

#### 2.4.2.4. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай $H$ -поляризации)

Как оговаривалось выше, предельные значения нормальной производной поля на линии  $S$ , необходимые при вычислении второго слагаемого в правой части выражения (2.181), могут быть получены из значений поля в области  $D_2$ . Для этого воспользуемся интерполяционной формулой Лагранжа:

$$H_z(\theta_0, n) \approx H_z(\bar{X}_1(\theta_0)) \frac{(n-n_2)(n-n_3)}{(n_1-n_2)(n_1-n_3)} + \\ + H_z(\bar{X}_2(\theta_0)) \frac{(n-n_1)(n-n_3)}{(n_2-n_1)(n_2-n_3)} + H_z(\bar{X}_3(\theta_0)) \frac{(n-n_1)(n-n_2)}{(n_3-n_1)(n_3-n_2)}$$

где  $n$ ,  $n_m$ , ( $m = 1, 2, 3$ ) – координаты, отсчитываемые вдоль нормали (на  $S_1 : n = 0$ , на  $S_2 : n = \Delta$ ),  $n$  – текущая координата,  $n_m$  – координаты на слоях внутри обтекателя,  $\Delta$  – толщина стенки обтекателя (рис. 2.77).

Как и в случае  $E$ -поляризации, решение интегрального уравнения на слоях будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам, поэтому с учетом условий (2.177) можно записать:

$$\frac{\partial H_z^-(\theta_0, n)}{\partial n_\xi} \approx \sum_{k=0}^N \cos(k\theta_0) \sum_{l=1}^3 A_k^l (a_l n + b_l),$$

где  $a_l$  и  $b_l$  коэффициенты интерполяционной формулы Лагранжа.

Теперь можем получить интеграл как по внутренней, так и по внешней поверхностям обтекателя

$$\int_S G(\bar{X}, \bar{\xi}(\theta_0)) \frac{\partial H_z^-(\theta_0, n)}{\partial n} \partial l_\xi = \sum_{k=0}^N \sum_{l=1}^3 A_k^l \gamma_k^{l,m}(\theta_0), \quad (2.188)$$

$$\text{где } \gamma_k^{l,m}(\theta_0) = \beta_k(\theta_0)(a_m \Delta + b_m) - \delta_k(\theta_0)b_m,$$

$$\beta_k(\theta_0) = \int_{S_2} G(\bar{X}, \bar{\xi}) \cos(k\theta_0) d\theta, \quad \delta_k(\theta_0) = \int_{S_1} G(\bar{X}, \bar{\xi}) \cos(k\theta_0) d\theta.$$

Подынтегральная функция, как и в случае  $E$ -поляризации, имеет не более чем логарифмическую особенность.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре  $S_0$  ищем в следующем виде:

$$p_l(\theta_0) = \zeta(\theta_0) \sum_{k=0}^N A_k^l \cos(k\theta_0), \quad (0 \leq \theta_0 \leq \pi), \quad (l = 4, 5, 6), \quad (2.189)$$

$$\text{где } \zeta(\theta_0) = a_l \sin \theta_0.$$

Таким образом, в случае  $H$ -поляризации система уравнений будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^N A_k^l \cos(k\theta_0) &= H_z^0(\bar{X}_l(\theta_0)) - \frac{h(k_1^2 - k_0^2)}{4j} \sum_{m=1}^3 \alpha_m \sum_{k=0}^N C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m + \\ &+ \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} - 1 \right) \sum_{k=0}^N \sum_{m=1}^3 A_k^m \gamma_k^{l,m}(\theta_0) - \sum_{k=0}^N \sum_{m=4}^6 A_k^m V_k^{l,m}(\theta_0), \quad (l = 1, 2, 3), \\ \\ \sum_{k=0}^N \sum_{m=4}^6 A_k^m F_k^{l,m}(\theta_0) + \sum_{k=0}^N A_k^l D_k^l(\theta_0) &= \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial H_z^0(\bar{X}_l(\theta_0))}{\partial n_x} - \\ &- \frac{1}{k_0^2} \frac{h(k_1^2 - k_0^2)}{4j} \sum_{m=1}^3 \alpha_m \sum_{k=0}^N C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m + \\ &+ \frac{1}{k_0^2} \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} - 1 \right) \sum_{k=0}^N \sum_{m=1}^3 A_k^m \gamma_k^{l,m}(\theta_0), \quad (l = 4, 5, 6), \end{aligned} \quad (2.190)$$

где верхние индексы  $l, m$  ( $l, m = 1, 2, \dots, 6$ ) определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно. Коэффициенты  $D_k^l, F_k^{l,m}, V_k^{l,m}$  представляют собой интегралы от известных функций по контурам зеркал. Например,

$$F_k^{l,l}(\theta_0) = -\frac{a_l}{\sqrt{1+(x_l(\theta_0))^2/f_l^2}} \int_0^\pi \left(1+x_l(\theta_0)x_l(\theta)/f_l^2\right) \cdot H_0^{(1)}\left(k_0|\vec{X}_l(\theta_0)-\vec{\xi}_m(\theta)|\right) \zeta(\theta) \sin \theta \cos(k\theta) d\theta.$$

Выбрав значения  $\theta_0$  (точек коллокации) на каждом из контуров интегрирования в системе (2.190) так, чтобы их количество превышало число неизвестных коэффициентов, получим переопределенные системы линейных уравнений для  $A_k^l$ , которые могут быть решены методом наименьших квадратов.

#### 2.4.2.5. Проверка адекватности расчетного метода

В данном подразделе для проверки работоспособности предложенного метода и оценки точности был проведен расчет излучения токовой нити в присутствии диэлектрической пластины конечных размеров (данный случай имеет ясную физическую интерпретацию и широко освещен в литературе). Также проведен расчет излучения решетки токовых нитей под цилиндрическим круговым диэлектрическим обтекателем, опирающимся на идеально проводящий экран [76] (для данного случая существует точное решение с помощью разложения по собственным функциям).

Пусть источник цилиндрической волны (токовая нить), расположен в точке  $P$  с радиус-вектором  $\vec{X}_p = (x_p, y_p)$  (рис. 2.79).

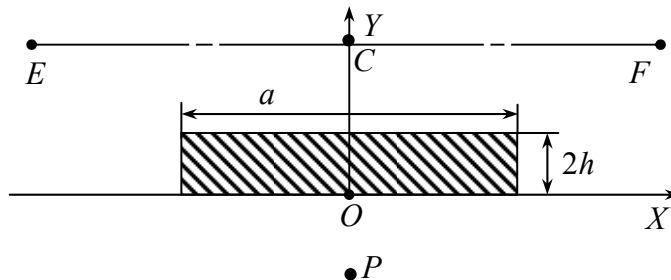


Рис. 2.79. Диэлектрическая пластина