

получено с помощью итерационной процедуры (в частности, в отсутствие экрана  $S_{03}$ ). Однако в случае сильного взаимодействия между экранами и обтекателем при итерациях "экраны – обтекатель" не наблюдается установление токов на экранах и поля в слое обтекателя и систему уравнений (2.181), (2.182) необходимо решать непосредственно.

### 2.4.2.3. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай $E$ -поляризации)

Интегрирование по области  $D_2$  может быть представлено в виде последовательного интегрирования вдоль направляющей линии  $S_1$  и вдоль нормали к  $S_1$ . При этом, учитывая, что толщина стенки обтекателя составляет величину порядка половины длины волны, для получения приемлемой точности вычислений в используемой квадратурной формуле достаточно иметь значения подинтегральной функции в трех точках вдоль нормали. Таким образом, интеграл по области  $D_2$  может быть представлен в виде взвешенной суммы интегралов по трем подобным  $S_1$  контурам, находящимся внутри  $D_2$ .

Введем параметризацию точек на контурах внутри стенки обтекателя (рис. 2.78) и на контурах  $S_0$ .

Интегрирование вдоль нормали к стенке обтекателя будем проводить численно, используя 3-х точечную формулу Гаусса [71].

Для точки наблюдения на контурах внутри стенки обтекателя  $\vec{X}_l = (x_l, y_l)$ , ( $l = 1, 2, 3$ )

$$\begin{aligned}x_l(\theta_0) &= a \cos(\theta_0) + h(1 - \beta_l)n_x(\theta_0), \\y_l(\theta_0) &= \eta(\theta_0) + h(1 - \beta_l)n_y(\theta_0), \quad (0 \leq \theta_0 \leq \pi); \end{aligned}$$

для точек интегрирования на контурах внутри стенки обтекателя  $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l})$ , ( $l = 1, 2, 3$ )

$$x_{\xi,l}(\theta) = a \cos(\theta) + h(1 - \beta_l)n_x(\theta),$$

$$y_{\xi,l}(\theta) = \eta(\theta) + h(1 - \beta_l)n_y(\theta), \quad (0 \leq \theta \leq \pi).$$

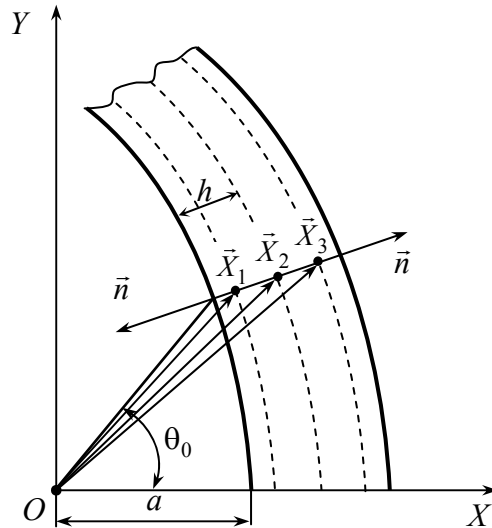


Рис. 2.78. Параметризация точек внутри стенки обтекателя

Здесь  $l$  – номер контура в обтекателе;  $a$  – половина размера основания обтекателя;  $h$  – половина толщины стенки обтекателя;  $\eta(\theta)$  – функция, описывающая кривую  $S_1$ ;  $\beta_{1,3} = \pm 0,7745597$ ,  $\beta_2 = 0$  – абсциссы трехточечной формулы Гаусса;  $n_x$ ,  $n_y$  – компоненты орта внешней нормали  $\vec{n}$  к поверхности, ограничивающей обтекатель.

Для точки наблюдения  $\vec{X}_l = (x_l, y_l)$ , ( $l = 4, 5, 6$ ) на контурах, соответствующих экранам  $S_0$ ,

$$x_l(\theta_0) = a_l \cos(\theta_0), \quad y_l(\theta_0) = \eta_l(x_l(\theta_0)) = \eta_l(\theta_0), \quad (0 \leq \theta_0 \leq \pi);$$

для точек интегрирования  $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l})$ , ( $l = 4, 5, 6$ ) на контурах, соответствующих экранам  $S_0$ ,

$$x_{\xi,l}(\theta) = a_l \cos(\theta), \quad y_{\xi,l}(\theta) = \eta_l(x_{\xi,l}(\theta)) = \eta_l(\theta), \quad (0 \leq \theta \leq \pi).$$

Здесь  $(l-3)$  – номер экрана ( $l=4$  соответствует контуру экрана  $S_{01}$ ,  $l=5$  – контуру экрана  $S_{02}$ ,  $l=6$  – контуру экрана  $S_{03}$ );  $a_l$ , ( $l=4,5,6$ ) – половина апертуры  $l$ -го контура;  $\eta_l(\theta)$ , ( $l=4,5,6$ ) – функция, описывающая  $l$ -й контур. Для экранов  $S_{01}$  и  $S_{02}$   $\eta_l(\theta) = (a_l \cos \theta)^2 / 2f_l + d_l$ ,  $f_l$  – удвоенное значение фокусного расстояния  $l$ -го контура,  $d_l$  – высота подъема вершины  $l$ -го контура над осью  $OX$ . Для экрана  $S_{03}$   $\eta_6(\theta) \equiv 0$ .

Решение интегрального уравнения на каждом контуре внутри области  $D_2$  будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам в виде

$$E_z^l(\theta_0) = \sum_{k=0}^N A_k^l \cos(k\theta_0), \quad (0 \leq \theta_0 \leq \pi), \quad (l=1,2,3), \quad (2.183)$$

где  $A_k^l$  – подлежащие нахождению коэффициенты.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре  $S_0$  с учетом условий Майкснера будем искать в следующем виде

$$q_l(\theta_0) = \zeta(\theta_0) \sum_{k=0}^N A_k^l \cos(k\theta_0), \quad (0 \leq \theta_0 \leq \pi), \quad (l=4,5,6), \quad (2.184)$$

где  $A_k^l$  – подлежащие нахождению коэффициенты; в случае  $E$ -поляризации  $\zeta(\theta_0) = 1/a_l \sin \theta_0$  – множитель, позволяющий учесть условие Майкснера.

Далее, для каждой точки наблюдения  $\theta_0$  получаем систему из шести (по числу контуров интегрирования) уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $A_k^l$ :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=0}^N A_k^l \cos(k\theta_0) = E_z^0(\bar{X}_l(\theta_0)) - \\
 & - \frac{h(k_1^2 - k_0^2)}{4j} \sum_{m=1}^3 \alpha_m \sum_{k=0}^N C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m - \sum_{k=0}^N \sum_{m=4}^6 A_k^m C_k^{l,m}(\theta_0), \quad (l = 1, 2, 3), \\
 & \sum_{k=0}^N \sum_{m=4}^6 A_k^m C_k^{l,m}(\theta_0) = E_z^0(\bar{X}_l(\theta_0)) - \\
 & - \frac{h(k_1^2 - k_0^2)}{4j} \sum_{m=1}^3 \alpha_m \sum_{k=0}^N C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m, \quad (l = 4, 5, 6),
 \end{aligned} \tag{2.185}$$

где  $\alpha_{1,3} = 5/9$ ,  $\alpha_2 = 8/9$  – коэффициенты 3-х точечной формулы Гаусса. Коэффициенты  $C_k^{l,m}$  в выражениях (2.185) представляют собой интегралы от известных функций:

$$C_k^{l,m}(\theta_0) = \int_0^\pi H_0^{(1)}(k_0 |\bar{X}_l(\theta_0) - \bar{\xi}_m(\theta)|) \varphi_{l,k}(\theta) p_l(\theta) d\theta, \tag{2.186}$$

где  $\varphi_{l,k}(\theta) = \sqrt{\left(x_{\xi,l}'(\theta)\right)^2 + \left(y_{\xi,l}'(\theta)\right)^2} \cos(k\theta)$ ,  $p_l(\theta) = \begin{cases} 1, & l \leq 3 \\ \zeta(\theta), & l > 3 \end{cases}$ ,

$x_{\xi,l}'(\theta)$  и  $y_{\xi,l}'(\theta)$  – производные по  $\theta$  от соответствующих координат, верхние индексы  $l, m$  ( $l, m = 1, 2, \dots, 6$ ) определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно.

Заметим, что для случая, когда точка наблюдения и точка интегрирования лежат на одном контуре (т.е.  $l = m$ ), подынтегральная функция в (2.186) имеет логарифмическую особенность при  $\theta = \theta_0$ . Поэтому для расчета этого интеграла необходимо принять специальные меры. Воспользуемся асимптотическим представлением функции Ханкеля для малых значений аргументов [70] и получим окончательное выражение для расчета коэффициентов  $C_k^{l,m}$ .

$$\begin{aligned}
 C_k^{l,m}(\theta_0) = & \int_0^\pi \left[ H_0^{(1)}(k_0 |\bar{X}_l(\theta_0) - \bar{\xi}_m(\theta)|) \right] \varphi_{l,k}(\theta) p_l(\theta) - \\
 & - \left[ 1 + \frac{2j}{\pi} \left( C + \ln \frac{\tilde{k} a_l |\cos \theta_0 - \cos \theta|}{2} \right) \right] \varphi_{l,k}(\theta_0) p_l(\theta_0) \Big] d\theta + \\
 & + \varphi_{l,k}(\theta_0) p_l(\theta_0) \left[ \pi + 2j \left( C + \ln \frac{\tilde{k} a_l}{4} \right) \right], \quad (2.187)
 \end{aligned}$$

где  $\tilde{k} = k_0 \sqrt{1 + (\eta'_l(x))^2}$ ,  $x = a_l \cos(\theta_0)$ ,  $C = 0,57721566$  – постоянная Эйлера.

Вычисление интеграла в (2.187) будем проводить с помощью составной пятиточечной формулы Гаусса. При этом точность вычислений будем контролировать путем варьирования числа участков разбиения, на которых применяется эта формула.

Исходя из геометрии задачи, углы наблюдения  $\theta_0$  будем выбирать на участке  $[0, \pi]$ , причем их количество  $L$  возьмем большим чем  $3(N+1)$  (например, равным  $6(N+1)$  т.е. количество точек наблюдения на каждом слое выберем в два раза большим, чем количество неизвестных коэффициентов). В результате получим переопределенную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $A_k^l$ , решение которой будем находить из условия минимума суммы квадратов невязок. Рассчитав таким образом коэффициенты разложения полного поля в слое диэлектрика и подставив в правые части выражений (2.175), (2.176) найдем полное поле антенной системы с обтекателем в любой точке пространства.