

и \mathcal{H} приводиться не будет.

В приближении физической оптики поле на "неосвещенной" поверхности объекта тождественно равно нулю. Поэтому, заменив поверхность S_1 ее освещенной частью S'_1 и подставив найденные выражения для $\tilde{\vec{E}}(\vec{x})$, $\tilde{\vec{H}}(\vec{x})$ в (2.3), получим приближенное выражение для рассеянного поля:

$$\vec{p} \cdot \vec{E}(R \vec{r}^0) \approx -jk_0 \frac{\exp(jk_0 R)}{4\pi R} \int_{S'_1} f(\vec{x}) \exp(ik_0 \Omega(\vec{x})) dS, \quad (2.14)$$

где $f(\vec{x}) = \vec{h}(\vec{x}) \cdot \vec{p} + \vec{e}(\vec{x}) \cdot (\vec{p} \times \vec{r}^0)$, $\Omega(\vec{x}) = (\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{x}$,
 $\vec{h}(\vec{x}) = \vec{n} \times [(\vec{R}^0 \times \vec{p}^0) + (\vec{R}^1 \times \vec{p}^1)]$, $\vec{e}(\vec{x}) = \vec{n} \times (\vec{p}^0 + \vec{p}^1)$.

Вычисление интеграла, входящего в (2.14), требует применения специальных кубатурных формул, так как его подынтегральная функция является быстроосциллирующей. В [51] были получены кубатурные формулы для аналогичных интегралов, основанные на линейных аппроксимациях функций $f(\vec{x})$ и $\Omega(\vec{x})$.

2.2.2. Кубатурная формула для поверхностных интегралов от быстроосциллирующих функций

Зададим на поверхности S'_1 систему точек $A_i (i=1,2,\dots,n)$, плотно расположенных на поверхности. При этом точки могут быть заданы нерегулярным образом, что является весьма полезным, а иногда, и необходимым условием при аппроксимации гладких участков поверхности реальных объектов. Известны также значения функций $f(\vec{x})$ и $\Omega(\vec{x})$ в этих точках. В этом случае можно произвести триангуляцию – покрыть область S'_1 системой треугольников $(\Delta_1), \dots, (\Delta_m)$ с вершинами в точках $\{A_i\}$ с тем, чтобы приближенно представить интеграл M , входящий в (2.14) суммой интегралов по $\{\Delta_i\}$:

$$M = \int_{S'_1} f(\bar{x}) \exp(jk_0 \Omega(\bar{x})) dS \approx \sum_{i=1}^m \int_{(\Delta_i)} f(\bar{x}) \exp(jk_0 \Omega(\bar{x})) dS. \quad (2.15)$$

Приближенность представления (2.15) обусловлена двумя причинами: заменой S'_1 плоскими треугольниками, если сама поверхность неплоская, и неточностью аппроксимации S'_1 системой треугольников $\{\Delta_i\}$ вблизи края S'_1 , вызванного, например, наличием нерегулярностей поверхности объекта (рис. 2.13).

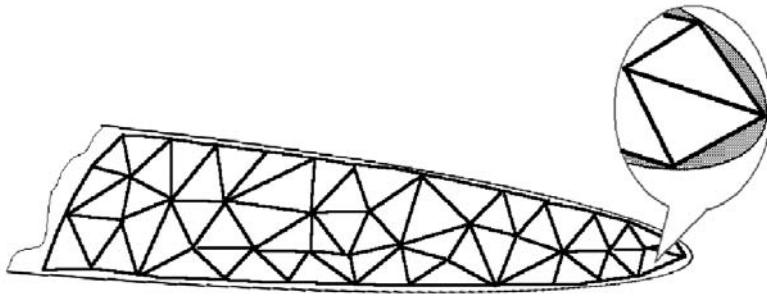


Рис. 2.13. К вопросу о точности аппроксимации гладкой поверхности с помощью треугольников

Рассмотрим интеграл M_{Δ} по плоскому треугольнику Δ с вершинами A_0, A_1, A_2 , радиус-векторы которых $\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2$. Опишем положение произвольной точки $\bar{x} \in \Delta$ посредством ее "барицентрических" координат:

$$\bar{x} = W_0 \bar{a}_0 + W_1 \bar{a}_1 + W_2 \bar{a}_2, \quad (2.16)$$

где W_0, W_1, W_2 – неотрицательные параметры, такие, что $W_0 + W_1 + W_2 = 1$. Тогда выражение (2.16) можно переписать в виде

$$\bar{x} = W_1 (\bar{a}_1 - \bar{a}_0) + W_2 (\bar{a}_2 - \bar{a}_0) + \bar{a}_0. \quad (2.17)$$

В рассматриваемом интеграле

$$M_{\Delta} = \int_{(\Delta)} f(\bar{x}) \exp(jk_0 \Omega(\bar{x})) dS \quad (2.18)$$

воспользуемся (2.17) и перейдем к барицентрическим координатам W_1, W_2 :

$$M_{\Delta} = \left| \frac{\partial \bar{x}}{\partial W_1} \times \frac{\partial \bar{x}}{\partial W_2} \right| \iint_{\Sigma} f[W_1, W_2] \exp(jk_0 \Omega[W_1, W_2]) dW_1 dW_2, \quad (2.19)$$

где

$$f[W_1, W_2] = f(W_1(\bar{a}_1 - \bar{a}_0) + W_2(\bar{a}_2 - \bar{a}_0) + \bar{a}_0), \quad (2.20)$$

$$\Omega[W_1, W_2] = \Omega(W_1(\bar{a}_1 - \bar{a}_0) + W_2(\bar{a}_2 - \bar{a}_0) + \bar{a}_0), \quad (2.21)$$

Σ – единичный треугольник, представленный на рис. 2.14.

Множитель перед интегралом в (2.19) представляет собой удвоенную площадь треугольника Δ

$$\left| \frac{\partial \bar{x}}{\partial W_1} \times \frac{\partial \bar{x}}{\partial W_2} \right| = 2S_{\Delta}. \quad (2.22)$$

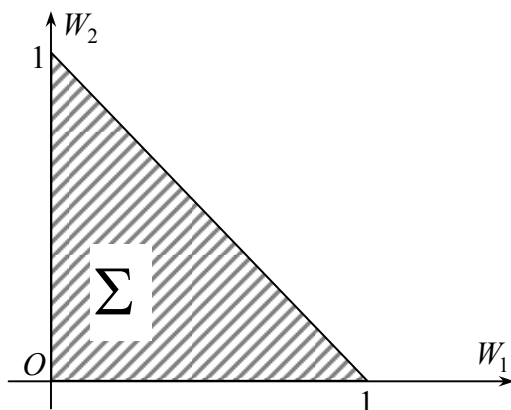


Рис. 2.14. Единичный треугольник в барицентрических координатах

Кубатурную формулу для интеграла M_{Δ} можно получить с помощью аппроксимации поверхностей $f[W_1, W_2]$, $\Omega[W_1, W_2]$ плоскостями, проходящими через три точки: $(1, 0, f[1,0])$, $(0, 1, f[0,1])$, $(0, 0, f[0,0])$ и $(1, 0, \Omega[1,0])$, $(0, 1, \Omega[0,1])$, $(0, 0, \Omega[0,0])$, соответственно. В этом случае (2.20) и (2.21) могут быть представлены в виде

$$f[W_1, W_2] \approx (f[1,0] - f[0,0])W_1 + (f[1,0] - f[0,0])W_2 + f[0,0], \quad (2.23)$$

$$k_0\Omega[W_1, W_2] \approx pW_1 + qW_2 + k_0\Omega[0,0], \quad (2.24)$$

где $p = k_0(\Omega[1,0] - \Omega[0,0])$, $q = k_0(\Omega[0,1] - \Omega[0,0])$.

В этом случае для интеграла M_{Δ} можно записать следующее выражение:

$$M_{\Delta} \approx 2S_{\Delta} \exp(jk_0\Omega[0,0])((f[1,0] - f[0,0])I_{10} + (f[0,1] - f[0,0])I_{01} + f[0,0]I_{00}), \quad (2.25)$$

где величины I_{00}, I_{01}, I_{10} , могут быть вычислены с помощью следующих интегралов

$$\begin{aligned} I_{00} &= \int_0^1 dW_1 \int_0^{1-W_1} \exp(j(pW_1 + qW_2)) dW_2, \\ I_{10} &= \int_0^1 W_1 dW_1 \int_0^{1-W_1} \exp(j(pW_1 + qW_2)) dW_2, \\ I_{01} &= \int_0^1 W_2 dW_2 \int_0^{1-W_2} \exp(j(pW_1 + qW_2)) dW_1. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Вычислив интегралы, получим следующие окончательные выражения:

$$\left. \begin{aligned} I_{00} &= \frac{1}{j(p-q)} \left(\frac{\exp(jp)-1}{jp} - \frac{\exp(jq)-1}{jq} \right), \\ I_{10} &= -\frac{1}{(p-q)^2} \left(\frac{\exp(jp)-1}{jp} - \frac{\exp(jq)-1}{jq} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{p-q}{jq^2} (jq \exp(jq) - \exp(jq) + 1) \right), \\ I_{01} &= -\frac{1}{(p-q)^2} \left(\frac{\exp(jq)-1}{jq} - \frac{\exp(jp)-1}{jp} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{q-p}{jp^2} (jp \exp(jp) - \exp(jp) + 1) \right), \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

которые, совместно с соотношением (2.25) дают представление интеграла M_{Δ} с помощью кубатурных формул.

Используя, далее, представление (2.14), с помощью формул (2.15), (2.25), (2.27) можно рассчитать поле, рассеянное гладкой частью S_1 поверхности объекта. Для приблизительной оценки необходимой плотности разбиений можно воспользоваться приведенной в [52] оценкой.

В рассматриваемом высокочастотном диапазоне поле, рассеянное гладкой частью поверхности объекта, является быстроосциллирующей функцией частоты, что обусловлено сильно изменяющейся картиной зон Френеля на поверхности объекта даже при незначительном изменении частоты зондирующего сигнала. Поэтому для того, чтобы получить устойчивые значения амплитуды рассеянного поля (используемого при вычислении ЭПР), необходимо провести усреднение этой величины в некотором частотном диапазоне зондирования. Также, несмотря на определенные преимущества применяемой кубатурной формулы, с уменьшением длины волны облучения, как и следовало ожидать, возрастает необходимое количество разбиений поверхности интегрирования. Проблема состоит в том, что для объекта очень больших электри-

ческих размеров (каковым является, например, самолет) весьма сложно провести достаточно мелкое разбиение поверхности. В этом случае приходится удовлетворяться усредненными по полосе частот значениями рассеянного поля и ЭПР. Как показывают расчеты, проведенные для объектов простой формы (сфера, эллипсоид), зафиксировав количество разбиений поверхности, можно так подобрать ширину полосы частот (с заданным наперед средним значением), что значение, полученное усреднением ЭПР по этой полосе, достаточно близко к соответствующему среднему значению для реальной поверхности.

2.2.3. Асимптотический метод расчета вторичного излучения гладких участков поверхности объекта в бистатическом случае

Изложенная в п.п. 2.2.1, 2.2.2 методика численного расчета вторичного излучения гладких участков поверхности объекта основана на использовании специальных кубатурных формул для интегралов от быстроосциллирующих функций. Эта методика представляет собой разновидность "токавого" метода.

В настоящем пункте рассмотрим альтернативную методику расчета, основанную на получении "лучевых" асимптотик соответствующих интегралов, в общем бистатическом случае.

Из формулы (2.3) (п.2.2.1) можно получить следующее выражение для рассеянного гладкой частью S_1 поля:

$$\vec{E}_{S_1} = -j k_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\exp(j k_0 R)}{4 \pi R} \vec{I}(\vec{r}_0), \quad (2.28)$$

где

$$\vec{I}(\vec{r}_0) = \int_{S_1} \left[\vec{H}^\perp - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\vec{E}^\perp \times \vec{r}^0) \right] \exp(-j k_0 (\vec{r}^0 \cdot \vec{x})) dS. \quad (2.28')$$