

2.4.1.1. Основные математические соотношения для расчета электромагнитного поля, рассеянного электрически большой зеркальной антенной с радиопоглощающим покрытием кромки зеркала

Для решения поставленной задачи воспользуемся интегральным представлением рассеянного поля типа Стрэттона – Чу [28] (которое в свою очередь может быть получено, если воспользоваться леммой Лоренца [10, 67]):

$$\vec{H}^{pac}(\vec{x}_0) = \int_S \left[-(\vec{H}^\perp \times \vec{\nabla} g)_+ + j\omega\epsilon_0 g \vec{E}^\perp - \frac{1}{j\omega\mu_0} (\vec{E}^\perp \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla} g \right] ds, \quad (2.141)$$

где \vec{x}_0 – радиус-вектор точки наблюдения, S – любая замкнутая поверхность, охватывающая экран D (рис. 2.66), $\vec{E}^\perp = \vec{n} \times \vec{E}$, $\vec{H}^\perp = \vec{n} \times \vec{H}$ – тангенциальные составляющие полного поля на поверхности S , \vec{n} – внутренняя по отношению к S нормаль, $g = \frac{\exp(jk_0 r)}{4\pi r}$, $r = |\vec{x}_0 - \vec{x}|$, \vec{x} – радиус-вектор точки на поверхности S .

Устремим S к D (рис. 2.67) везде, за исключением окрестности кромки. Вблизи же кромки устремим S к тороидальной поверхности S' , охватывающей поверхность поглотителя S'' .

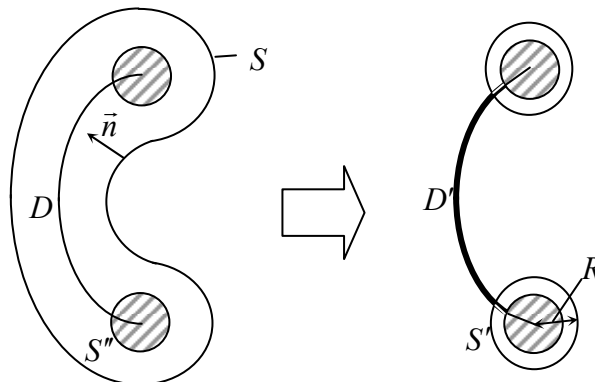


Рис. 2.67. Сечение экрана плоскостью xOz

В результате получим следующее выражение для рассеянного поля:

$$\begin{aligned} \vec{H}^{pac}(\vec{x}_0) = \int_{S'} \left[-(\vec{H}^\perp \times \vec{\nabla}g) + j\omega\varepsilon_0 g \vec{E}^\perp - \frac{1}{j\omega\mu_0} (\vec{E}^\perp \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla}g \right] ds - \\ - \int_{D'} \vec{K} \times \vec{\nabla}g ds, \end{aligned} \quad (2.142)$$

где D' – та часть поверхности D , которая не включает в себя окрестность кромки, ограниченной поверхностью S' (на рис. 2.67 поверхность D' выделена жирной линией). Входящая в (2.142) величина \vec{K} представляет собой скачок плотности поверхностного тока, индуцированного на D' :

$$\vec{K} = (\vec{H}^\perp)^+ - (\vec{H}^\perp)^-, \quad (2.143)$$

где $(\vec{H}^\perp)^+$ и $(\vec{H}^\perp)^-$ – плотности электрических токов на освещенной и затененной сторонах экрана, соответственно.

Получим соотношения для расчета поля, рассеянного экраном в дальней зоне. Для этого воспользуемся асимптотикой функций g и $\vec{\nabla}g$ при $r \rightarrow \infty$ [67]:

$$g \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \frac{\exp(jk_0|\vec{x}_0|) \exp[-jk_0(\vec{r}^0 \cdot \vec{x})]}{4\pi|\vec{x}_0|}, \quad (2.144)$$

$$\vec{\nabla}g \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} -jk_0 \frac{\exp(jk_0|\vec{x}_0|) \exp[-jk_0(\vec{r}^0 \cdot \vec{x})]}{4\pi|\vec{x}_0|} \vec{r}^0, \quad (2.145)$$

где \vec{r}^0 – орт направления на точку наблюдения.

С учетом (2.144) и (2.145) получаем:

$$\vec{H}^{pac}(\vec{r}^0) \approx jk_0 \frac{\exp(jk_0|\vec{x}_0|)}{4\pi|\vec{x}_0|} (\vec{I}_{S'} + \vec{I}_{D'}) \times \vec{r}^0, \quad (2.146)$$

где

$$\vec{I}_{S'} = \int_{S'} \left[\vec{H}^\perp - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\vec{E}^\perp \times \vec{r}^0) \right] \exp[-jk_0(\vec{r}^0 \cdot \vec{x})] ds, \quad (2.147)$$

$$\vec{I}_{D'} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_{D'} \vec{K} \exp[jk_0(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{x}] ds. \quad (2.148)$$

Так как геометрические размеры поверхности D' велики по сравнению с длиной волны, и она не включает в себя окрестность кромки экрана, где существенную роль играет неравномерная составляющая плотности поверхностного тока, то вклад поверхности D' в рассеянное поле будем рассчитывать в приближении физической оптики. А именно:

$$(\vec{H}^\perp)^+ = 2(\vec{n} \times \vec{H}^0), \quad (\vec{H}^\perp)^- = 0. \quad (2.149)$$

С учетом (2.149) выражение (2.148) примет вид:

$$\vec{I}_{D'} = 2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_{D'_+} \vec{n} \times (\vec{R}^0 \times \vec{p}^0) \exp[jk_0(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{x}] ds, \quad (2.150)$$

где D'_+ – освещенная часть поверхности D' .

Так как подынтегральная функция в (2.150) имеет быстро осциллирующий экспоненциальный множитель вычисление данного интеграла целесообразно проводить с помощью полученной в п.2.2.2 кубатурной формулы (2.15) для интеграла вида $M = \int_{S'_i} f(\vec{x}) \exp(jk_0 \Omega(\vec{x})) ds$, в котором амплитудная и фазовая

функции в подынтегральном выражении имеют вид: $f(\vec{x}) = \vec{n}(\vec{x}) \times (\vec{R}^0 \times \vec{p}^0)$ и $\Omega(\vec{x}) = jk_0(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{x}$, соответственно. Заметим, что применение указанной кубатурной формулы требует проведения триангуляции поверхности D'_+ , т. е. замены ее системой плоских треугольников $\{\Delta_j\}$. В пределах каждого треуголь-

ника амплитудная и фазовая функции интерполируются линейными функциями. Интеграл M представляется суммой интегралов по всем треугольникам Δ_j .

В работе [51] дана оценка остаточного члена кубатурной формулы (2.15), которая может быть использована для оценивания точности вычисления интеграла (2.14), либо для определения необходимого числа разбиений поверхности D'_+ , обеспечивающего заданную точность.

Вклад кромочного участка зеркала в суммарное рассеянное поле определяется соотношением (2.147). Представим радиус-вектор точки на поверхности S' в выражении (2.147) в виде суммы (см. рис. 2.68):

$$\vec{x} = \vec{X}(l) + \vec{\xi}(\varphi), \quad (2.151)$$

где $\vec{X}(l)$ – радиус-вектор точки на кромке, имеющей дуговую координату l , $\vec{\xi}(\varphi)$ – ортогональный кромке в точке l вектор, имеющий длину $R \geq \rho$ и ориентацию, определяемую углом φ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$). Угол φ отсчитывается от полуплоскости, подстроенной касательным образом к кромке зеркала в точке l .

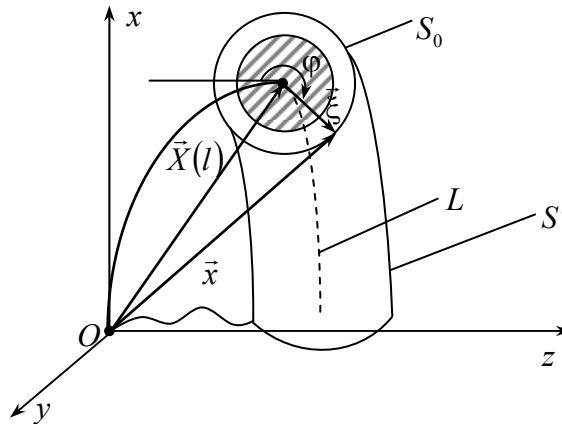


Рис. 2.68. Пояснение процесса интегрирования по поверхности S'

На основании (2.151) величины \vec{H}^\perp и \vec{E}^\perp в точке с радиус-вектором \vec{x} на поверхности S' могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned}\vec{H}^\perp &= \vec{\tilde{H}}^\perp(\vec{\xi}) \exp(jk_0 \vec{R}^0 \cdot \vec{X}(l)), \\ \vec{E}^\perp &= \vec{\tilde{E}}^\perp(\vec{\xi}) \exp(jk_0 \vec{R}^0 \cdot \vec{X}(l)),\end{aligned}\quad (2.152)$$

где $\vec{\tilde{H}}^\perp(\vec{\xi})$ и $\vec{\tilde{E}}^\perp(\vec{\xi})$ – плотности электрического и магнитного токов соответственно в точке на поверхности S' , возбуждаемые падающей волной:

$$\begin{aligned}\vec{\tilde{E}}^0(\vec{\xi}) &= \vec{p}^0 \exp(jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{\xi})), \\ \vec{\tilde{H}}^0(\vec{\xi}) &= \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}(\vec{R}^0 \times \vec{p}^0) \exp(jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{\xi})).\end{aligned}\quad (2.153)$$

Таким образом, поверхностный интеграл, входящий в выражение (2.147), можно представить в виде повторного, как это сделано в [30]. Внешнее интегрирование будем проводить по линии кромки L :

$$\vec{I}_{S'}(\vec{r}^0) = \int_L \exp[jk_0(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{X}(l)] \vec{M}(l, \vec{r}^0) dl, \quad (2.154)$$

где dl – элемент дуги L . Внутреннее же интегрирование будем проводить по линии S_0 , которая представляет собой линию пересечения поверхности интегрирования S' плоскостью, ортогональной к кромке в точке l . В нашем случае S_0 представляет собой окружность радиуса R (рис. 2.68). Выражение для $\vec{M}(l, \vec{r}^0)$ будет иметь вид:

$$\vec{M}(l, \vec{r}^0) = \int_{S_0} \exp[-jk_0(\vec{r}^0 \cdot \vec{\xi})] \left(\vec{\tilde{H}}^\perp(\vec{\xi}) - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (\vec{\tilde{E}}^\perp(\vec{\xi}) \times \vec{r}^0) \right) dq, \quad (2.155)$$

где $dq = R d\phi$ – элемент дуги окружности S_0 . При проведении

расчетов радиус R выбирался равным половине длины волны падающего поля. Такой выбор R обусловлен тем, что, как показано в [28], на расстоянии большем половины длины волны от ребра клина значения полного поля на гранях клина практически не отличаются от соответствующих значений, вычисленных в приближении физической оптики.

Оценка интеграла (2.154) может быть получена методом стационарной фазы [24]. Уравнение для нахождения точек стационарной фазы l_0 на кромке L имеет вид:

$$h'(l_0) = (\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{X}'(l_0) = 0. \quad (2.156)$$

Однако для кромки, представляющей собой окружность (что соответствует нашей модели), существует ситуация, когда метод стационарной фазы применять нельзя. Такая ситуация возникает в случае осевого зондирования и совмещенного приема. При этом "блестит" вся кромка, и значение интеграла $\vec{I}_S(\vec{r}^0)$ может быть получено численным интегрированием (в расчетах, результаты которых будут приведены ниже, использовалась составная пятиточечная формула Гаусса [68]).

После нахождения точек стационарной фазы необходимо проверить их на "видимость" как со стороны передатчика, так и со стороны приемника. Такую проверку будем проводить с использованием алгоритма трассировки лучей, описанного в [46]. Суть алгоритма рассмотрим на примере проверки на видимость точки стационарной фазы с координатами (x_0, y_0, z_0) в направлении \vec{R}^0 . Для этого необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x = x_0 + R_x^0 t, \\ y = y_0 + R_y^0 t, \\ z = z_0 + R_z^0 t, \\ x^2 + y^2 - 4fz = 0, \end{cases} \quad (2.157)$$

где R_x^0 , R_y^0 , R_z^0 – проекции вектора \vec{R}^0 на оси x , y , z соответственно, f – фокусное расстояние зеркала антенны.

В системе (2.157) первых три выражения параметрически описывают заданную прямую, проходящую через точку (x_0, y_0, z_0) в направлении \vec{R}^0 , четвертое уравнение описывает геометрическую форму зеркала антенны. В ходе решения системы (2.157) относительно t получаем квадратное уравнение с корнями t_1 , t_2 . Один из корней всегда равен 0. Если отличный от нуля корень является отрицательным, это означает, что рассматриваемый луч пересекает зеркало антенны в точке, которая закрывает собой точку (x_0, y_0, z_0) . Аналогично осуществляется проверка на "видимость" из точки приема. Если точка стационарной фазы не видна хотя бы в одной из этих ситуаций, ее вклад в рассеянное поле не учитывается. Для случая совмещенного приема достаточно провести одну проверку. Прделав такую проверку для каждой точки стационарной фазы и применив собственно метод стационарной фазы, получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \bar{I}_S(\vec{r}^0) \sim \sum_{l_0^{uid}} \exp \left[jk_0(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{x}(l_0) + \text{sgn}[(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{n}_L(l_0)] j \frac{\pi}{4} \right] \cdot \\ \cdot \bar{M}(l_0, \vec{r}^0) \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 \alpha(l_0) |(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{n}_L(l_0)|}}, \end{aligned} \quad (2.158)$$

где $\vec{n}_L(l_0)$ – орт главной нормали к L в точке l_0 , символ l_0^{uid} означает, что суммирование проводится по всем "видимым" точкам стационарной фазы на кромке, $\alpha(l_0)$ – кривизна кривой L в точке l_0 .

При вычислении интеграла (2.154) с помощью выражения (2.158) необходимо знать значение функции $\bar{M}(l, \vec{r}^0)$ в точке l_0 . В силу того, что подынтегральная функция в (2.155) является доста-

точно плавной, $\vec{M}(l_0, \vec{r}^0)$ можно оценить с помощью одномерного численного интегрирования. При проведении расчетов будем пользоваться составной пятиточечной формулой Гаусса [68]. Для этого необходимо определить значения $\vec{H}^\perp(\vec{\xi})$ и $\vec{E}^\perp(\vec{\xi})$ на линии S_0 . Учитывая тот факт, что зеркало имеет большие электрические размеры, а кромка – малую кривизну, значения $\vec{H}^\perp(\vec{\xi})$ и $\vec{E}^\perp(\vec{\xi})$ по аналогии с изложенным в п.2.2.4 можно приближенно положить равными соответствующим значениям на поверхности поглощающего цилиндра, закрывающего ребро подстроенной касательным образом к поверхности зеркала в точке l_0 идеально проводящей полуплоскости.

Как и в п. 2.2.4, для вычисления значений $\vec{H}^\perp(\vec{\xi})$ и $\vec{E}^\perp(\vec{\xi})$ воспользуемся решением модельной задачи о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с тороидальным РПП на ребре [45] с той лишь особенностью, что внешний угол клина примем равным 2π . В этом случае клин вырождается в полуплоскость (рис. 2.69).

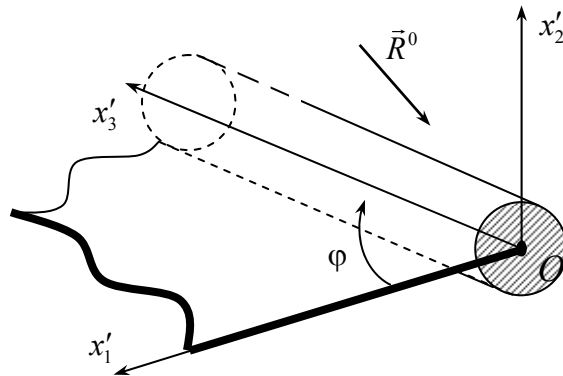


Рис. 2.69. Полуплоскость с радиопоглощающим цилиндром на ребре

Как и в п. 2.2.4 представим \tilde{E}_3 и \tilde{H}_3 в виде $\tilde{E}_3 = u(x'_1, x'_2) \exp(jk_0 x'_3 R_3^0)$, $\tilde{H}_3 = v(x'_1, x'_2) \exp(jk_0 x'_3 R_3^0)$ и введем в рассмотрение вектор $\vec{w} = \begin{pmatrix} u(x'_1, x'_2) \\ v(x'_1, x'_2) \end{pmatrix}$. В рассматриваемом случае \vec{w}

вне поглощающего цилиндра записывается с помощью разложений в ряды (2.78), но по функциям Бесселя полуцелого индекса, что получается в результате принятия параметра ϕ , определяющего угол раствора клина, равным 2:

$$\vec{w} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_m J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r) + C_m H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r) \right] \vec{f}_m(\phi), \quad (2.159)$$

где $J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r)$ – функция Бесселя, $H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r)$ – функция Ганкеля,

$$\eta_0 = k_0 \sqrt{1 - (R_3^0)^2}, \quad \vec{f}_m(\phi) = \begin{pmatrix} \sin(\phi m/2) \\ \cos(\phi m/2) \end{pmatrix}.$$

Выражения для матричных (2×2) коэффициентов A_m , C_m получены в [45].

Зная $u(x'_1, x'_2)$ и $v(x'_1, x'_2)$, воспользовавшись уравнениями Максвелла, можно найти остальные компоненты искомого поля.

Таким образом, используя выражение (2.159) для расчета $\vec{M}(l, \vec{r}^0)$ по формуле (2.155) и учитывая, что $\vec{H}^\perp(\vec{\xi}) = \vec{n} \times \vec{H}(\vec{\xi})$, $\vec{E}^\perp(\vec{\xi}) = \vec{n} \times \vec{E}(\vec{\xi})$, находим суммарный вклад всех видимых кромочных участков в полное рассеянное поле.

С целью проверки адекватности результатов, получаемых с помощью описанной методики, реальным процессам рассеяния плоской ЭМВ на зеркале антенны проведем сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, полученными в безэховой камере.

В качестве зеркала антенны использовался параболоид вращения с диаметром раскрыва 0,3 м и фокусным расстоянием

2.4. Характеристики рассеяния зеркальных антенных систем

0,137 м. Расчеты проводились для длины волны $\lambda = 0,032$ м.

Результаты эксперимента и расчета представлены на рис. 2.70.

Здесь представлена зависимость ЭПР параболоида вращения от угла обхода θ , отсчитываемого от оси вращения зеркала в плоскости yOz (см. рис. 2.66). Вектор поляризации падающего поля был ориентирован вдоль оси Ox (далее такую ориентацию вектора поляризации будем называть вертикальной, а случай, когда вектор поляризации перпендикулярен оси Ox , будем называть горизонтальной поляризацией). Жирной линией показаны экспериментальные значения ЭПР, тонкой линией – расчетные.

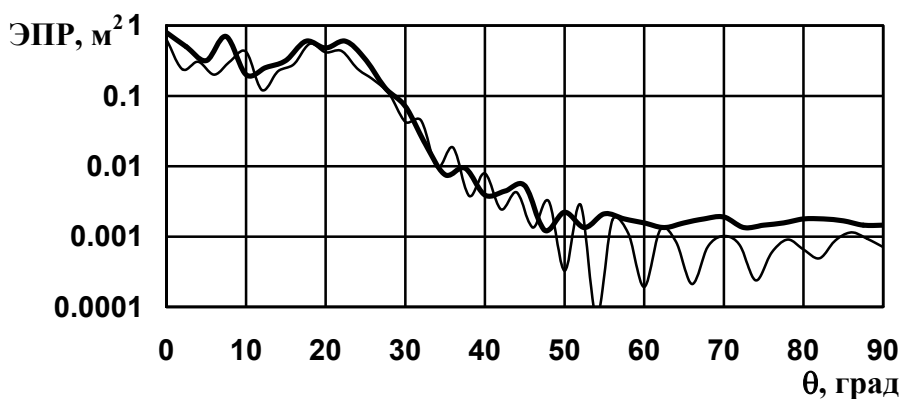


Рис. 2.70. Диаграмма обратного вторичного излучения параболоида вращения

Как видно из этого рисунка расчетные данные достаточно хорошо совпадают с экспериментальными. Имеющее место небольшое расхождение между ними объясняется, во-первых, неточностью совмещения в вертикальной плоскости оси параболоида с направлением на приемную антенну при проведении измерений; во-вторых, тем, что при измерениях шаг по углу θ был равен $2,5^\circ$, и поэтому некоторые провалы в диаграмме обратного вторичного излучения параболоида могли быть пропущены.