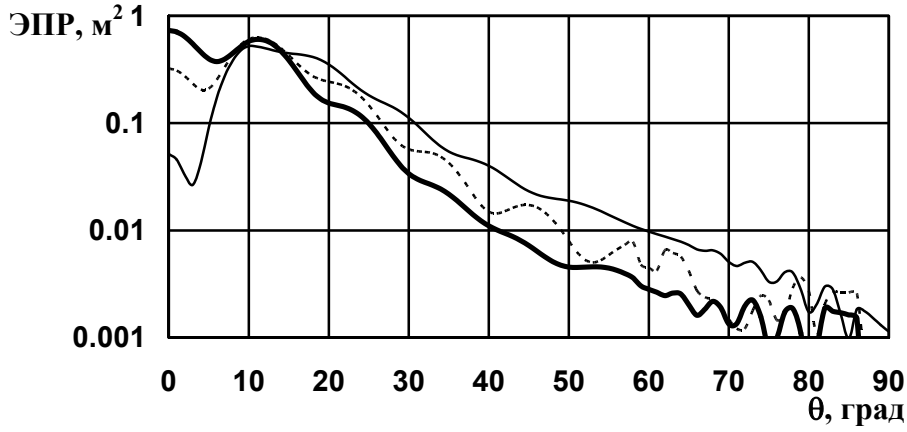


б

Рис. 2.71. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №1 (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)



а

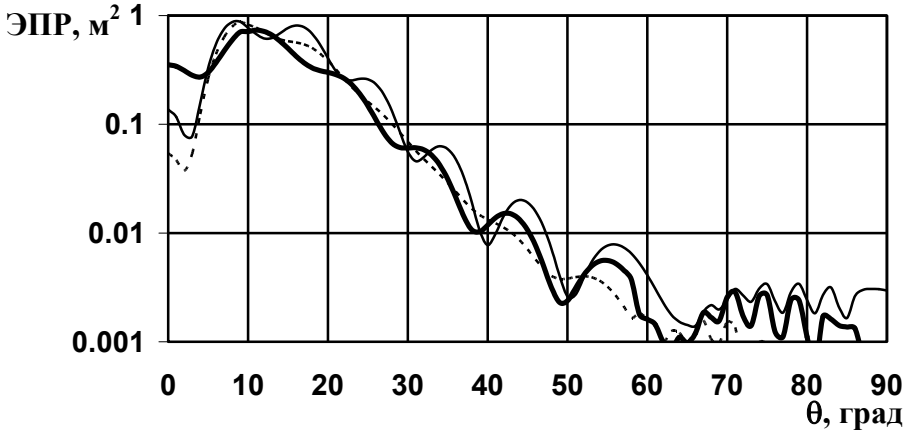


б

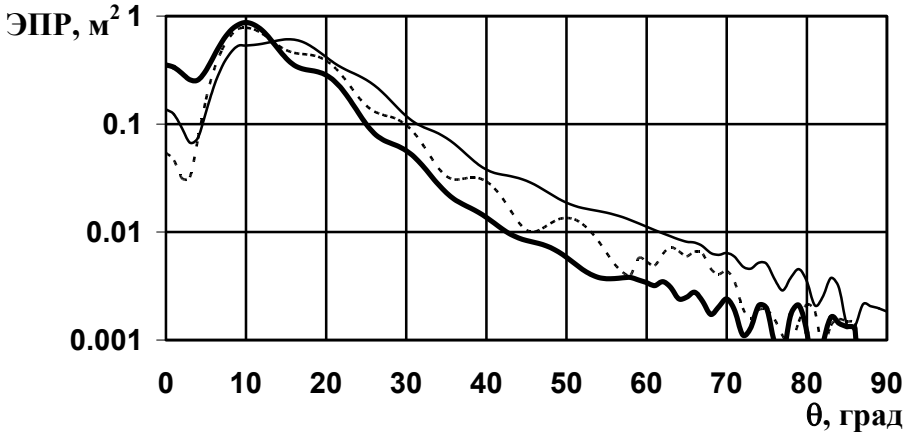
Рис. 2.72. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №2 (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

При анализе ДОВИ на рис. 2.71…2.73 удобно условно выделить три участка углов обхода θ (рис. 2.66). Первый − диапазон углов θ, близких к осевому зондированию. Он соответствует либо пику, либо провалу в ДОВИ. На рис. 2.71 это диапазон углов $0 \le \theta \le 5°$, на рис. 2.72 − $0 \le \theta \le 7°$, а на рис. 2.73 − $0 \le \theta \le 8°$. Для этих направлений применение РПП на кромках антенны может как

снизить ЭПР (рис. 2.71), так и увеличить уровень отраженного поля (рис. 2.72).



а



б

Рис. 2.73. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №3
(а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

Это связано с тем, что ЭПР конечного параболоида вращения для случая совмещенного приема и осевого зондирования

является осциллирующей функцией длины волны падающего поля. Указанное свойство видно уже из выражения (2.160), которое не учитывает неравномерную часть тока (вызванную краем зеркала). На рис. 2.74 представлена зависимость ЭПР параболоида от длины волны падающего поля, вычисленная по формуле (2.160). Здесь сплошной жирной линией изображена ЭПР АС №1, сплошной тонкой линией − АС №2, пунктирной линией − АС №3. Анализ рисунка 2.74 показывает, что для диапазона длин волн от 0,085 м до 0,095 м значения ЭПР АС №1 близки к максимальным.

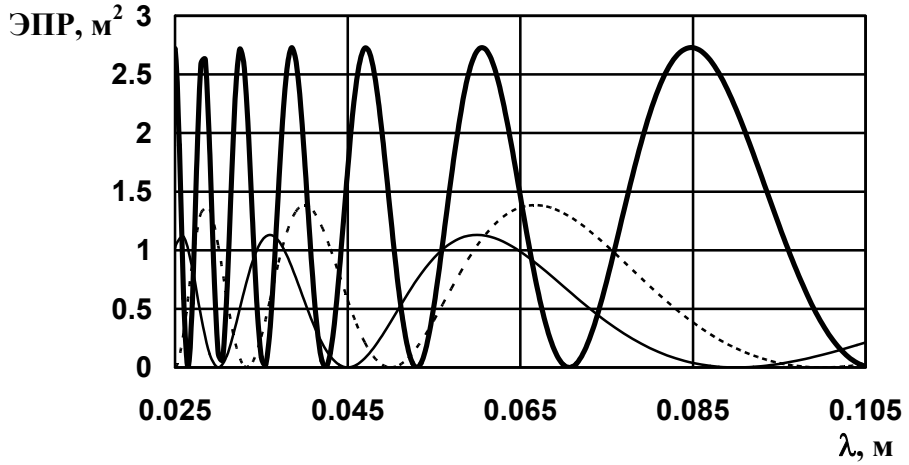


Рис. 2.74. Зависимость ЭПР антенн в осевом направлении от длины волны падающего поля, вычисленная в приближении физической оптики (жирная линия − АС №1, сплошная тонкая линия − АС № 2, пунктирная линия − АС №3)

Расчеты показали, что поля, рассеянные "гладким" и "кромочным" участками АС №1 в указанном диапазоне длин волн складываются практически синфазно, что и обуславливает наличие максимума в ЭПР. При этом закрытие кромки РПП приводит к снижению ЭПР в первом диапазоне углов θ.

Для АС №2 такого не происходит, так как в этом случае поля, рассеянные "кромочным" и "гладким" участками, складываются

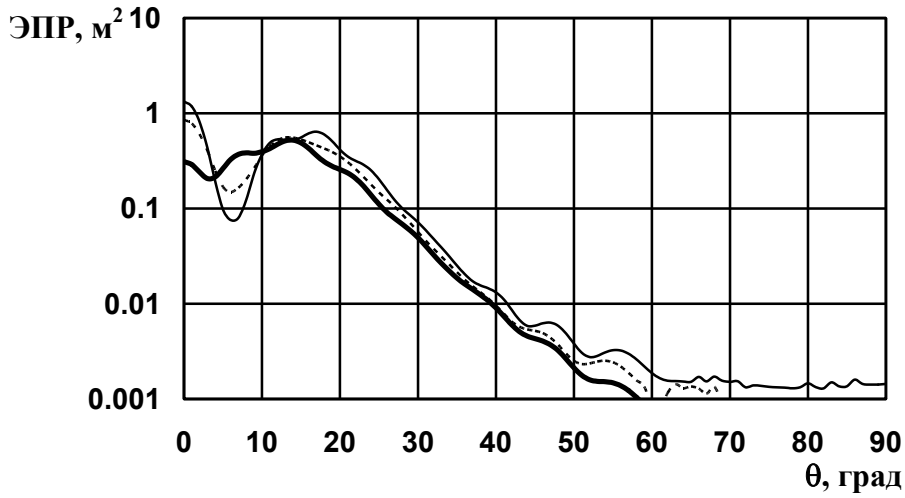
практически противофазно, в результате чего в направлении $\theta=0$ наблюдается минимум в ДОВИ. Применение РПП кромки уменьшает "кромочную" часть рассеянного поля, общее же поле, рассеянное параболоидом в направлении $\theta=0$ увеличивается (рис. 2.72).

ЭПР АС №3 (пунктирная линия на рис. 2.74) не достигает своего минимального значения в рассматриваемом диапазоне длин волн. Поэтому, применение РПП с радиусом 0,008 м приводит к снижению ЭПР (рис. 2.73), а увеличение радиуса поглотителя до 0,016 м, наоборот, приводит к росту ЭПР (жирная линия на рис. 2.73).

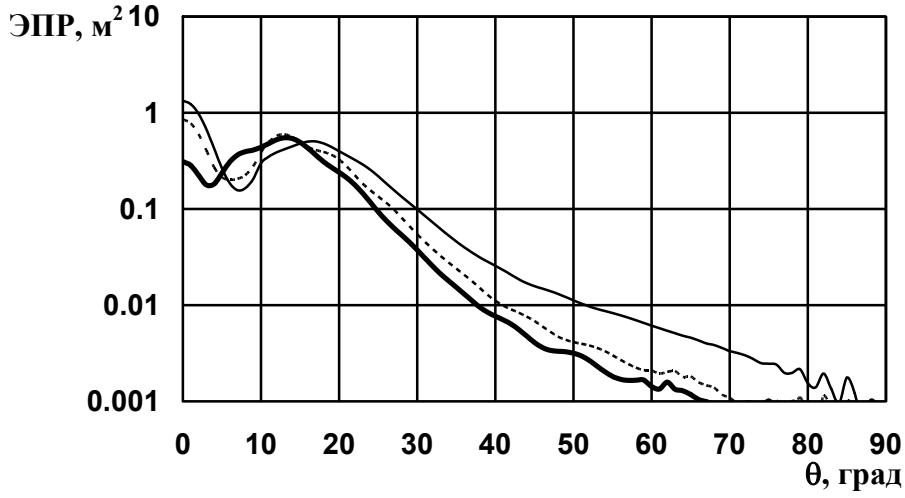
Анализ рис. 2.74 показывает, что в первом диапазоне углов θ снижение ЭПР при использовании РПП на кромке следует ожидать для диапазонов длин волн, в которых наблюдаются максимумы ЭПР (рис. 2.74). Так, например, результаты расчета ДОВИ АС №2 для диапазона длин волн 0,055…0,065 м, представленные на рис. 2.75 (здесь графики аналогичны представленным на рис. 2.72), показывают эффективность применения РПП на кромках.

Второй диапазон углов θ включает углы, при которых на "гладкой" части зеркала имеется точка зеркального отражения ("блестящая" точка), которая вносит основной вклад в рассеянное в обратном направлении поле. Для АС №1 этот диапазон включает углы $5° < \theta \le 28°$, для АС №2 – $7° < \theta \le 18°$, а для АС №3 – $8° < \theta \le 17°$. Как видно из рис. 2.71…2.73, применение поглощающего материала на крае зеркала не дает ощутимого снижения уровня рассеянного поля.

В третьем диапазоне углов обхода "блестящая" точка на "гладкой" части поверхности зеркала антенны отсутствует, поэтому существенный вклад в рассеянное поле вносят "кромочные" участки. Для АС №1 третьему диапазону соответствуют углы $28° < \theta \le 90°$, для АС №2 – $18° < \theta \le 90°$, а для АС №3 – $17° < \theta \le 90°$. Поэтому в третьем диапазоне углов θ для рассматриваемых антенн использование РПП на краях зеркала приводит к значительному снижению ЭПР.



а



б

Рис. 2.75. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №2 в диапазоне длин волн падающего поля 0,055…0,065 м (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

Таким образом, в каждом конкретном случае необходимо проводить отдельное исследование возможности снижения ЭПР

зеркальной антенны за счет выбора материала и толщины РПП кромок зеркала в конкретном диапазоне углов облучения.

2.4.2. Расчет характеристик рассеяния двумерных моделей бортовых антенных систем

В данном подразделе производится вывод интегральных уравнений для системы из незамкнутых идеально проводящих экранов в присутствии диэлектрического обтекателя, на основе которых построен численный метод расчета полей рассеяния для данной системы в двумерном случае. Получен ряд результатов расчетов полей рассеяния для двумерной модели "зеркальная антенна – диэлектрический обтекатель".

2.4.2.1. Геометрия модели обтекателя

В двумерной модели обтекателя выделим две части: "носик", обладающий большой кривизной поверхности, и боковые стенки обтекателя (рис. 2.76).

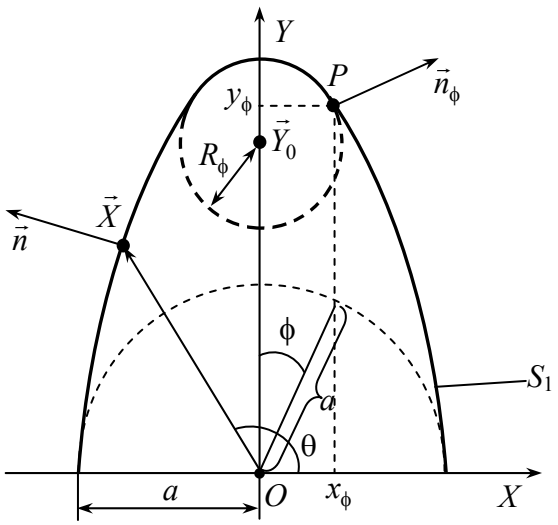


Рис. 2.76. Геометрия двумерной модели обтекателя

Уравнение внутренней поверхности S_1 второй части обтекателя запишем как:

$$y = -\mu \left| x \right|^{\alpha} + \nu , \qquad (2.161)$$

где μ, α, ν – коэффициенты, характеризующие форму и размер обтекателя.

В окрестности "носика" форму обтекателя опишем дугой окружности, гладко сопрягающейся с кривой, описываемой уравнением (2.161). Величина носового участка и его радиус кривизны определяются расположением точки $P\left(x_\phi, y_\phi\right)$, координаты которой удобно задавать с помощью некоторого угла ϕ, отсчитываемого от оси OY (a – половина основания обтекателя):

$$x_\phi = a\sin\phi , \qquad y_\phi = -\mu\left(a\sin\phi\right)^{\alpha} + \nu . \qquad (2.162)$$

Введя параметризацию координат обтекателя по оси абсцисс $x = a\cos\theta$ (где θ – угол, отсчитываемый от оси OX, $0 \le \theta \le \pi$), запишем уравнение поверхности S_1 в виде:

$$y = \begin{cases} -\mu\left(a\cos\theta\right)^{\alpha} + \nu, & \left|\theta - \dfrac{\pi}{2}\right| \ge \phi, \\ \sqrt{R_\phi^2 + \left(a\cos\theta\right)^2} + y_\phi + t_0\left(\vec{n}_\phi\right)_y, & \left|\theta - \dfrac{\pi}{2}\right| < \phi, \end{cases}$$

где $t_0 = -x_\phi / \left(\vec{n}_\phi\right)_x$, $\left(\vec{n}_\phi\right)_x$ – x-я компонента орта нормали $\vec{n}_\phi$ к поверхности S_1 для $\theta = \pi/2 \pm \phi$.

Такое представление геометрии модели обтекателя позволяет изменять его форму от сферической до оживальной.

2.4.2.2. Интегральные и интегро-дифференциальные уравнения для системы незамкнутых экранов с диэлектрическим обтекателем

Будем рассматривать модель двумерной антенной системы, состоящую из двух незамкнутых параболических идеально проводящих и бесконечно тонких экранов S_{01} и S_{02} под монолитным оживальным диэлектрическим обтекателем D_2. В основании обтекателя D_2 для моделирования аппаратуры, расположенной в основании антенной системы в реальных бортовых антенных системах, расположим дополнительный конечный идеально проводящий экран S_{03}, имеющий размер, соответствующий размеру основания обтекателя (см. рис. 2.77). Пусть стенки обтекателя выполнены из диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ε_1.

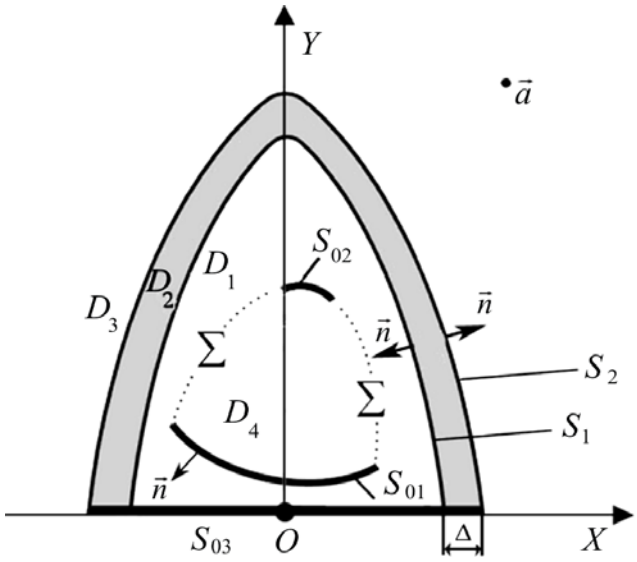


Рис. 2.77. Двумерная модель двухзеркальной антенной системы, укрытой диэлектрическим обтекателем

Выведем систему интегральных уравнений для случая E-поляризации. Будем полагать, что временная зависимость поля имеет вид $exp(-j\omega t)$. Введем в рассмотрение вспомогательный источник – токовую нить, расположенную в точке $\vec{\xi}$ ($\vec{\xi} \in D_1$) (рис. 2.77), z-ю компоненту поля которой можно записать в виде

$$G(\vec{X},\vec{\xi}) = H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}-\vec{\xi}\right|\right)\Big/4j,$$

где $H_0^{(1)}(z)$ – функция Ханкеля, k_0 – волновое число в свободном пространстве, $\vec{X}$ – точка наблюдения.

Рассмотрим случай облучения системы извне E-поляризованной плоской волной. В этом случае первичное поле будет иметь вид $E_z^0(\vec{X}) = exp\left(jk_0(\vec{R}_0 \cdot \vec{X})\right)$, где $\vec{R}_0 = (R_0^1, R_0^2)$ – орт направления распространения падающей волны.

Обозначим через $E_z(\vec{\xi})$ полное поле в точке $\vec{\xi}$. Для случая E-поляризации полное поле должно удовлетворять граничным условиям

$$\left.\begin{aligned} &E_z(\vec{\xi})\big|_{S_0} = 0, \\ &E_z^+(\vec{\xi}) = E_z^-(\vec{\xi}), \\ &1/\mu_0 \times \partial E_z^+(\vec{\xi})/\partial n_\xi = 1/\mu_1 \times \partial E_z^-(\vec{\xi})/\partial n_\xi \end{aligned}\right\} \text{для } \vec{\xi} \in S, \tag{2.163}$$

где $S_0 = S_{01} \cup S_{02} \cup S_{03}$, $S = S_1 \cup S_2$, $E_z^+(\vec{\xi})$, $\partial E_z^+(\vec{\xi})/\partial n_\xi$, $E_z^-(\vec{\xi})$, $\partial E_z^-(\vec{\xi})/\partial n_\xi$ – граничные значения на S_0 полного поля и его нормальной производной со стороны выбранного направления нормали $\vec{n}$ и с противоположной стороны, μ_0 – относительная магнитная проницаемость свободного пространства, μ_1 – относительная магнитная проницаемость материала, из которого выполнен обтекатель.

Здесь и далее для рассматриваемых диэлектрических материалов $\mu_1 = \mu_0 = 1$.

Предположим, что точка наблюдения расположена в области D_1 $\left(\vec{X} \in D_1\right)$.

Применив вторую формулу Грина [70] к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_4, с учетом выбранных направлений нормалей, получим следующее выражение:

$$\iint\limits_{D_4}\left[E_z\left(\vec{\xi}\right)\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) \right] dS_\xi =$$

$$= \int\limits_{S_{01}+S_{02}} \left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi +$$

$$+ \int\limits_{\Sigma} \left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi , \qquad (2.164)$$

где dS_ξ – дифференциал площади, dl_ξ – дифференциал дуги.

Функции $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ и $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ в области D_4, должны отвечать следующим уравнениям Гельмгольца

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) = 0 ,$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) = 0 . \qquad (2.165)$$

С учетом уравнений (2.165) и граничных условий (2.163) перепишем выражение (2.164) в следующем виде

$$0 = -\int\limits_{S_{01}+S_{02}} \left(G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi +$$

$$+ \int\limits_{\Sigma} \left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi . \qquad (2.166)$$

Теперь применим вторую формулу Грина к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_1, с учетом выбранных направлений нормалей получаем следующее выражение:

$$\iint\limits_{D_1}\left[E_z\left(\vec{\xi}\right)\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) \right] dS_\xi =$$

$$= -\int\limits_{S_{01}+S_{02}}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi -$$

$$-\int\limits_{\Sigma}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi +$$

$$+\int\limits_{S_{03}}\left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi. \qquad (2.167)$$

В области D_1 функции $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ и $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ должны отвечать следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) = 0,$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) = \delta\left(\vec{X}-\vec{\xi}\right), \qquad (2.168)$$

где $\delta(\bullet)$ – дельта-функция Дирака.

В результате для области D_1 можем записать

$$E_z\left(\vec{X}\right) = \int\limits_{S_{01}+S_{02}} G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} dl_\xi -$$

$$-\int\limits_{\Sigma}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi -$$

$$-\int\limits_{S_{03}} G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} dl_\xi - \int\limits_{S_1}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi . \qquad (2.169)$$

Учтем, что в области D_2 функции $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ должны удовлетворять следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)+k_1{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)=0\,,$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)+k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)=0\,, \qquad (2.170)$$

где k_1 – волновое число в среде с параметрами материала обтекателя.

Применив вторую формулу Грина к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_2, получаем

$$\iint\limits_{D_2}\left(k_1{}^2-k_0^2\right)E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi =$$
$$=\int\limits_{S_1+S_2}\left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}-G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right)dl_\xi\,. \qquad (2.171)$$

В области D_3 функции $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ должны удовлетворять следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)+k_0{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)=\delta\left(\vec{\xi}-\vec{a}\right),$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)+k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)=0. \qquad (2.172)$$

Применив вторую формулу Грина к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_3, получаем

$$-G\left(\vec{X},\vec{a}\,\right)=-\int\limits_{S_2}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}-G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right)dl_\xi +$$
$$+\int\limits_{S_{03}}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi. \qquad (2.173)$$

Далее, просуммировав выражения (2.166), (2.169), (2.171), (2.173) и введя в рассмотрение величину $q\left(\vec{\xi}\right)=\dfrac{\partial E_z^{+}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}-\dfrac{\partial E_z^{-}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}$,[1] пропорциональную плотности поверхностного тока, получаем интегральное представление для полного поля [71]

$$E_z\left(\vec{X}\right)-G\left(\vec{X},\vec{a}\right)=-\int\limits_{S_0}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)q\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi\,. \tag{2.174}$$

Устремим точку расположения токовой нити $\vec{a}$ на бесконечность в направлении $-\vec{R}_0$. В результате этого предельного перехода функция $G\left(\vec{X},\vec{a}\right)$ перейдет в поле плоской волны $E_z^0\left(\vec{X}\right)=A\cdot exp\left(jk_0\left(\vec{R}_0\cdot\vec{X}\right)\right)$, где A – амплитудный коэффициент.

Затем, расположив точку наблюдения в области D_2 и на поверхности S_0, можем получить систему интегральных уравнений для полного поля в присутствии системы "три экрана – обтекатель" в случае *E*-поляризации:

$$E_z\left(\vec{X}\right)-E_z^0\left(\vec{X}\right)=-\int\limits_{S_0}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)q\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi-$$
$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi\,,\ \ \vec{X}\in D_2\,, \tag{2.175}$$

$$\int\limits_{S_0}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)q\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi=E_z^0\left(\vec{X}\right)-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi\,,\ \ \vec{X}\in S_0 \tag{2.176}$$

[1] В силу условий Майкснера [72] функция $q\left(\vec{\xi}\right)$ имеет краевые особенности порядка $\zeta^{-\frac{1}{2}}$, ζ – расстояние от соответствующего края экрана. Данное условие было учтено при разработке метода расчета.

В случае H-поляризации полное поле $H_z\left(\vec{\xi}\right)$ должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\left.\begin{aligned} &\partial H_z\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi\Big|_{S_0} = 0, \\ &H_z^+\left(\vec{\xi}\right) = H_z^-\left(\vec{\xi}\right), \\ &1/\varepsilon_0 \times \partial H_z^+\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi = 1/\varepsilon_1 \times \partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi, \end{aligned}\right\} \text{для } \vec{\xi} \in S. \tag{2.177}$$

По аналогии со случаем E-поляризации, применив последовательно вторую формулу Грина к областям D_1, D_2, D_3, D_4 и проделав ряд преобразований, можно получить следующее интегральное представление для $H_z\left(\vec{X}\right)$ [73–75]:

$$H_z\left(\vec{X}\right) - H_z^0\left(\vec{X}\right) = -\int_{S_0} \partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\!/\partial n_\xi \; p\left(\vec{\xi}\right) dl_\xi -$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int_S G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)\!/\partial n_\xi \, dl_\xi - \left(k_1^2 - k_0^2\right)\iint_{D_2} H_z\left(\vec{\xi}\right) G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) dS_\xi \,, \tag{2.178}$$

где $H_z^0\left(\vec{X}\right)$ – z-я компонента магнитного поля первичного источника, $\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)\!/\partial n_\xi$ – граничное значение нормальной производной полного поля со стороны области D_2. Величина $p\left(\vec{\xi}\right) = H_z^+\left(\vec{\xi}\right) - H_z^-\left(\vec{\xi}\right)$[1] при рассматриваемой поляризации пропорциональна плотности поверхностного тока.

Продифференцировав равенство (2.178) по n_x, получим следующее выражение:

[1] В силу условий Майкснера [72] функция $p\left(\vec{\xi}\right)$ обращается в нуль на краях экранов как $\zeta^{\frac{1}{2}}$, где ζ – расстояние от края экрана.

$$\frac{\partial}{\partial n_x}\int\limits_{S_0}\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}p\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi=\frac{\partial H_z^0\left(\vec{X}\right)}{\partial n_x}-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int\limits_S\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}\frac{\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi-$$

$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}H_z\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}dS_\xi. \qquad (2.179)$$

Уравнение (2.179) неудобно для проведения численных расчетов, так как выражение в левой его части представляет собой нормальную производную потенциала двойного слоя. Преобразовав левую часть уравнения (2.179) аналогично тому, как это сделано в [76], получим уравнение, содержащее не только $p\left(\vec{\xi}\right)$, но и его производную вдоль дуги контура экрана $p'\left(\vec{\xi}\right)$:

$$k_0^2\int\limits_{S_0}\left(\vec{n}_\xi\cdot\vec{n}_x\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)p\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi+$$

$$+k_0\int\limits_{S_0}\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\Big/\partial n_\xi\left[\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_\xi\right)p'\left(\vec{X}\right)-\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_x\right)p'\left(\vec{\xi}\right)\right]dl_\xi+$$

$$+p'\left(\vec{X}\right)\left[G\left(k_0R_A\right)-G\left(k_0R_B\right)\right]=\frac{\partial H_z^0\left(\vec{X}\right)}{\partial n_x}-$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int\limits_S\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}\frac{\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}H_z\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}dS_\xi, \qquad (2.180)$$

где $p'\left(\vec{\xi}\right)\left(p'\left(\vec{X}\right)\right)$ – производная функции $p\left(\vec{\xi}\right)\left(p\left(\vec{X}\right)\right)$ по дуге контура в точке экрана $\vec{\xi}\left(\vec{X}\right)$; R_A, R_B – расстояния от краев экранов S_0 до точки наблюдения; $\vec{\tau}_\xi$, $\vec{\tau}_x$ – орты касательных к линии S_0 в точках $\vec{\xi}$, $\vec{x}$; $\vec{R}^0=\left(\vec{\xi}-\vec{x}\right)\Big/\left|\vec{\xi}-\vec{x}\right|$.

Проделав ряд преобразований, можем получить систему интегральных уравнений для полного поля в случае системы "три экрана – обтекатель":

$$H_z\left(\vec{X}\right)-H_z^0\left(\vec{X}\right)=-\int_{S_0}\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi\; p\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi-$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int_S G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi dl_\xi-$$

$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint_{D_2}H_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi,\quad \vec{X}\in D_2, \qquad (2.181)$$

$$k_0^2\int_{S_{0l}}\left(\vec{n}_\xi\cdot\vec{n}_x\right)G\left(k_0R\right)p_l\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi+$$

$$+k_0\int_{S_{0l}}G'\left(k_0R\right)\left[\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_\xi\right)p_l{}'\left(\vec{X}\right)-\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_x\right)p_l{}'\left(\vec{\xi}\right)\right]dl_\xi+$$

$$+p_l{}'\left(\vec{X}\right)\left[G\left(k_0R_{A_l}\right)-G\left(k_0R_{B_l}\right)\right]+$$

$$+\sum_{m\neq l}\int_{S_{0m}}\frac{\partial^2G\left(k_0R\right)}{\partial n_\xi\partial n_x}p_m\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi=\frac{\partial H_z^0\left(\vec{X}\right)}{\partial n_x}-$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int_S\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}\frac{\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi-$$

$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint_{D_2}\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}H_z\left(\vec{\xi}\right)dS_\xi,\quad \vec{X}\in S_{0l},\quad \left(l=1,2,3\right). \qquad (2.182)$$

Под $p_l\left(\vec{\xi}\right)$ в (2.182) понимается значение функции $p\left(\vec{\xi}\right)$ на контуре *l*-го экрана.

Выражение, стоящее в правой части (2.182), содержит предельные значения $\partial H_z{}^-\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi$ на S. Тем не менее, наличие этого члена не вызывает дополнительных расчетных трудностей, так как подлежит нахождению поле не на линии, а в плоской области. Соответствующие предельные значения нормальной производной могут быть приближенно выражены через значения поля в области D_2 с помощью интерполяции.

Как показали проведенные исследования, в большинстве случаев решение системы уравнений (2.181) и (2.182) может быть

получено с помощью итерационной процедуры (в частности, в отсутствие экрана S_{03}). Однако в случае сильного взаимодействия между экранами и обтекателем при итерациях "экраны – обтекатель" не наблюдается установление токов на экранах и поля в слое обтекателя и систему уравнений (2.181), (2.182) необходимо решать непосредственно.

2.4.2.3. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай *E*-поляризации)

Интегрирование по области D_2 может быть представлено в виде последовательного интегрирования вдоль направляющей линии S_1 и вдоль нормали к S_1. При этом, учитывая, что толщина стенки обтекателя составляет величину порядка половины длины волны, для получения приемлемой точности вычислений в используемой квадратурной формуле достаточно иметь значения подынтегральной функции в трех точках вдоль нормали. Таким образом, интеграл по области D_2 может быть представлен в виде взвешенной суммы интегралов по трем подобным S_1 контурам, находящимся внутри D_2.

Введем параметризацию точек на контурах внутри стенки обтекателя (рис. 2.78) и на контурах S_0.

Интегрирование вдоль нормали к стенке обтекателя будем проводить численно, используя 3-х точечную формулу Гаусса [71].

Для точки наблюдения на контурах внутри стенки обтекателя $\vec{X}_l = (x_l, y_l),\ (l = 1,2,3)$

$$x_l(\theta_0) = a\cos(\theta_0) + h(1-\beta_l)n_x(\theta_0),$$
$$y_l(\theta_0) = \eta(\theta_0) + h(1-\beta_l)n_y(\theta_0),\ (0 \le \theta_0 \le \pi);$$

для точек интегрирования на контурах внутри стенки обтекателя $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l}),\ (l = 1,2,3)$

$$x_{\xi,l}(\theta) = a\cos(\theta) + h(1-\beta_l)n_x(\theta),$$
$$y_{\xi,l}(\theta) = \eta(\theta) + h(1-\beta_l)n_y(\theta),\ (0 \le \theta \le \pi).$$

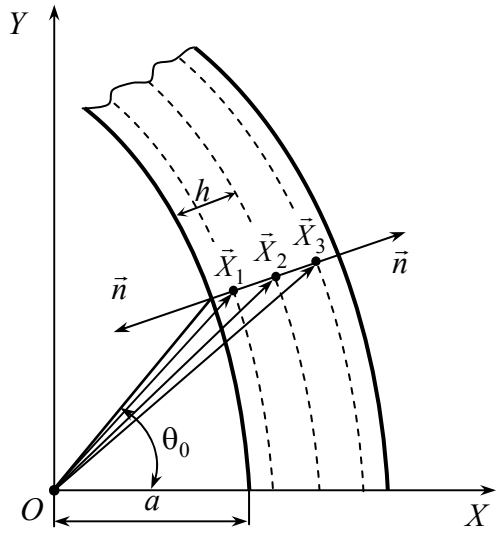


Рис. 2.78. Параметризация точек внутри стенки обтекателя

Здесь l – номер контура в обтекателе; a – половина размера основания обтекателя; h – половина толщины стенки обтекателя; $\eta(\theta)$ – функция, описывающая кривую S_1; $\beta_{1,3} = \pm 0{,}7745597$, $\beta_2 = 0$ – абсциссы трехточечной формулы Гаусса; n_x, n_y – компоненты орта внешней нормали $\vec{n}$ к поверхности, ограничивающей обтекатель.

Для точки наблюдения $\vec{X}_l = (x_l, y_l)$, $(l = 4,5,6)$ на контурах, соответствующих экранам S_0,

$$x_l(\theta_0) = a_l\cos(\theta_0),\ y_l(\theta_0) = \eta_l(x_l(\theta_0)) = \eta_l(\theta_0),\ (0 \le \theta_0 \le \pi);$$

для точек интегрирования $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l})$, $(l = 4,5,6)$ на контурах, соответствующих экранам S_0,

$$x_{\xi,l}(\theta) = a_l\cos(\theta),\ y_{\xi,l}(\theta) = \eta_l(x_{\xi,l}(\theta)) = \eta_l(\theta),\ (0 \le \theta \le \pi).$$

Здесь $(l-3)$ – номер экрана ($l=4$ соответствует контуру экрана S_{01}, $l=5$ – контуру экрана S_{02}, $l=6$ – контуру экрана S_{03}); a_l, $(l=4,5,6)$ – половина апертуры l-го контура; $\eta_l(\theta)$, $(l=4,5,6)$ – функция, описывающая l-й контур. Для экранов S_{01} и S_{02} $\eta_l(\theta)=(a_l\cos\theta)^2/2f_l+d_l$, f_l – удвоенное значение фокусного расстояния l-го контура, d_l – высота подъема вершины l-го контура над осью *OX*. Для экрана S_{03} $\eta_6(\theta)\equiv 0$.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре внутри области D_2 будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам в виде

$$E_z^l(\theta_0)=\sum_{k=0}^{N}A_k^l\cos(k\theta_0),\ (0\le\theta_0\le\pi),\ (l=1,2,3), \qquad (2.183)$$

где A_k^l – подлежащие нахождению коэффициенты.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре S_0 с учетом условий Майкснера будем искать в следующем виде

$$q_l(\theta_0)=\zeta(\theta_0)\sum_{k=0}^{N}A_k^l\cos(k\theta_0),\ (0\le\theta_0\le\pi),\ (l=4,5,6), \qquad (2.184)$$

где A_k^l – подлежащие нахождению коэффициенты; в случае *E*-поляризации $\zeta(\theta_0)=1/a_l\sin\theta_0$ – множитель, позволяющий учесть условие Майкснера.

Далее, для каждой точки наблюдения θ_0 получаем систему из шести (по числу контуров интегрирования) уравнений относительно неизвестных коэффициентов A_k^l:

$$\sum_{k=0}^{N} A_k^l \cos(k\theta_0) = E_z^0\left(\vec{X}_l(\theta_0)\right) -$$

$$-\frac{h\left(k_1^2 - k_0^2\right)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m \sum_{k=0}^{N} C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m - \sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6} A_k^m C_k^{l,m}(\theta_0),\ (l = 1,2,3),$$

$$\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6} A_k^m C_k^{l,m}(\theta_0) = E_z^0\left(\vec{X}_l(\theta_0)\right) -$$

$$-\frac{h\left(k_1^2 - k_0^2\right)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m \sum_{k=0}^{N} C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m\ ,\ (l = 4,5,6), \tag{2.185}$$

где $\alpha_{1,3} = 5/9$, $\alpha_2 = 8/9$ – коэффициенты 3-х точечной формулы Гаусса. Коэффициенты $C_k^{l,m}$ в выражениях (2.185) представляют собой интегралы от известных функций:

$$C_k^{l,m}(\theta_0) = \int_0^{\pi} H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}_l(\theta_0) - \vec{\xi}_m(\theta)\right|\right)\varphi_{l,k}(\theta) p_l(\theta) d\theta, \tag{2.186}$$

где $\varphi_{l,k}(\theta) = \sqrt{\left(x_{\xi,l}'(\theta)\right)^2 + \left(y_{\xi,l}'(\theta)\right)^2}\cos(k\theta)$, $p_l(\theta) = \begin{cases} 1, & l \le 3 \\ \zeta(\theta), & l > 3 \end{cases}$,

$x_{\xi,l}'(\theta)$ и $y_{\xi,l}'(\theta)$ – производные по θ от соответствующих координат, верхние индексы l, m ($l, m = 1,2,...,6$) определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно.

Заметим, что для случая, когда точка наблюдения и точка интегрирования лежат на одном контуре (т.е. $l = m$), подынтегральная функция в (2.186) имеет логарифмическую особенность при $\theta = \theta_0$. Поэтому для расчета этого интеграла необходимо принять специальные меры. Воспользуемся асимптотическим представлением функции Ханкеля для малых значений аргументов [70] и получим окончательное выражение для расчета коэффициентов $C_k^{l,m}$.

$$C_k^{l,m}(\theta_0)=\int_0^{\pi}\left[H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}_l(\theta_0)-\vec{\xi}_m(\theta)\right|\right)\varphi_{l,k}(\theta)p_l(\theta)-\right.$$

$$\left.-\left(1+\frac{2j}{\pi}\left(C+ln\frac{\widetilde{k}a_l\left|cos\,\theta_0-cos\,\theta\right|}{2}\right)\right)\varphi_{l,k}(\theta_0)p_l(\theta_0)\right]d\theta+$$

$$+\varphi_{l,k}(\theta_0)p_l(\theta_0)\left[\pi+2j\left(C+ln\frac{\widetilde{k}a_l}{4}\right)\right], \qquad (2.187)$$

где $\widetilde{k}=k_0\sqrt{1+\left(\eta_l'(x)\right)^2}$, $x=a_l\,cos(\theta_0)$, $C=0{,}57721566$ – постоянная Эйлера.

Вычисление интеграла в (2.187) будем проводить с помощью составной пятиточечной формулы Гаусса. При этом точность вычислений будем контролировать путем варьирования числа участков разбиения, на которых применяется эта формула.

Исходя из геометрии задачи, углы наблюдения θ_0 будем выбирать на участке $[0,\pi]$, причем их количество L возьмем большим чем $3(N+1)$ (например, равным $6(N+1)$ т.е. количество точек наблюдения на каждом слое выберем в два раза большим, чем количество неизвестных коэффициентов). В результате получим переопределенную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_k^l, решение которой будем находить из условия минимума суммы квадратов невязок. Рассчитав таким образом коэффициенты разложения полного поля в слое диэлектрика и подставив в правые части выражений (2.175), (2.176) найдем полное поле антенной системы с обтекателем в любой точке пространства.

2.4.2.4. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай H -поляризации)

Как оговаривалось выше, предельные значения нормальной производной поля на линии S, необходимые при вычислении второго слагаемого в правой части выражения (2.181), могут быть получены из значений поля в области D_2. Для этого воспользуемся интерполяционной формулой Лагранжа:

$$H_z(\theta_0, n) \approx H_z\left(\vec{X}_1(\theta_0)\right)\frac{(n-n_2)(n-n_3)}{(n_1-n_2)(n_1-n_3)} +$$
$$+ H_z\left(\vec{X}_2(\theta_0)\right)\frac{(n-n_1)(n-n_3)}{(n_2-n_1)(n_2-n_3)} + H_z\left(\vec{X}_3(\theta_0)\right)\frac{(n-n_1)(n-n_2)}{(n_3-n_1)(n_3-n_2)}$$

где n, n_m, $(m=1, 2, 3)$ – координаты, отсчитываемые вдоль нормали (на $S_1 : n=0$, на $S_2 : n=\Delta$), n – текущая координата, n_m – координаты на слоях внутри обтекателя, Δ – толщина стенки обтекателя (рис. 2.77).

Как и в случае *E*-поляризации, решение интегрального уравнения на слоях будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам, поэтому с учетом условий (2.177) можно записать:

$$\frac{\partial H_z^-(\theta_0, n)}{\partial n_\xi} \approx \sum_{k=0}^{N} cos(k\,\theta_0)\sum_{l=1}^{3} A_k^l(a_l n + b_l),$$

где a_l и b_l коэффициенты интерполяционной формулы Лагранжа.

Теперь можем получить интеграл как по внутренней, так и по внешней поверхностям обтекателя

$$\int_S G\left(\vec{X}, \vec{\xi}(\theta_0)\right)\frac{\partial H_z^-(\theta_0, n)}{\partial n}\partial l_\xi = \sum_{k=0}^{N}\sum_{l=1}^{3} A_k^l \gamma_k^{l,m}(\theta_0), \qquad (2.188)$$

где $\gamma_k^{l,m}(\theta_0)=\beta_k(\theta_0)(a_m\Delta+b_m)-\delta_k(\theta_0)b_m$,

$\beta_k(\theta_0)=\int\limits_{S_2} G(\vec{X},\vec{\xi})cos(k\theta_0)d\theta$, $\delta_k(\theta_0)=\int\limits_{S_1} G(\vec{X},\vec{\xi})cos(k\theta_0)d\theta$.

Подынтегральная функция, как и в случае E-поляризации, имеет не более чем логарифмическую особенность.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре S_0 ищем в следующем виде:

$$p_l(\theta_0)=\zeta(\theta_0)\sum_{k=0}^{N} A_k^l\, cos(k\theta_0),\ (0\le\theta_0\le\pi),\ (l=4,5,6), \qquad (2.189)$$

где $\zeta(\theta_0)=a_l\, sin\,\theta_0$.

Таким образом, в случае *H*-поляризации система уравнений будет иметь следующий вид:

$$\sum_{k=0}^{N} A_k^l\, cos(k\theta_0)=H_z^0\left(\vec{X}_l(\theta_0)\right)-\frac{h\left(k_1^2-k_0^2\right)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m\sum_{k=0}^{N}C_k^{l,m}(\theta_0)A_k^m+$$

$$+\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=1}^{3}A_k^m\gamma_k^{l,m}(\theta_0)-\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6}A_k^m V_k^{l,m}(\theta_0),\ (l=1,2,3),$$

$$\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6}A_k^m F_k^{l,m}(\theta_0)+\sum_{k=0}^{N}A_k^l D_k^l(\theta_0)=\frac{1}{k_0^2}\frac{\partial H_z^0\left(\vec{X}_l(\theta_0)\right)}{\partial n_x}-$$

$$-\frac{1}{k_0^2}\frac{h\left(k_1^2-k_0^2\right)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m\sum_{k=0}^{N}C_k^{l,m}(\theta_0)A_k^m+$$

$$+\frac{1}{k_0^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=1}^{3}A_k^m\gamma_k^{l,m}(\theta_0),\quad (l=4,5,6), \qquad (2.190)$$

где верхние индексы l, m $(l,m=1,2,\ldots,6)$ определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно. Коэффициенты D_k^l, $F_k^{l,m}$, $V_k^{l,m}$ представляют собой интегралы от известных функций по контурам зеркал. Например,

$$F_k^{l,l}(\theta_0) = -\frac{a_l}{\sqrt{1+(x_l(\theta_0))^2 / f_l^2}} \int_0^{\pi} \left(1 + x_l(\theta_0) x_l(\theta) / f_l^2\right) \cdot$$
$$\cdot H_0^{(1)}\left(k_0 \left| \vec{X}_l(\theta_0) - \vec{\xi}_m(\theta) \right|\right) \zeta(\theta) \sin\theta \cos(k\theta) d\theta.$$

Выбрав значения θ_0 (точек коллокации) на каждом из контуров интегрирования в системе (2.190) так, чтобы их количество превышало число неизвестных коэффициентов, получим переопределенные системы линейных уравнений для A_k^l, которые могут быть решены методом наименьших квадратов.

2.4.2.5. Проверка адекватности расчетного метода

В данном подразделе для проверки работоспособности предложенного метода и оценки точности был проведен расчет излучения токовой нити в присутствии диэлектрической пластины конечных размеров (данный случай имеет ясную физическую интерпретацию и широко освещен в литературе). Также проведен расчет излучения решетки токовых нитей под цилиндрическим круговым диэлектрическим обтекателем, опирающимся на идеально проводящий экран [76] (для данного случая существует точное решение с помощью разложения по собственным функциям).

Пусть источник цилиндрической волны (токовая нить), расположен в точке P с радиус-вектором $\vec{X}_p = (x_p, y_p)$ (рис. 2.79).

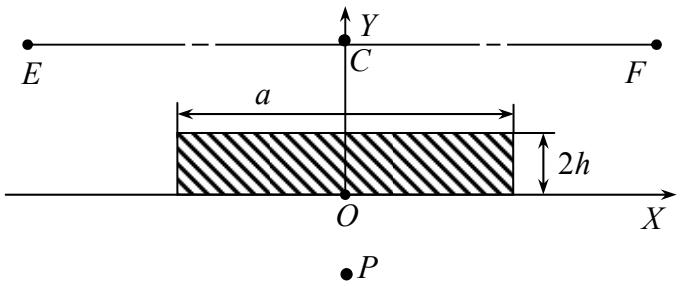


Рис. 2.79. Диэлектрическая пластина

Первичное поле при этом имеет вид $G\left(\vec{X},\vec{X}_p\right)=H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}-\vec{X}_p\right|\right)/4j$. Далее, используя изложенную выше методику, рассчитаем полное поле на вынесенной апертуре *EF*. Приведем результаты некоторых расчетов для следующих параметров пластины: $a=10\lambda_0$, относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_1=4$. На рис. 2.80 представлены зависимости отношения амплитуды полного поля к амплитуде волны, падающей на *EF* в отсутствии пластины, от координаты x для различных значений толщины пластины при расстоянии λ_0 до апертуры. Здесь сплошной жирной линией показана амплитуда поля для случая, когда толщина пластины равна $0{,}5\lambda_1$, пунктирная линия соответствует толщине – $0{,}8\lambda_1$, сплошная тонкая линия – $0{,}3\lambda_1$, (λ_1 – длина волны в диэлектрике).

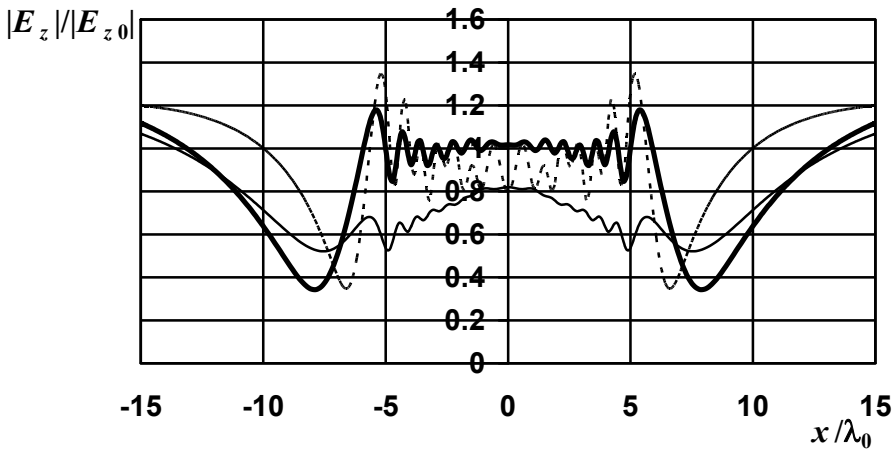


Рис. 2.80. Отношение амплитуды полного поля к амплитуде падающей волны на вынесенной апертуре *EF*, отстоящей от полосы на расстоянии λ_0, (*E* -поляризация)

Анализ кривых на рис. 2.80 показывает, что в пределах проекции полосы на вынесенную апертуру поле имеет осциллирующий характер, обусловленный рассеянием первичной волны

на краях пластины. При этом по мере приближения к центру проекции амплитуда колебаний заметно уменьшается. Отметим тот факт, что сразу за пределами проекции пластины $\left(5 < |x| / \lambda < 13\right)$ наблюдается провал амплитуды поля.

Заметим, что в точке *C* вычисляемое отношение амплитуд, как и следовало ожидать, в случае полуволновой толщины пластины близко к 1. Для полос же с толщинами $0{,}3\lambda_1$ и $0{,}8\lambda_1$ это отношение в точке *C* приближенно равно 0,8.

В случае *H*-поляризации, источник первичного поля, представленный в виде магнитной нити, не имеет ясной физической интерпретации. Поэтому, при расчете модельной задачи "рассеяние *H*-поляризованной ЭМВ на диэлектрической пластине", в качестве источника первичного поля будем использовать плоскую волну единичной амплитуды, падающую на пластину вдоль оси *OY*. Первичное поле в таком случае можно записать как $H_z^0\left(\vec{X}\right) = exp\left(jk_0\left(\vec{R}_0 \cdot \vec{X}\right)\right),\ \vec{R}_0 = (0,1).$

Рассчитаем полное поле на вынесенной апертуре *EF* для случая *H*-поляризации, в присутствии пластины с параметрами, указанными выше. На рисунке 2.81 представлены зависимости отношения амплитуды полного поля к амплитуде волны в отсутствии пластины от координаты x, рассчитанные на апертуре *EF*, отстоящей от пластины на расстояние λ_0, для различных значений толщины пластины. Здесь сплошной жирной линией показана амплитуда поля для случая, когда толщина пластины равна $0{,}5\lambda_1$, пунктирная линия соответствует толщине – $0{,}8\lambda_1$, сплошная тонкая линия – $0{,}3\lambda_1$.

Анализ кривых на рис. 2.81 показывает, что, как и в случае *E*-поляризации, в пределах проекции полосы на вынесенную апертуру поле имеет осциллирующий характер, обусловленный рассеянием первичной волны на краях пластины. В точках проекций краев пластины на *EF* возникают провалы в графике амплитуды поля. За пределами проекции пластины возникают переколебания

амплитуды поля, которые по мере удаления от точек проекции краев заметно уменьшаются и амплитуда поля устанавливается на уровне близком к единице.

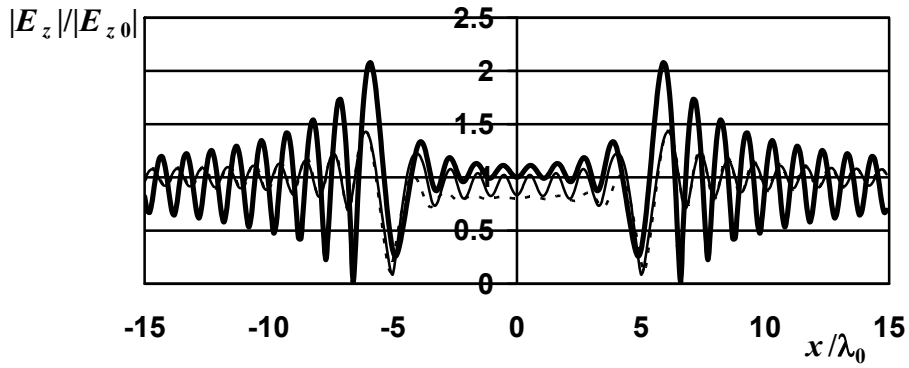


Рис. 2.81. Отношение амплитуды полного поля к амплитуде падающей волны на вынесенной апертуре EF, отстоящей от полосы на расстоянии λ_0 *(*H -поляризация*)*

В точке C вычисляемое отношение амплитуд, в случае полуволновой толщины пластины равно 1. Для полос же с толщинами $0{,}3\lambda_1$ и $0{,}8\lambda_1$ это отношение в точке С приближенно равно 0,8. Результаты, полученные для случаев E- и H-поляризации, хорошо согласуются с известным решением задачи о падении плоской электромагнитной волны на бесконечный диэлектрический лист [77].

При проведении расчетов оказалось, что в рассмотренном случае для решения задачи потребовалось 40 гармоник, а количество интервалов, на которых применялась пятиточечная формула Гаусса, было равно 10. При этом относительная погрешность вычисления поля не превышала 5%.

При расчете полей излучения антенной решетки под цилиндрическим обтекателем [76] внутренний и внешний радиусы цилиндра были выбраны равными $10{,}8\lambda_0$ и $11\lambda_0$, соответственно (λ_0 – длина волны в свободном пространстве). Диэлектрическая

проницаемость материала обтекателя $\varepsilon_1 = 4$. Линейная решетка из 31 токовой нити с косинусным амплитудным и равномерным фазовым распределениями располагалась параллельно оси цилиндра на расстоянии четверти длины волны от экрана (шаг решетки $0{,}6\lambda_0$).

Диаграммы направленности антенной решетки, нормированные к максимуму диаграммы направленности антенной решетки без обтекателя, в случае *E*-поляризации представлены на рис. 2.82.

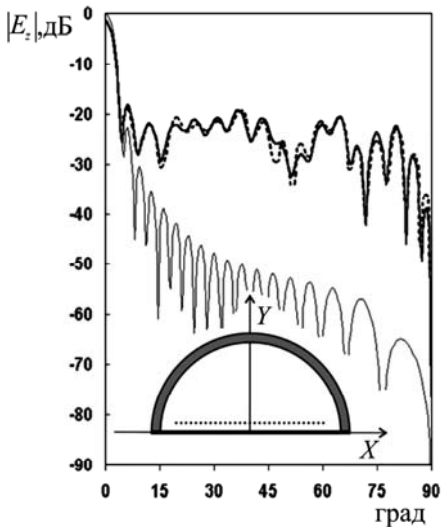


Рис. 2.82. Диаграммы направленности решетки токовых нитей под цилиндрическим круговым диэлектрическим обтекателем, закрытым проводящей плоскостью (*E*-поляризация)

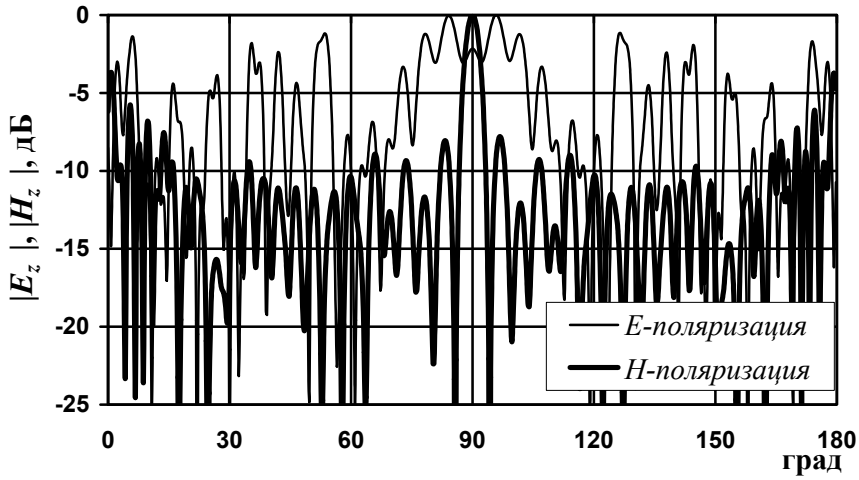
Сплошной жирной линией показана диаграмма направленности, рассчитанная с помощью предлагаемого метода; жирная прерывистая линия – точное решение, полученное для данного случая с помощью разложения по собственным функциям [14]. Угол отсчитывается от оси *Y*. Также приведена диаграмма направленности решетки в отсутствии обтекателя (тонкая сплошная линия). Как видим, решение, полученное с помощью предлагаемого метода, хорошо согласуется с точным решением.

2.4.2.6. Двумерное математическое моделирование характеристик рассеяния бортовых антенных систем с остроконечными обтекателями и их анализ

Рассмотрим двухзеркальную антенну, расположенную под обтекателем оживальной формы. Зеркала антенн представляли собой параболы, фокус большого зеркала S_{01} находился в точке, которая совпадала с фазовым центром зеркала S_{02} (см. рис. 2.77). Раскрывы зеркал были выбраны равными $8\lambda_0$ и $1{,}46\lambda_0$, фокусное расстояние зеркала S_{01} – $7\lambda_0$, фокусное расстояние зеркала S_{02} – λ_0. Радиус основания обтекателя равнялся $5{,}5\lambda_0$, высота – $30\lambda_0$, толщина стенки – $0{,}5\lambda_1$ (λ_0 – длина волны в свободном пространстве, λ_1 – длина волны в диэлектрике с $\varepsilon_1 = 4$). Вершина большого зеркала была расположена на расстоянии $3\lambda_0$ от экрана S_{03}.

На рис. 2.83 представлены нормированные диаграммы рассеяния системы из трех симметрично расположенных экранов и обтекателя при падении плоской волны вдоль оси обтекателя для обеих поляризаций волны облучения. Диаграммы рассеяния нормированы к своим максимумам ($E_{z\max} = 0{,}0309$ В/м, $H_{z\max} = 0{,}0881$ А/м). При этом диаграммы рассеяния в случае *H*-поляризации имеют ярко выраженный главный лепесток и меньший уровень боковых лепестков по сравнению со случаем *E*-поляризации.

На рис. 2.84. представлены нормированные диаграммы рассеяния (ДР) системы из трех экранов и обтекателя при падении плоской волны под углом 100° (10° к оси обтекателя) и повороте антенн S_{01} и S_{02} на угол в 110° (20° к оси обтекателя) для обеих поляризаций. ДР нормированы к своим максимумам ($E_{z\max} = 0{,}0693$ В/м, $H_{z\max} = 0{,}0814$ А/м). Максимум ДР в случае E-поляризации находится под углом 113,25°, а в случае H-поляризации под углом 111,25°.



Р

ис. 2.83. Нормированные диаграммы рассеяния системы из трех экранов под обтекателем

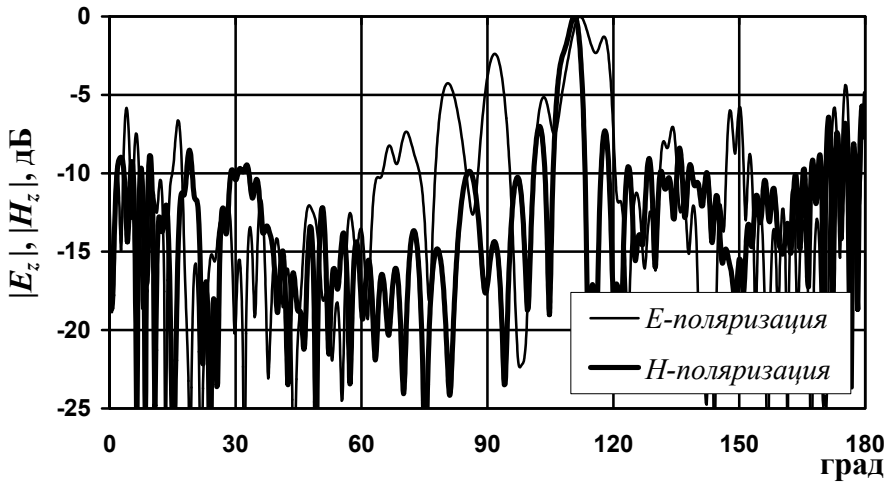


Рис. 2.84. Нормированные диаграммы рассеяния системы из трех экранов под обтекателем

На рис. 2.85 представлены рассчитанные распределения относительной амплитуды и фазы поля для систем "двухзеркальная антенна – экран" (рис. 2.85 а, б) и "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель" (рис. 2.85 в, г) с вышеуказанными параметрами. В каче-

стве первичного источника поля была выбрана плоская электромагнитная волна, падающая вдоль оси обтекателя. На всех рисунках геометрические размеры указаны в длинах волн (λ_0=0,03 м) [78, 79].

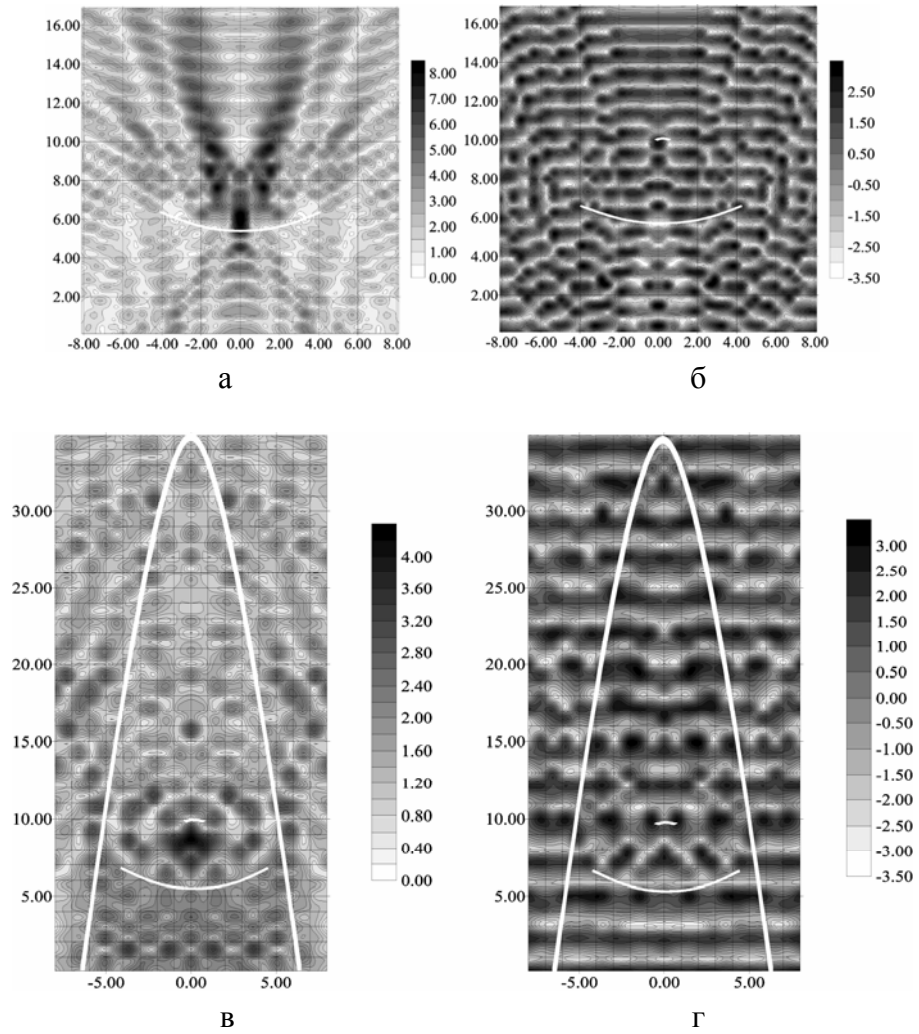


Рис. 2.85. Падение плоской электромагнитной волны вдоль оси обтекателя в случае *E* -поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

Как и следовало ожидать, фазовая картина поля перед большим зеркалом носит характер распространяющейся в обратном направлении плоской волны как при наличии, так и в отсутствие обтекателя. Амплитудная же картина поля в отсутствие обтекателя носит "двурогий" характер с определенной разреженностью поля сзади малого зеркала. При этом уровень поля в зоне разреженности в 7…8 раз ниже, чем в областях концентрации (в частности, непосредственно перед центром большого зеркала). В случае же наличия обтекателя зона концентрации энергии (в результате переотражений от стенок обтекателя) локализуется в области расположения зеркальной антенны (уровень поля в областях концентрации может ~ в 5 раз превышать уровень поля в зонах "разрежения"). Наличие же экрана в основании обтекателя приводит к появлению перед ним режима, близкого к режиму стоячей волны.

При падении плоской волны под углом к оси обтекателя (ось антенны повернута на тот же угол, т.е. облучение идет вдоль оси антенны) наличие экрана в основании антенной системы приводит к некоторому смещению всей картины (без обтекателя). При наличии же обтекателя, как это видно на рис. 2.86, зона концентрации энергии смещается в сторону стенки обтекателя. Это может снизить эффективность работы пеленгатора.

На рис. 2.87, 2.88 приведены результаты расчетов для случая *H*-поляризации падающей плоской волны. При осевом облучении области концентрации энергии и разрежения по сравнению со случаем *E*-поляризации как бы меняются местами. Теперь непосредственно сзади малого зеркала в случае отсутствия обтекателя возникает зона концентрации энергии, а при наличии обтекателя в области расположения антенны возникает разрежение.

При наклонном же падении (рис. 2.88) вся картина амплитудного распределения рассыпается, зоны концентрации "расползаются".

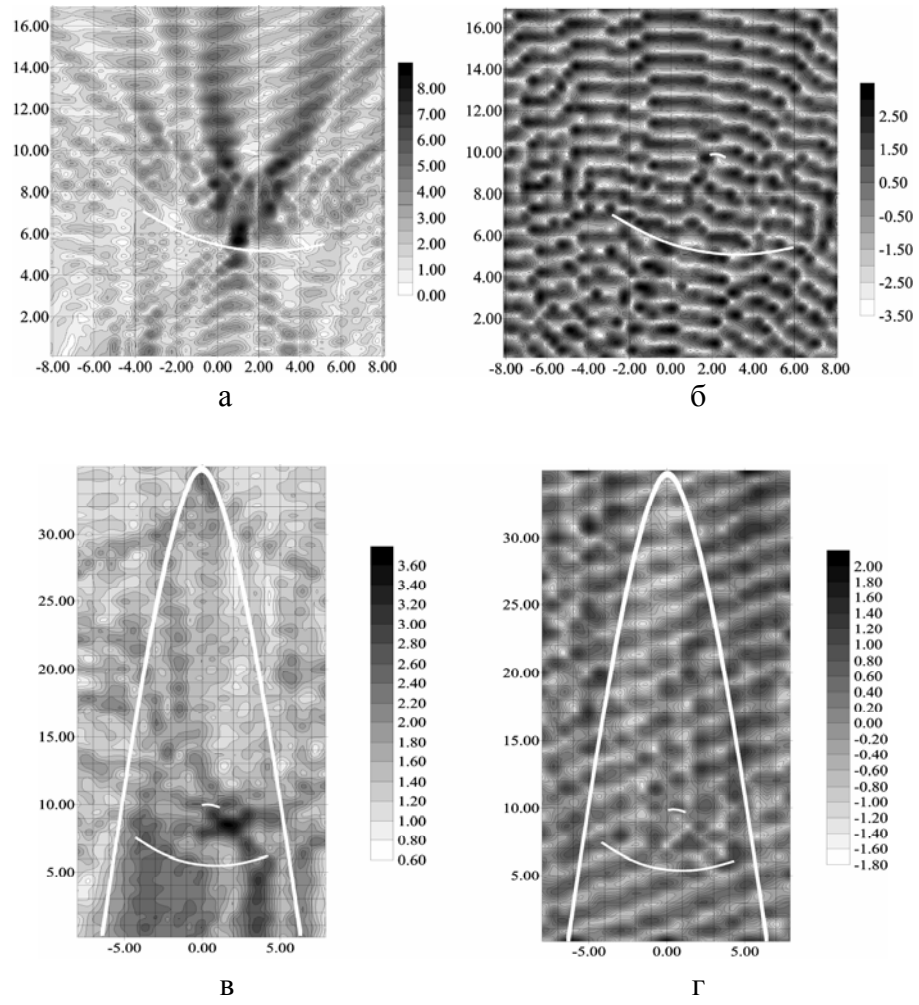


Рис. 2.86. Падение плоской электромагнитной волны под углом 10^0 к оси обтекателя в случае *E*-поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

Следует отметить, что наличие обтекателя как при *E*-, так и при *H*-поляризации существенным образом меняют фазовую структуру поля, в частности, в области апертуры антенны, что может заметно повлиять на ошибки пеленгации антенной системы.

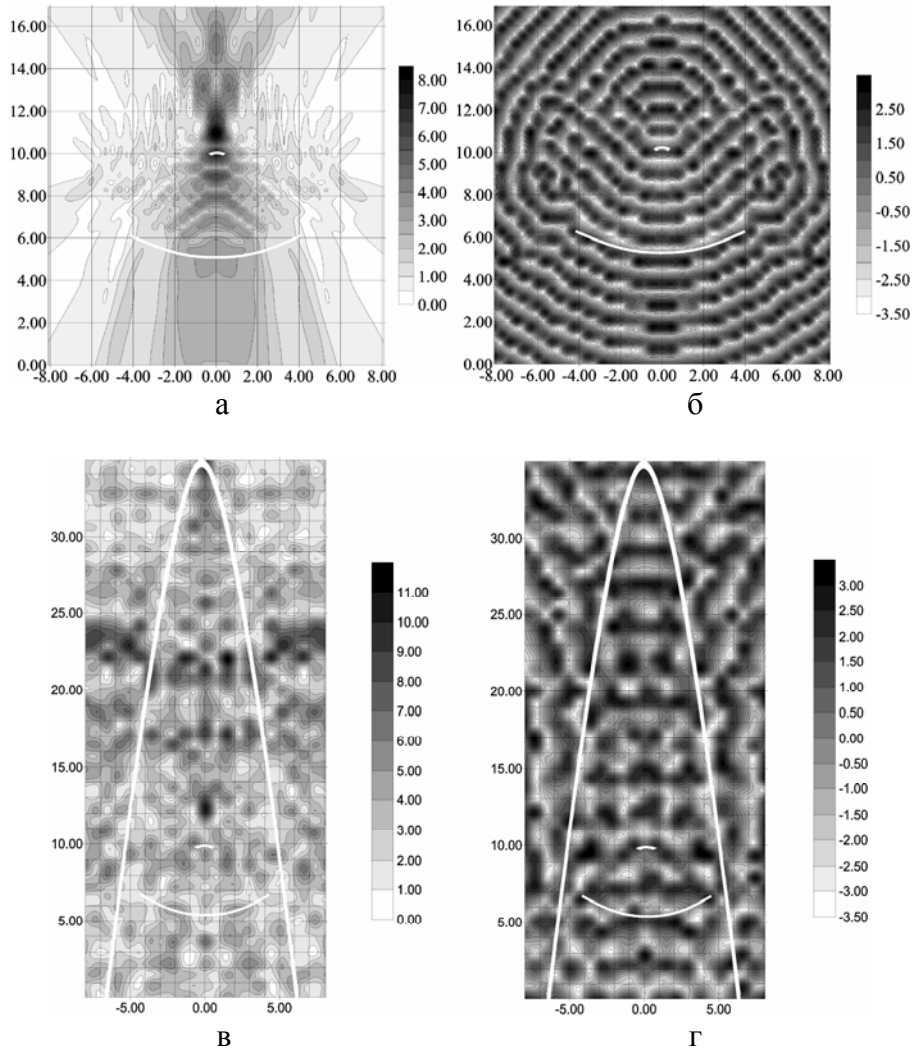


Рис. 2.87. Падение плоской электромагнитной волны вдоль оси обтекателя в случае H -поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

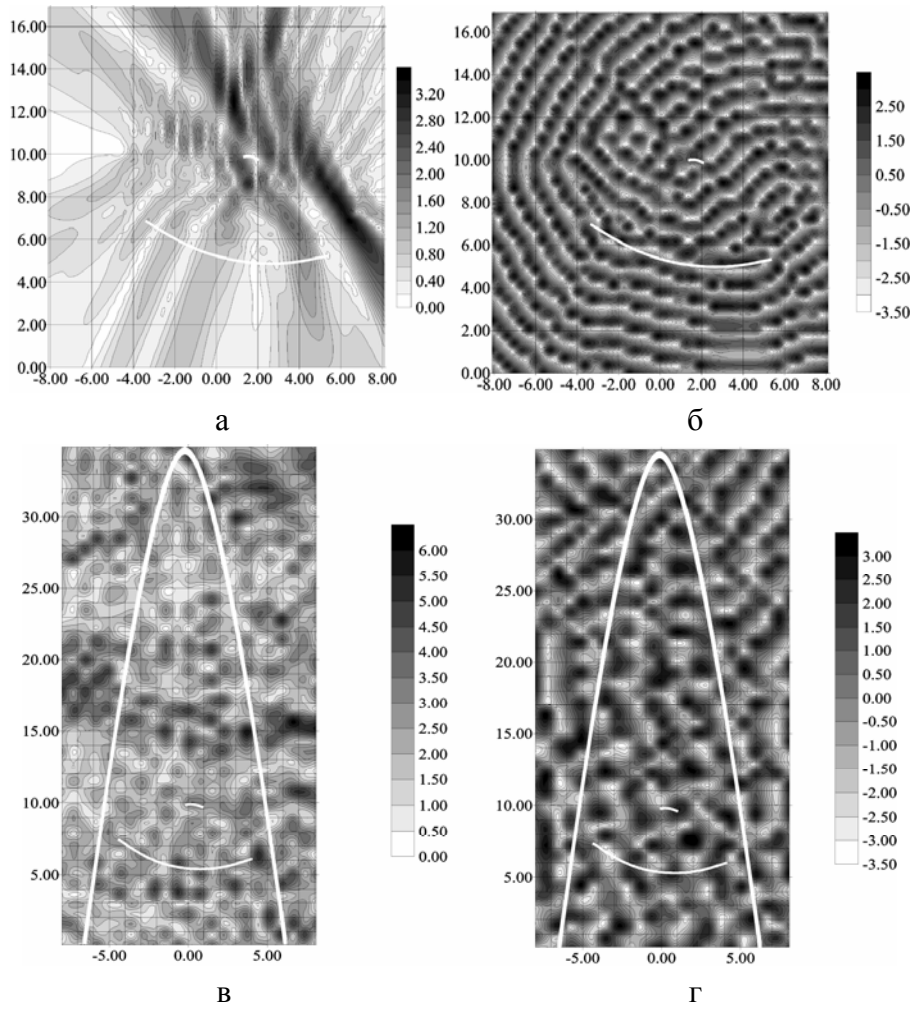


Рис. 2.88. Падение плоской электромагнитной волны под углом 10° к оси обтекателя в случае H -поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"