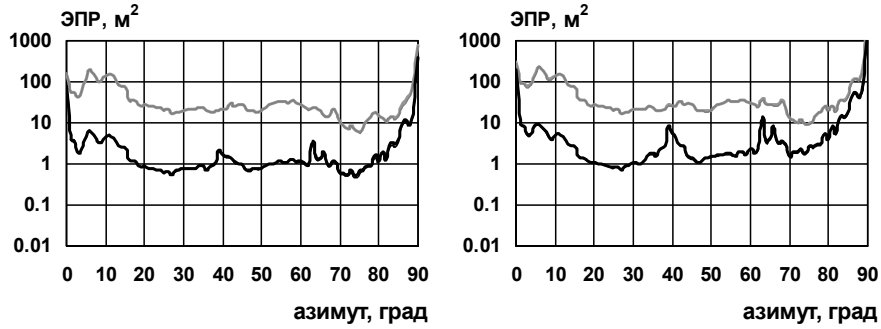
связанным с отражением от подстилающей поверхности, вносят заметный вклад в общее поле, рассеянное объектом. Для углов места 10° и 30° ,так же как и для идеально проводящей модели, ЭПР танка на влажной земле выше, чем для сухой земли. При углах места, близких к 0° и 90°, влияние типа почвы на уровень ЭПР существенно ниже.



а б

Рис. 2.64. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 75° (а – сухая земля, б – влажная земля)

2.4. Характеристики рассеяния зеркальных антенных систем

В последние десятилетия возможности средств обнаружения как аэродинамических, так и наземных (надводных) целей резко возросли. Поэтому особое значение в настоящее время приобретает снижение радиолокационной заметности (РЛЗ) образцов вооружения.

Решению этой задачи посвящено много работ [58 – 66]. С помощью использования РПМ, придания образцу вооружения специальной формы, можно достичь существенного снижения РЛЗ. В этом случае антенные системы (АС) образца вооружения могут стать одним из основных демаскирующих его элементов. Это связано с тем, что исходя из основного предназначения антенны (излучение и прием радиоволн), поверхность антенной системы не может быть неотражающей.

В связи с вышесказанным необходимо уметь рассчитывать характеристики рассеяния антенных систем. Данный раздел посвящен расчету характеристик рассеяния зеркальных антенных систем, в том числе с радиопрозрачными обтекателями, а также способу снижения РЛЗ зеркальных антенн для определенных ракурсов облучения и приема с помощью использования РПМ на отдельных элементах конструкции.

Зеркальные антенны (ЗА) получили широкое распространение в различных образцах вооружения и военной техники в основном из-за их высоких направленных свойств и простоте конструкции при относительно низкой стоимости. В этой связи огромный интерес для разработчиков вооружения и военной техники вызывает задача снижения радиолокационной заметности таких АС путем применения радиопоглощающих материалов на их отдельных элементах.

Бортовые РЛС переднего обзора, используемые на ряде боевых самолетов (Миг-29, Су-24), существенно увеличивают суммарную ЭПР объекта, особенно при наблюдении из передней полусферы. Развитие общего метода расчета ЭПР включает количественную оценку вклада антенных систем такого типа в ЭПР воздушного объекта. В разделе также предлагается метод расчета характеристик рассеяния антенных устройств, закрытых диэлектрическим обтекателем (рис. 2.65).

Поле, рассеянное системой в направлении, обратном облучению, представляется в виде суммы, в которой первое слагаемое соответствует рассеянию на одном лишь обтекателе (при отсутствии антенны), а второй, интегральный член, дает вклад, вносимый наличием антенны в поле, рассеянное системой "антенна-обтекатель" и включающий все внутрисистемные взаимодействия. При этом учитывается, что ток, наведенный на зеркале антенны, порожден волной, непосредственно прошедшей через стенку обтекателя и волной, однократно переотраженной внутренней поверхностью стенки обтекателя.

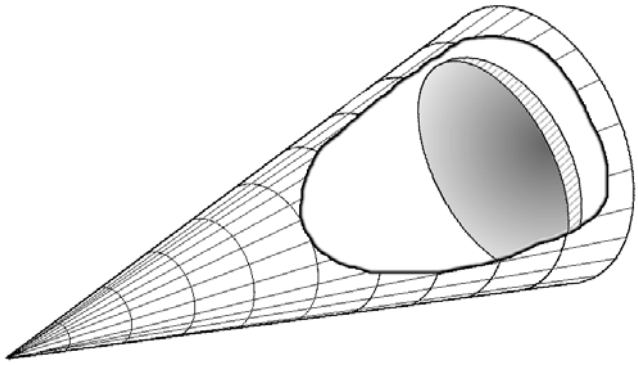


Рис.2.65. Модель антенной системы с коническим обтекателем

Использование асимптотических методов коротковолновой дифракции позволяет производить расчеты обтекателей, имеющих малую кривизну поверхности. Применяемые на практике носовые обтекатели оживальной формы, средней между конической и сферической, в окрестности "носика" указанным свойством не обладают. Кроме того, применение асимптотических лучевых и токовых методов связано с заметными трудностями, возникающими при учете многократных переотражений электромагнитной волны под обтекателем. Указанные недостатки приводят к необходимости разработки универсального расчетного метода, справедливого для обтекателей как с малой, так и с большой кривизной поверхности, а также учитывающего всевозможные переотражения между стенками обтекателя и расположенной под ним антенной системой. В данном разделе описан расчет двумерной системы "диэлектрический обтекатель – антенна", основанный на применении метода интегральных уравнений.

2.4.1. Расчет характеристик рассеяния электрически больших антенн и меры по снижению их заметности

Снижение радиолокационной заметности зеркальной антенны за счет придания ей специальной формы неприемлем, так как форма зеркала определяется необходимостью формирования

направленного излучения антенны. В этой связи для зеркальных антенн на первое место выступает применение РПП на изломах поверхности. Основным изломом поверхности, присутствующим в любой ЗА, является кромка ее зеркала, поэтому данный пункт посвящен получению расчетных соотношений, позволяющих рассчитывать характеристики рассеяния ЗА, кромка зеркала которой покрыта РПМ.

Рассмотрим расположенную в свободном пространстве зеркальную антенну. Будем предполагать, что размеры антенны существенно больше длины волны падающего поля (что выполняется в случае остронаправленных антенн). Зеркало антенны представим в виде бесконечно тонкого экрана D, выполненного в форме параболоида вращения, края которого снабжены тороидальным радиопоглощающим покрытием с абсолютными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_A, μ_A (рис. 2.66).

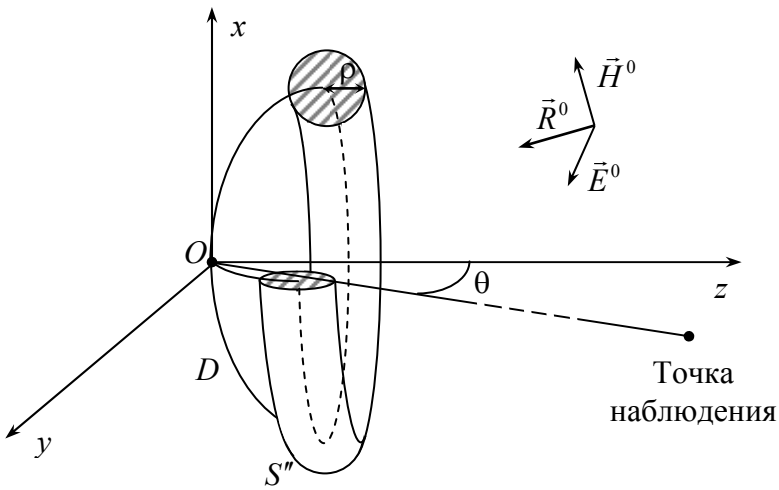


Рис. 2.66. Геометрия модели зеркальной антенны

Пусть на зеркало антенны падает плоская монохроматическая волна (2.1).

Здесь, как и везде в монографии, будем полагать, что временная зависимость поля имеет вид $exp(-j\omega t)$.

2.4.1.1. Основные математические соотношения для расчета электромагнитного поля, рассеянного электрически большой зеркальной антенной с радиопоглощающим покрытием кромки зеркала

Для решения поставленной задачи воспользуемся интегральным представлением рассеянного поля типа Стрэттона – Чу [28] (которое в свою очередь может быть получено, если воспользоваться леммой Лоренца [10, 67]):

$$\vec{H}^{\,pac}(\vec{x}_0)=\int_S\left[-\left(\vec{H}^{\perp}\times\vec{\nabla}g\right)+j\omega\varepsilon_0 g\vec{E}^{\perp}-\frac{1}{j\omega\mu_0}\left(\vec{E}^{\perp}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}g\right]ds\,, \quad (2.141)$$

где $\vec{x}_0$ – радиус-вектор точки наблюдения, S – любая замкнутая поверхность, охватывающая экран D (рис. 2.66), $\vec{E}^{\perp}=\vec{n}\times\vec{E}$, $\vec{H}^{\perp}=\vec{n}\times\vec{H}$ – тангенциальные составляющие полного поля на поверхности S, $\vec{n}$ – внутренняя по отношению к S нормаль, $g=\dfrac{exp(jk_0r)}{4\pi r}$, $r=\left|\vec{x}_0-\vec{x}\right|$, $\vec{x}$ – радиус-вектор точки на поверхности S.

Устремим S к D (рис. 2.67) везде, за исключением окрестности кромки. Вблизи же кромки устремим S к тороидальной поверхности S', охватывающей поверхность поглотителя S''.

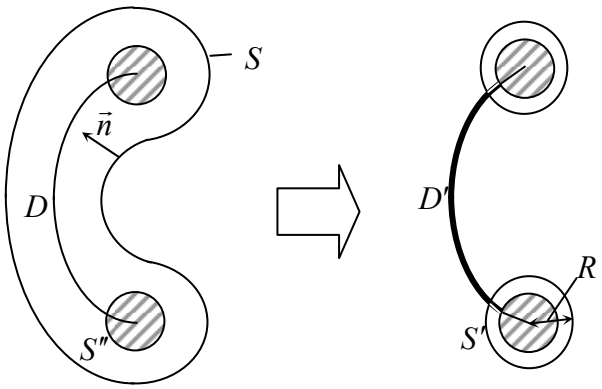


Рис. 2.67. Сечение экрана плоскостью *xOz*

В результате получим следующее выражение для рассеянного поля:

$$\vec{H}^{рас}(\vec{x}_0)=\int\limits_{S'}\left[-\left(\vec{H}^{\perp}\times\vec{\nabla}g\right)+j\omega\varepsilon_0 g\vec{E}^{\perp}-\frac{1}{j\omega\mu_0}\left(\vec{E}^{\perp}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}g\right]ds-$$

$$-\int\limits_{D'}\vec{K}\times\vec{\nabla}g\,ds\,, \qquad (2.142)$$

где D' – та часть поверхности D, которая не включает в себя окрестность кромки, ограниченной поверхностью S' (на рис. 2.67 поверхность D' выделена жирной линией). Входящая в (2.142) величина $\vec{K}$ представляет собой скачок плотности поверхностного тока, индуцированного на D':

$$\vec{K}=\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{+}-\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{-}, \qquad (2.143)$$

где $\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{+}$ и $\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{-}$ – плотности электрических токов на освещенной и затененной сторонах экрана, соответственно.

Получим соотношения для расчета поля, рассеянного экраном в дальней зоне. Для этого воспользуемся асимптотикой функций g и $\vec{\nabla}g$ при $r\to\infty$ [67]:

$$g\underset{r\to\infty}{\sim}\frac{exp\left(jk_0|\vec{x}_0|\right)exp\left[-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right]}{4\pi|\vec{x}_0|}, \qquad (2.144)$$

$$\vec{\nabla}g\underset{r\to\infty}{\sim}-jk_0\frac{exp\left(jk_0|\vec{x}_0|\right)exp\left[-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{x}\right)\right]}{4\pi|\vec{x}_0|}\vec{r}^{\,0}, \qquad (2.145)$$

где $\vec{r}^{\,0}$ – орт направления на точку наблюдения.

С учетом (2.144) и (2.145) получаем:

$$\vec{H}^{рас}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\approx jk_0\frac{exp\left(jk_0|\vec{x}_0|\right)}{4\pi|\vec{x}_0|}\left(\vec{I}_{S'}+\vec{I}_{D'}\right)\times\vec{r}^{\,0}, \qquad (2.146)$$

где

$$\vec{I}_{S'} = \int\limits_{S'} \left[\vec{H}^{\perp} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(\vec{E}^{\perp} \times \vec{r}^{\,0} \right) \right] exp\left[- jk_0 \left(\vec{r}^{\,0} \cdot \vec{x} \right) \right] ds \,, \qquad (2.147)$$

$$\vec{I}_{D'} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int\limits_{D'} \vec{K}\, exp\left[jk_0 \left(\vec{R}^{\,0} - \vec{r}^{\,0} \right) \cdot \vec{x} \right] ds \,. \qquad (2.148)$$

Так как геометрические размеры поверхности D' велики по сравнению с длиной волны, и она не включает в себя окрестность кромки экрана, где существенную роль играет неравномерная составляющая плотности поверхностного тока, то вклад поверхности D' в рассеянное поле будем рассчитывать в приближении физической оптики. А именно:

$$\left(\vec{H}^{\perp} \right)^{+} = 2\left(\vec{n} \times \vec{H}^{\,0} \right), \quad \left(\vec{H}^{\perp} \right)^{-} = 0 \,. \qquad (2.149)$$

С учетом (2.149) выражение (2.148) примет вид:

$$\vec{I}_{D'} = 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int\limits_{D'_+} \vec{n} \times \left(\vec{R}^{\,0} \times \vec{p}^{\,0} \right) exp\left[jk_0 \left(\vec{R}^{\,0} - \vec{r}^{\,0} \right) \cdot \vec{x} \right] ds \,, \qquad (2.150)$$

где D'_+ – освещенная часть поверхности D'.

Так как подынтегральная функция в (2.150) имеет быстро осциллирующий экспоненциальный множитель вычисление данного интеграла целесообразно проводить с помощью полученной в п.2.2.2 кубатурной формулы (2.15) для интеграла вида $M = \int\limits_{S'_1} f(\vec{x}) exp\left(jk_0 \Omega(\vec{x}) \right) ds$, в котором амплитудная и фазовая функции в подынтегральном выражении имеют вид: $f(\vec{x}) = \vec{n}(\vec{x}) \times \left(\vec{R}^{\,0} \times \vec{p}^{\,0} \right)$ и $\Omega(\vec{x}) = jk_0 \left(\vec{R}^{\,0} - \vec{r}^{\,0} \right) \cdot \vec{x}$, соответственно. Заметим, что применение указанной кубатурной формулы требует проведения триангуляции поверхности D'_+, т. е. замены ее системой плоских треугольников $\left\{ \Delta_j \right\}$. В пределах каждого треуголь-

ника амплитудная и фазовая функции интерполируются линейными функциями. Интеграл M представляется суммой интегралов по всем треугольникам Δ_j.

В работе [51] дана оценка остаточного члена кубатурной формулы (2.15), которая может быть использована для оценивания точности вычисления интеграла (2.14), либо для определения необходимого числа разбиений поверхности D'_+, обеспечивающего заданную точность.

Вклад кромочного участка зеркала в суммарное рассеянное поле определяется соотношением (2.147). Представим радиус-вектор точки на поверхности S' в выражении (2.147) в виде суммы (см. рис. 2.68):

$$\vec{x} = \vec{X}(l) + \vec{\xi}(\varphi), \tag{2.151}$$

где $\vec{X}(l)$ – радиус-вектор точки на кромке, имеющей дуговую координату l, $\vec{\xi}(\varphi)$ – ортогональный кромке в точке l вектор, имеющий длину $R \geq \rho$ и ориентацию, определяемую углом φ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$). Угол φ отсчитывается от полуплоскости, подстроенной касательным образом к кромке зеркала в точке l.

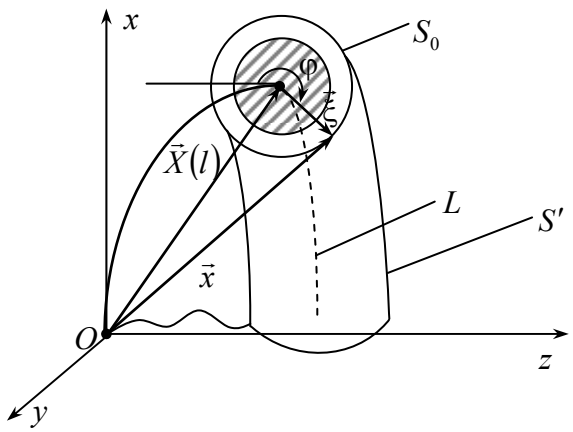


Рис. 2.68. Пояснение процесса интегрирования по поверхности S'

На основании (2.151) величины $\vec{H}^{\perp}$ и $\vec{E}^{\perp}$ в точке с радиус-вектором $\vec{x}$ на поверхности S' могут быть представлены в виде:

$$\vec{H}^{\perp} = \vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) exp\left(jk_0 \vec{R}^0 \cdot \vec{X}(l)\right),$$
$$\vec{E}^{\perp} = \vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) exp\left(jk_0 \vec{R}^0 \cdot \vec{X}(l)\right), \qquad (2.152)$$

где $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ – плотности электрического и магнитного токов соответственно в точке на поверхности S', возбуждаемые падающей волной:

$$\vec{\tilde{E}}^{0}\left(\vec{\xi}\right) = \vec{p}^{\,0}\, exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{\xi}\right)\right),$$
$$\vec{\tilde{H}}^{0}\left(\vec{\xi}\right) = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\left(\vec{R}^0 \times \vec{p}^{\,0}\right) exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{\xi}\right)\right). \qquad (2.153)$$

Таким образом, поверхностный интеграл, входящий в выражение (2.147), можно представить в виде повторного, как это сделано в [30]. Внешнее интегрирование будем проводить по линии кромки L:

$$\vec{I}_{S'}\left(\vec{r}^{\,0}\right) = \int_L exp\left[jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0}\right)\cdot \vec{X}(l)\right] \vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right) dl, \qquad (2.154)$$

где dl – элемент дуги L. Внутреннее же интегрирование будем проводить по линии S_0, которая представляет собой линию пересечения поверхности интегрирования S' плоскостью, ортогональной к кромке в точке l. В нашем случае S_0 представляет собой окружность радиуса R (рис. 2.68). Выражение для $\vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right)$ будет иметь вид:

$$\vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right) = \int_{S_0} exp\left[-jk_0\left(\vec{r}^{\,0}\cdot\vec{\xi}\right)\right]\left(\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)\times \vec{r}^{\,0}\right)\right) dq, \qquad (2.155)$$

где $dq = Rd\varphi$ – элемент дуги окружности S_0. При проведении

расчетов радиус R выбирался равным половине длины волны падающего поля. Такой выбор R обусловлен тем, что, как показано в [28], на расстоянии большем половины длины волны от ребра клина значения полного поля на гранях клина практически не отличаются от соответствующих значений, вычисленных в приближении физической оптики.

Оценка интеграла (2.154) может быть получена методом стационарной фазы [24]. Уравнение для нахождения точек стационарной фазы l_0 на кромке L имеет вид:

$$h'(l_0) = \left(\vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0}\right) \cdot \vec{X}'(l_0) = 0 . \qquad (2.156)$$

Однако для кромки, представляющей собой окружность (что соответствует нашей модели), существует ситуация, когда метод стационарной фазы применять нельзя. Такая ситуация возникает в случае осевого зондирования и совмещенного приема. При этом "блестит" вся кромка, и значение интеграла $\vec{I}_{S'}\left(\vec{r}^{\,0}\right)$ может быть получено численным интегрированием (в расчетах, результаты которых будут приведены ниже, использовалась составная пятиточечная формула Гаусса [68]).

После нахождения точек стационарной фазы необходимо проверить их на "видимость" как со стороны передатчика, так и со стороны приемника. Такую проверку будем проводить с использованием алгоритма трассировки лучей, описанного в [46]. Суть алгоритма рассмотрим на примере проверки на видимость точки стационарной фазы с координатами (x_0, y_0, z_0) в направлении $\vec{R}^0$. Для этого необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x = x_0 + R_x^0 t, \\ y = y_0 + R_y^0 t, \\ z = z_0 + R_z^0 t, \\ x^2 + y^2 - 4fz = 0, \end{cases} \qquad (2.157)$$

где R_x^0, R_y^0, R_z^0 – проекции вектора $\vec{R}^0$ на оси x, y, z соответственно, f – фокусное расстояние зеркала антенны.

В системе (2.157) первых три выражения параметрически описывают заданную прямую, проходящую через точку (x_0, y_0, z_0) в направлении $\vec{R}^0$, четвертое уравнение описывает геометрическую форму зеркала антенны. В ходе решения системы (2.157) относительно t получаем квадратное уравнение с корнями t_1, t_2. Один из корней всегда равен 0. Если отличный от нуля корень является отрицательным, это означает, что рассматриваемый луч пересекает зеркало антенны в точке, которая закрывает собой точку (x_0, y_0, z_0). Аналогично осуществляется проверка на "видимость" из точки приема. Если точка стационарной фазы не видна хотя бы в одной из этих ситуаций, ее вклад в рассеянное поле не учитывается. Для случая совмещенного приема достаточно провести одну проверку. Проделав такую проверку для каждой точки стационарной фазы и применив собственно метод стационарной фазы, получим следующее выражение:

$$\vec{I}_{S'}\left(\vec{r}^0\right) \sim \sum_{l_0^{вид}} exp\left[jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{x}\left(l_0\right) + sgn\left[\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{n}_L\left(l_0\right)\right] j\frac{\pi}{4}\right] \cdot$$

$$\cdot \vec{M}\left(l_0, \vec{r}^0\right)\sqrt{\frac{2\pi}{k_0 æ\left(l_0\right)\left|\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right)\cdot \vec{n}_L\left(l_0\right)\right|}}\,, \qquad (2.158)$$

где $\vec{n}_L\left(l_0\right)$ – орт главной нормали к L в точке l_0, символ $l_0^{вид}$ означает, что суммирование проводится по всем "видимым" точкам стационарной фазы на кромке, $æ\left(l_0\right)$ – кривизна кривой L в точке l_0.

При вычислении интеграла (2.154) с помощью выражения (2.158) необходимо знать значение функции $\vec{M}\left(l, \vec{r}^0\right)$ в точке l_0. В силу того, что подынтегральная функция в (2.155) является доста-

точно плавной, $\vec{M}\left(l_0,\vec{r}^{\,0}\right)$ можно оценить с помощью одномерного численного интегрирования. При проведении расчетов будем пользоваться составной пятиточечной формулой Гаусса [68]. Для этого необходимо определить значения $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ на линии S_0. Учитывая тот факт, что зеркало имеет большие электрические размеры, а кромка − малую кривизну, значения $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ по аналогии с изложенным в п.2.2.4 можно приближенно положить равными соответствующим значениям на поверхности поглощающего цилиндра, закрывающего ребро подстроенной касательным образом к поверхности зеркала в точке l_0 идеально проводящей полуплоскости.

Как и в п. 2.2.4, для вычисления значений $\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ и $\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)$ воспользуемся решением модельной задачи о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с тороидальным РПП на ребре [45] с той лишь особенностью, что внешний угол клина примем равным 2π. В этом случае клин вырождается в полуплоскость (рис. 2.69).

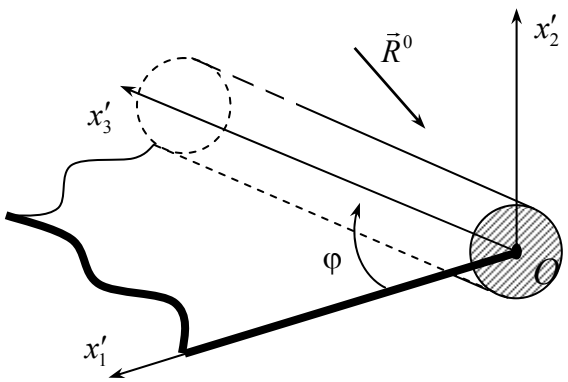


Рис. 2.69. Полуплоскость с радиопоглощающим цилиндром на ребре

Как и в п. 2.2.4 представим $\widetilde{E}_3$ и $\widetilde{H}_3$ в виде $\widetilde{E}_3 = u(x_1', x_2') exp\left(jk_0 x_3' R_3^0\right)$, $\widetilde{H}_3 = v(x_1', x_2') exp\left(jk_0 x_3' R_3^0\right)$ и введем в рассмотрение вектор $\vec{w} = \begin{pmatrix} u(x_1', x_2') \\ v(x_1', x_2') \end{pmatrix}$. В рассматриваемом случае $\vec{w}$ вне поглощающего цилиндра записывается с помощью разложений в ряды (2.78), но по функциям Бесселя полуцелого индекса, что получается в результате принятия параметра ϕ, определяющего угол раствора клина, равным 2:

$$\vec{w} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_m J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r) + C_m H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r) \right] \vec{f}_m(\varphi), \qquad (2.159)$$

где $J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r)$ – функция Бесселя, $H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r)$ – функция Ганкеля, $\eta_0 = k_0 \sqrt{1 - \left(R_3^0\right)^2}$, $\vec{f}_m(\varphi) = \begin{pmatrix} sin(\varphi m/2) \\ cos(\varphi m/2) \end{pmatrix}$.

Выражения для матричных (2×2) коэффициентов A_m, C_m получены в [45].

Зная $u(x_1', x_2')$ и $v(x_1', x_2')$, воспользовавшись уравнениями Максвелла, можно найти остальные компоненты искомого поля.

Таким образом, используя выражение (2.159) для расчета $\vec{M}\left(l, \vec{r}^{\,0}\right)$ по формуле (2.155) и учитывая, что $\vec{\widetilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) = \vec{n} \times \vec{\widetilde{H}}\left(\vec{\xi}\right)$, $\vec{\widetilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) = \vec{n} \times \vec{\widetilde{E}}\left(\vec{\xi}\right)$, находим суммарный вклад всех видимых кромочных участков в полное рассеянное поле.

С целью проверки адекватности результатов, получаемых с помощью описанной методики, реальным процессам рассеяния плоской ЭМВ на зеркале антенны проведем сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, полученными в безэховой камере.

В качестве зеркала антенны использовался параболоид вращения с диаметром раскрыва 0,3 м и фокусным расстоянием

0,137 м. Расчеты проводились для длины волны $\lambda = 0{,}032$ м.

Результаты эксперимента и расчета представлены на рис. 2.70.

Здесь представлена зависимость ЭПР параболоида вращения от угла обхода θ, отсчитываемого от оси вращения зеркала в плоскости *yOz* (см. рис. 2.66). Вектор поляризации падающего поля был ориентирован вдоль оси *Ox* (далее такую ориентацию вектора поляризации будем называть вертикальной, а случай, когда вектор поляризации перпендикулярен оси *Ox,* будем называть горизонтальной поляризацией). Жирной линией показаны экспериментальные значения ЭПР, тонкой линией − расчетные.

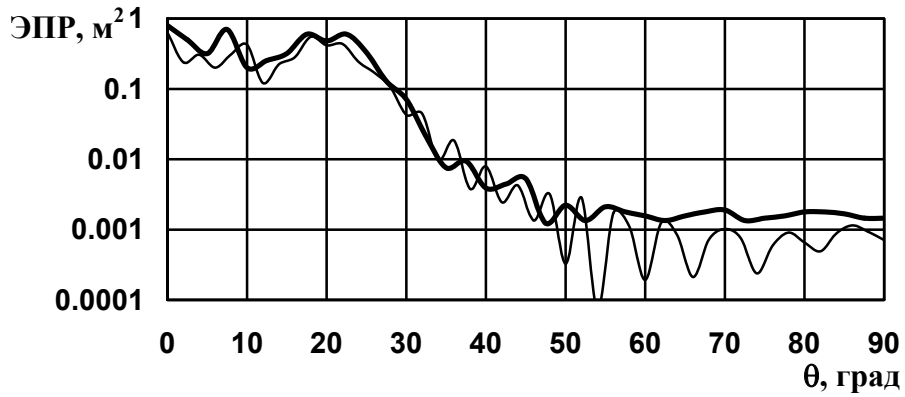


Рис. 2.70. Диаграмма обратного вторичного излучения параболоида вращения

Как видно из этого рисунка расчетные данные достаточно хорошо совпадают с экспериментальными. Имеющее место небольшое расхождение между ними объясняется, во-первых, неточностью совмещения в вертикальной плоскости оси параболоида с направлением на приемную антенну при проведении измерений; во-вторых, тем, что при измерениях шаг по углу θ был равен 2,5°, и поэтому некоторые провалы в диаграмме обратного вторичного излучения параболоида могли быть пропущены.

2.4.1.2. Исследование возможности снижения эффективной поверхности рассеяния зеркальных антенн за счет применения радиопоглощающего покрытия кромок

В настоящее время зеркальные антенные системы (АС) широко используются на многих воздушных объектах (в самолетах – антенная система переднего обзора, в различного типа и назначения ракетах – антенные системы радиолокационных головок наведения). Поэтому в данном пункте приведем результаты расчетов диаграмм обратного вторичного излучения параболических антенн различных геометрических размеров для случаев применения на кромках их зеркал радиопоглощающих покрытий различной толщины.

В первой главе приведено выражение для ЭПР конечного параболоида вращения в случае осевого зондирования и совмещенного приема в приближении физической оптики:

$$\sigma = 2\pi q^2\left(1 - cos\left(2k_0 d\right)\right), \qquad (2.160)$$

где q – параметр параболической антенны, равный удвоенному фокусному расстоянию параболоида, d − глубина параболоида.

Из (2.160) видно, что величина ЭПР имеет осциллирующий характер в зависимости от частоты (или волнового числа k) падающего поля. Поэтому, небольшие колебания частоты зондирующего сигнала могут заметно изменить величину ЭПР. В связи с этим, с целью получения устойчивых значений, ЭПР усредняется в некотором частотном диапазоне. Целесообразно выбирать частотный диапазон усреднения ЭПР АС воздушных объектов равным частотному диапазону РЛС обнаружения.

Одним из основных средств обнаружения воздушных целей в полете на данный момент являются самолеты дальнего радиолокационного обнаружения. Радиолокационная станция обнаружения самолета AWACS работает в s-диапазоне (7,5см…15см). Поэтому диапазон длин волн, в котором будем усреднять ЭПР

рассматриваемых ниже АС, выберем внутри s-диапазона, а именно: 8,5см…9,5см. Следует отметить, что для данного диапазона длин волн бортовые АС действительно можно рассматривать как пассивный рассеиватель, так как для большинства из них длина волны радиолокатора обнаружения AWACS в среднем в 2–3 раза больше, чем рабочие длины волн рассматриваемых АС.

Геометрические параметры параболических зеркал, для которых выполнялись расчеты, представлены в таблице 2.1.

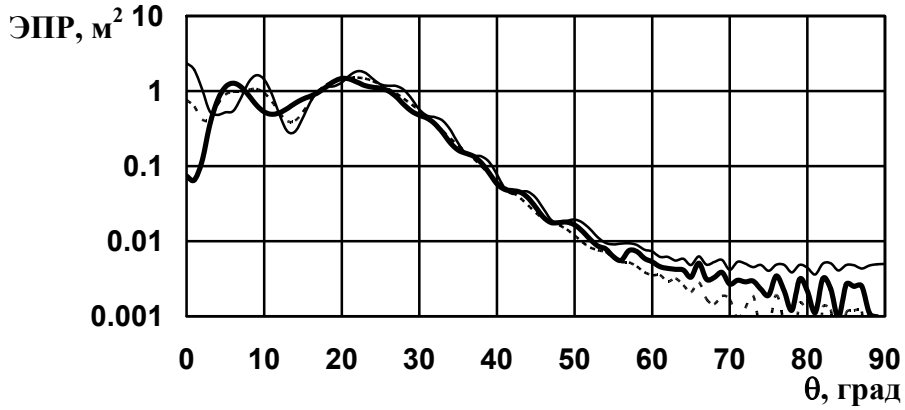
Таблица 2.1. Геометрические параметры бортовых зеркальных антенн

Номер антенны	Диаметр зеркала, м	Фокусное расстояние зеркала, м
АС №1	0,63	0,233
АС №2	0,33	0,15
АС №3	0,365	0,166

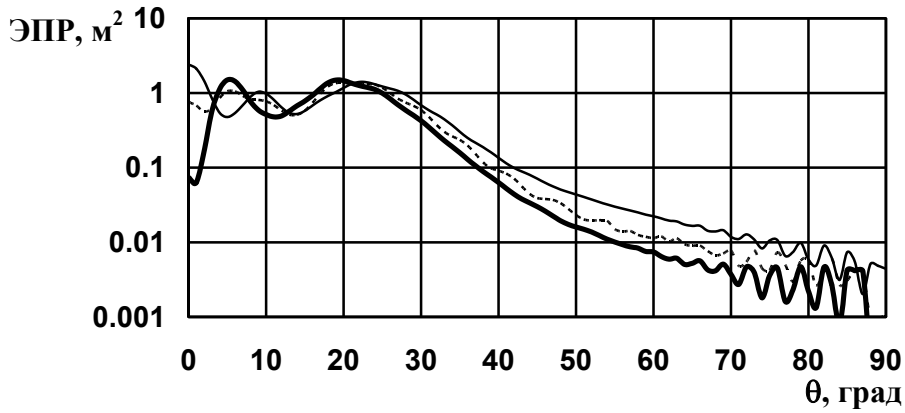
Результаты расчетов диаграмм обратного вторичного излучения (ДОВИ) для трех рассматриваемых АС, представлены на рис. 2.71…2.73. Рис. 2.71 соответствует АС №1, рис. 2.72 − АС №2, а рис. 2.73 − АС №3. На всех трех рисунках буквой (а) обозначен случай вертикальной поляризации падающего поля, а буквой (б) − случай горизонтальной поляризации. Тонкой линией изображены ДОВИ для идеально проводящего зеркала, сплошной жирной линией − для случая, когда кромка зеркала была закрыта тороидальным РПП с радиусом 0,016 м, пунктирной линией − с радиусом 0,008 м.

Параметры поглотителя выбирались следующими: $\varepsilon' = 1 + j10$, $\mu' = 1 + j10$. Это так называемый поглотитель зоммерфельдовского типа. Такие поглощающие материалы описаны в [17, 69]. Внутри такого поглотителя электромагнитное поле быстро затухает по мере удаления от поверхности, так как мнимые части в ε' и μ', обуславливающие потери в материале, велики. Для слу-

чая, когда внешнее поле падает по нормали к поверхности такого поглотителя, достигается полное согласование поверхности поглотителя с окружающей средой, так как $Z = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = Z_0$ (Z_0 – импеданс свободного пространства; Z – импеданс поверхности; ε_a, μ_a – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости поглощающего материала).

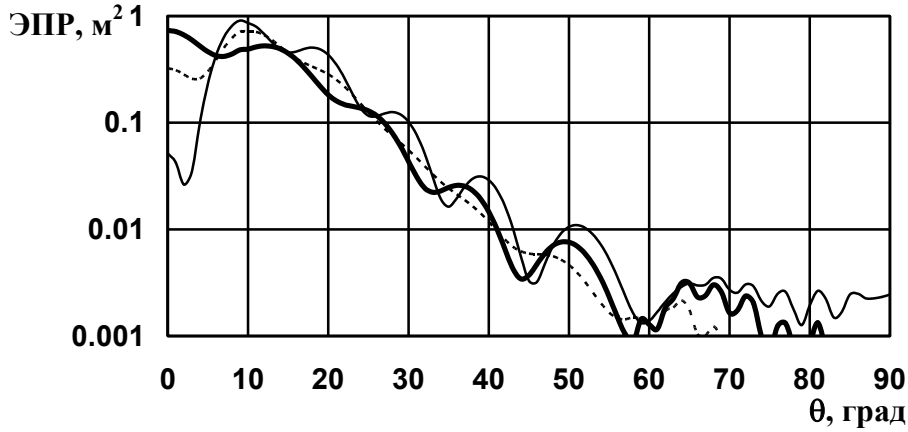


а

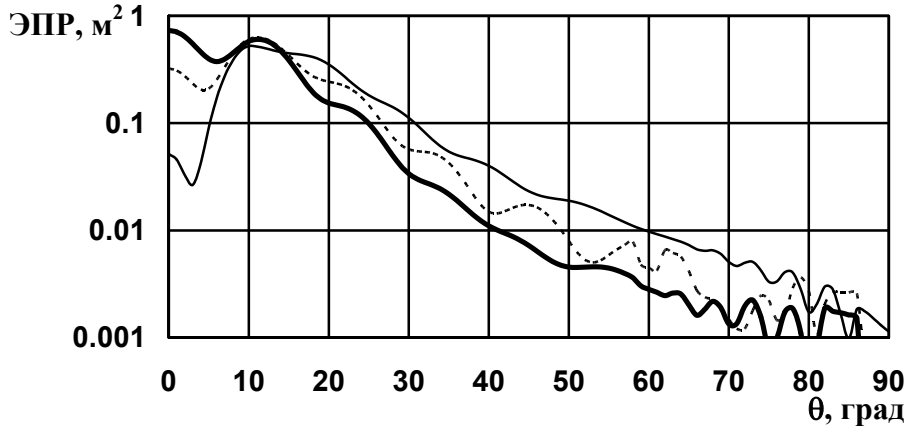


б

Рис. 2.71. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №1 (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)



а

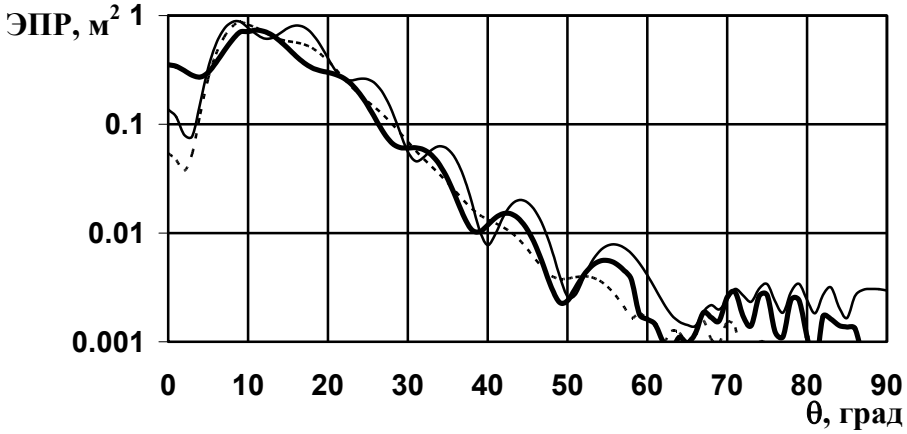


б

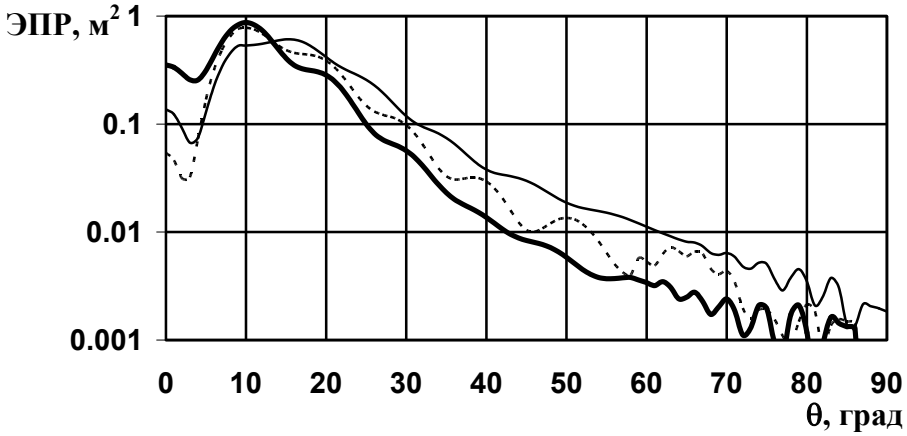
Рис. 2.72. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №2 (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

При анализе ДОВИ на рис. 2.71…2.73 удобно условно выделить три участка углов обхода θ (рис. 2.66). Первый − диапазон углов θ, близких к осевому зондированию. Он соответствует либо пику, либо провалу в ДОВИ. На рис. 2.71 это диапазон углов $0 \le \theta \le 5°$, на рис. 2.72 − $0 \le \theta \le 7°$, а на рис. 2.73 − $0 \le \theta \le 8°$. Для этих направлений применение РПП на кромках антенны может как

снизить ЭПР (рис. 2.71), так и увеличить уровень отраженного поля (рис. 2.72).



а



б

Рис. 2.73. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №3
(а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

Это связано с тем, что ЭПР конечного параболоида вращения для случая совмещенного приема и осевого зондирования

является осциллирующей функцией длины волны падающего поля. Указанное свойство видно уже из выражения (2.160), которое не учитывает неравномерную часть тока (вызванную краем зеркала). На рис. 2.74 представлена зависимость ЭПР параболоида от длины волны падающего поля, вычисленная по формуле (2.160). Здесь сплошной жирной линией изображена ЭПР АС №1, сплошной тонкой линией − АС №2, пунктирной линией − АС №3. Анализ рисунка 2.74 показывает, что для диапазона длин волн от 0,085 м до 0,095 м значения ЭПР АС №1 близки к максимальным.

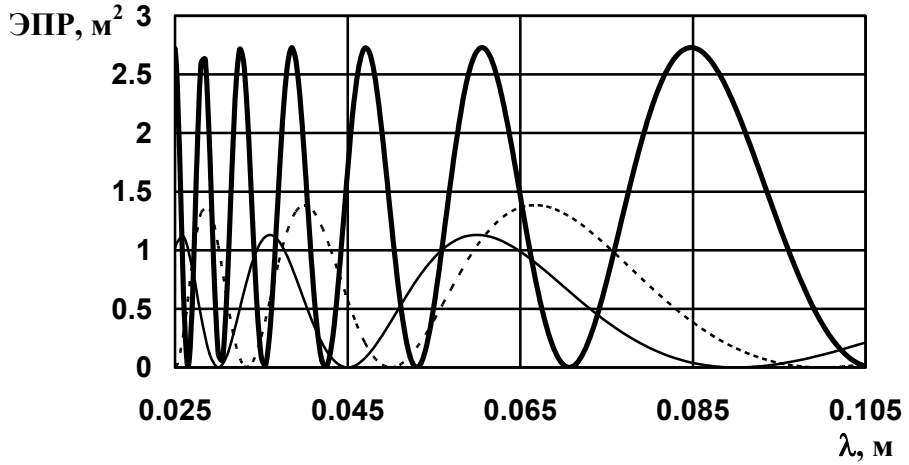


Рис. 2.74. Зависимость ЭПР антенн в осевом направлении от длины волны падающего поля, вычисленная в приближении физической оптики (жирная линия − АС №1, сплошная тонкая линия − АС № 2, пунктирная линия − АС №3)

Расчеты показали, что поля, рассеянные "гладким" и "кромочным" участками АС №1 в указанном диапазоне длин волн складываются практически синфазно, что и обуславливает наличие максимума в ЭПР. При этом закрытие кромки РПП приводит к снижению ЭПР в первом диапазоне углов θ.

Для АС №2 такого не происходит, так как в этом случае поля, рассеянные "кромочным" и "гладким" участками, складываются

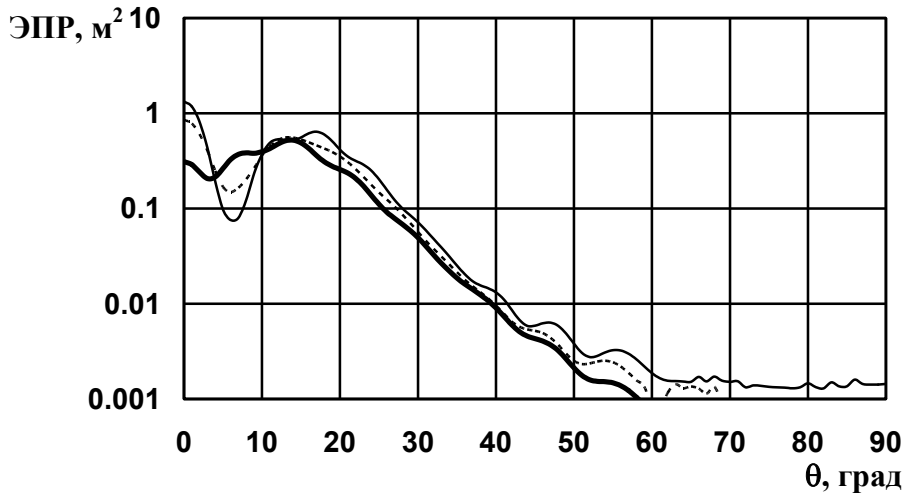
практически противофазно, в результате чего в направлении $\theta=0$ наблюдается минимум в ДОВИ. Применение РПП кромки уменьшает "кромочную" часть рассеянного поля, общее же поле, рассеянное параболоидом в направлении $\theta=0$ увеличивается (рис. 2.72).

ЭПР АС №3 (пунктирная линия на рис. 2.74) не достигает своего минимального значения в рассматриваемом диапазоне длин волн. Поэтому, применение РПП с радиусом 0,008 м приводит к снижению ЭПР (рис. 2.73), а увеличение радиуса поглотителя до 0,016 м, наоборот, приводит к росту ЭПР (жирная линия на рис. 2.73).

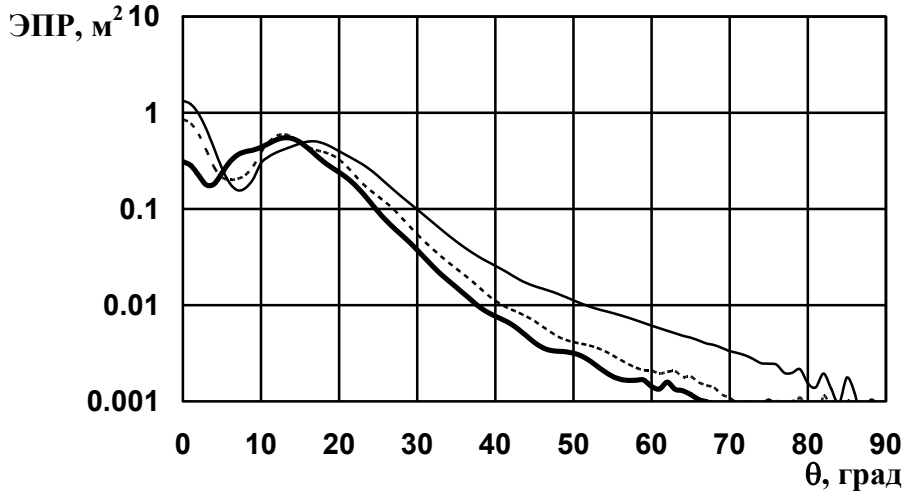
Анализ рис. 2.74 показывает, что в первом диапазоне углов θ снижение ЭПР при использовании РПП на кромке следует ожидать для диапазонов длин волн, в которых наблюдаются максимумы ЭПР (рис. 2.74). Так, например, результаты расчета ДОВИ АС №2 для диапазона длин волн 0,055…0,065 м, представленные на рис. 2.75 (здесь графики аналогичны представленным на рис. 2.72), показывают эффективность применения РПП на кромках.

Второй диапазон углов θ включает углы, при которых на "гладкой" части зеркала имеется точка зеркального отражения ("блестящая" точка), которая вносит основной вклад в рассеянное в обратном направлении поле. Для АС №1 этот диапазон включает углы $5° < \theta \le 28°$, для АС №2 – $7° < \theta \le 18°$, а для АС №3 – $8° < \theta \le 17°$. Как видно из рис. 2.71…2.73, применение поглощающего материала на крае зеркала не дает ощутимого снижения уровня рассеянного поля.

В третьем диапазоне углов обхода "блестящая" точка на "гладкой" части поверхности зеркала антенны отсутствует, поэтому существенный вклад в рассеянное поле вносят "кромочные" участки. Для АС №1 третьему диапазону соответствуют углы $28° < \theta \le 90°$, для АС №2 – $18° < \theta \le 90°$, а для АС №3 – $17° < \theta \le 90°$. Поэтому в третьем диапазоне углов θ для рассматриваемых антенн использование РПП на краях зеркала приводит к значительному снижению ЭПР.



а



б

Рис. 2.75. Диаграммы обратного вторичного излучения АС №2 в диапазоне длин волн падающего поля 0,055…0,065 м (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

Таким образом, в каждом конкретном случае необходимо проводить отдельное исследование возможности снижения ЭПР

зеркальной антенны за счет выбора материала и толщины РПП кромок зеркала в конкретном диапазоне углов облучения.

2.4.2. Расчет характеристик рассеяния двумерных моделей бортовых антенных систем

В данном подразделе производится вывод интегральных уравнений для системы из незамкнутых идеально проводящих экранов в присутствии диэлектрического обтекателя, на основе которых построен численный метод расчета полей рассеяния для данной системы в двумерном случае. Получен ряд результатов расчетов полей рассеяния для двумерной модели "зеркальная антенна – диэлектрический обтекатель".

2.4.2.1. Геометрия модели обтекателя

В двумерной модели обтекателя выделим две части: "носик", обладающий большой кривизной поверхности, и боковые стенки обтекателя (рис. 2.76).

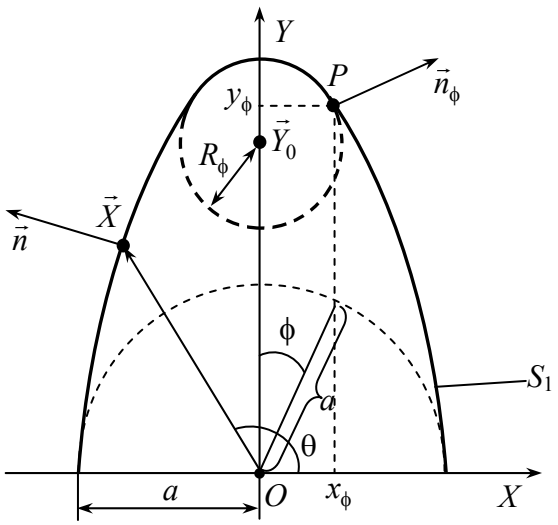


Рис. 2.76. Геометрия двумерной модели обтекателя

Уравнение внутренней поверхности S_1 второй части обтекателя запишем как:

$$y = -\mu \left| x \right|^{\alpha} + \nu , \qquad (2.161)$$

где μ, α, ν – коэффициенты, характеризующие форму и размер обтекателя.

В окрестности "носика" форму обтекателя опишем дугой окружности, гладко сопрягающейся с кривой, описываемой уравнением (2.161). Величина носового участка и его радиус кривизны определяются расположением точки $P\left(x_\phi, y_\phi\right)$, координаты которой удобно задавать с помощью некоторого угла ϕ, отсчитываемого от оси OY (a – половина основания обтекателя):

$$x_\phi = a\sin\phi , \qquad y_\phi = -\mu\left(a\sin\phi\right)^{\alpha} + \nu . \qquad (2.162)$$

Введя параметризацию координат обтекателя по оси абсцисс $x = a\cos\theta$ (где θ – угол, отсчитываемый от оси OX, $0 \le \theta \le \pi$), запишем уравнение поверхности S_1 в виде:

$$y = \begin{cases} -\mu\left(a\cos\theta\right)^{\alpha} + \nu, & \left|\theta - \dfrac{\pi}{2}\right| \ge \phi, \\ \sqrt{R_\phi^2 + \left(a\cos\theta\right)^2} + y_\phi + t_0\left(\vec{n}_\phi\right)_y, & \left|\theta - \dfrac{\pi}{2}\right| < \phi, \end{cases}$$

где $t_0 = -x_\phi / \left(\vec{n}_\phi\right)_x$, $\left(\vec{n}_\phi\right)_x$ – x-я компонента орта нормали $\vec{n}_\phi$ к поверхности S_1 для $\theta = \pi/2 \pm \phi$.

Такое представление геометрии модели обтекателя позволяет изменять его форму от сферической до оживальной.

2.4.2.2. Интегральные и интегро-дифференциальные уравнения для системы незамкнутых экранов с диэлектрическим обтекателем

Будем рассматривать модель двумерной антенной системы, состоящую из двух незамкнутых параболических идеально проводящих и бесконечно тонких экранов S_{01} и S_{02} под монолитным оживальным диэлектрическим обтекателем D_2. В основании обтекателя D_2 для моделирования аппаратуры, расположенной в основании антенной системы в реальных бортовых антенных системах, расположим дополнительный конечный идеально проводящий экран S_{03}, имеющий размер, соответствующий размеру основания обтекателя (см. рис. 2.77). Пусть стенки обтекателя выполнены из диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ε_1.

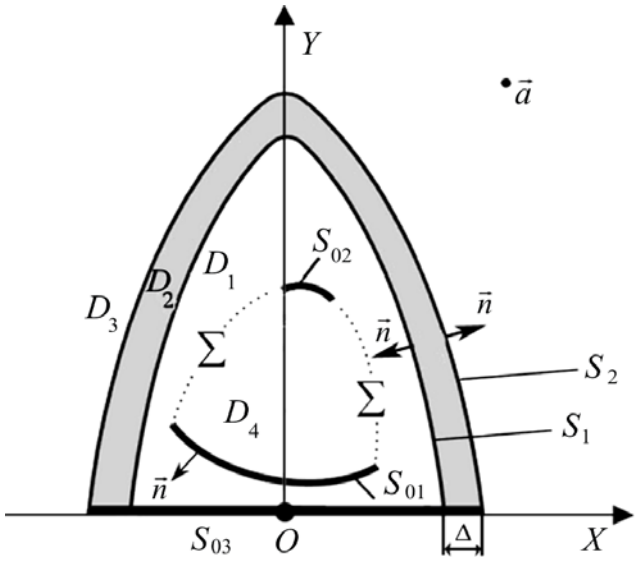


Рис. 2.77. Двумерная модель двухзеркальной антенной системы, укрытой диэлектрическим обтекателем

Выведем систему интегральных уравнений для случая E-поляризации. Будем полагать, что временная зависимость поля имеет вид $exp(-j\omega t)$. Введем в рассмотрение вспомогательный источник – токовую нить, расположенную в точке $\vec{\xi}$ ($\vec{\xi} \in D_1$) (рис. 2.77), z-ю компоненту поля которой можно записать в виде

$$G(\vec{X},\vec{\xi}) = H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}-\vec{\xi}\right|\right)\Big/4j,$$

где $H_0^{(1)}(z)$ – функция Ханкеля, k_0 – волновое число в свободном пространстве, $\vec{X}$ – точка наблюдения.

Рассмотрим случай облучения системы извне E-поляризованной плоской волной. В этом случае первичное поле будет иметь вид $E_z^0(\vec{X}) = exp\left(jk_0(\vec{R}_0 \cdot \vec{X})\right)$, где $\vec{R}_0 = (R_0^1, R_0^2)$ – орт направления распространения падающей волны.

Обозначим через $E_z(\vec{\xi})$ полное поле в точке $\vec{\xi}$. Для случая E-поляризации полное поле должно удовлетворять граничным условиям

$$\left.\begin{aligned} &E_z(\vec{\xi})\big|_{S_0} = 0, \\ &E_z^+(\vec{\xi}) = E_z^-(\vec{\xi}), \\ &1/\mu_0 \times \partial E_z^+(\vec{\xi})/\partial n_\xi = 1/\mu_1 \times \partial E_z^-(\vec{\xi})/\partial n_\xi \end{aligned}\right\} \text{для } \vec{\xi} \in S, \tag{2.163}$$

где $S_0 = S_{01} \cup S_{02} \cup S_{03}$, $S = S_1 \cup S_2$, $E_z^+(\vec{\xi})$, $\partial E_z^+(\vec{\xi})/\partial n_\xi$, $E_z^-(\vec{\xi})$, $\partial E_z^-(\vec{\xi})/\partial n_\xi$ – граничные значения на S_0 полного поля и его нормальной производной со стороны выбранного направления нормали $\vec{n}$ и с противоположной стороны, μ_0 – относительная магнитная проницаемость свободного пространства, μ_1 – относительная магнитная проницаемость материала, из которого выполнен обтекатель.

Здесь и далее для рассматриваемых диэлектрических материалов $\mu_1 = \mu_0 = 1$.

Предположим, что точка наблюдения расположена в области D_1 $\left(\vec{X} \in D_1\right)$.

Применив вторую формулу Грина [70] к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_4, с учетом выбранных направлений нормалей, получим следующее выражение:

$$\iint\limits_{D_4}\left[E_z\left(\vec{\xi}\right)\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) \right] dS_\xi =$$

$$= \int\limits_{S_{01}+S_{02}} \left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi +$$

$$+ \int\limits_{\Sigma} \left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi , \qquad (2.164)$$

где dS_ξ – дифференциал площади, dl_ξ – дифференциал дуги.

Функции $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ и $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ в области D_4, должны отвечать следующим уравнениям Гельмгольца

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) = 0 ,$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) = 0 . \qquad (2.165)$$

С учетом уравнений (2.165) и граничных условий (2.163) перепишем выражение (2.164) в следующем виде

$$0 = -\int\limits_{S_{01}+S_{02}} \left(G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi +$$

$$+ \int\limits_{\Sigma} \left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi . \qquad (2.166)$$

Теперь применим вторую формулу Грина к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_1, с учетом выбранных направлений нормалей получаем следующее выражение:

$$\iint\limits_{D_1}\left[E_z\left(\vec{\xi}\right)\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) \right] dS_\xi =$$

$$= -\int\limits_{S_{01}+S_{02}}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi -$$

$$-\int\limits_{\Sigma}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi +$$

$$+\int\limits_{S_{03}}\left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi. \qquad (2.167)$$

В области D_1 функции $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ и $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ должны отвечать следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right) = 0,$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) + k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) = \delta\left(\vec{X}-\vec{\xi}\right), \qquad (2.168)$$

где $\delta(\bullet)$ – дельта-функция Дирака.

В результате для области D_1 можем записать

$$E_z\left(\vec{X}\right) = \int\limits_{S_{01}+S_{02}} G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} dl_\xi -$$

$$-\int\limits_{\Sigma}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi -$$

$$-\int\limits_{S_{03}} G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} dl_\xi - \int\limits_{S_1}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right) dl_\xi . \qquad (2.169)$$

Учтем, что в области D_2 функции $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ должны удовлетворять следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)+k_1{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)=0\,,$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)+k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)=0\,, \qquad (2.170)$$

где k_1 – волновое число в среде с параметрами материала обтекателя.

Применив вторую формулу Грина к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_2, получаем

$$\iint\limits_{D_2}\left(k_1{}^2-k_0^2\right)E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi =$$
$$=\int\limits_{S_1+S_2}\left(E_z^-\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}-G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right)dl_\xi\,. \qquad (2.171)$$

В области D_3 функции $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ должны удовлетворять следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)+k_0{}^2 E_z\left(\vec{\xi}\right)=\delta\left(\vec{\xi}-\vec{a}\right),$$
$$\nabla^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)+k_0{}^2 G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)=0. \qquad (2.172)$$

Применив вторую формулу Грина к функциям $E_z\left(\vec{\xi}\right)$ и $G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)$ в области D_3, получаем

$$-G\left(\vec{X},\vec{a}\,\right)=-\int\limits_{S_2}\left(E_z^+\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}-G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}\right)dl_\xi +$$
$$+\int\limits_{S_{03}}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\frac{\partial E_z^+\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi. \qquad (2.173)$$

Далее, просуммировав выражения (2.166), (2.169), (2.171), (2.173) и введя в рассмотрение величину $q\left(\vec{\xi}\right)=\dfrac{\partial E_z^{+}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}-\dfrac{\partial E_z^{-}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}$,[1] пропорциональную плотности поверхностного тока, получаем интегральное представление для полного поля [71]

$$E_z\left(\vec{X}\right)-G\left(\vec{X},\vec{a}\right)=-\int\limits_{S_0}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)q\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi\,. \tag{2.174}$$

Устремим точку расположения токовой нити $\vec{a}$ на бесконечность в направлении $-\vec{R}_0$. В результате этого предельного перехода функция $G\left(\vec{X},\vec{a}\right)$ перейдет в поле плоской волны $E_z^0\left(\vec{X}\right)=A\cdot exp\left(jk_0\left(\vec{R}_0\cdot\vec{X}\right)\right)$, где A – амплитудный коэффициент.

Затем, расположив точку наблюдения в области D_2 и на поверхности S_0, можем получить систему интегральных уравнений для полного поля в присутствии системы "три экрана – обтекатель" в случае *E*-поляризации:

$$E_z\left(\vec{X}\right)-E_z^0\left(\vec{X}\right)=-\int\limits_{S_0}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)q\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi-$$
$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi\,,\ \ \vec{X}\in D_2\,, \tag{2.175}$$

$$\int\limits_{S_0}G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)q\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi=E_z^0\left(\vec{X}\right)-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}E_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi\,,\ \ \vec{X}\in S_0 \tag{2.176}$$

[1] В силу условий Майкснера [72] функция $q\left(\vec{\xi}\right)$ имеет краевые особенности порядка $\zeta^{-\frac{1}{2}}$, ζ – расстояние от соответствующего края экрана. Данное условие было учтено при разработке метода расчета.

В случае H-поляризации полное поле $H_z\left(\vec{\xi}\right)$ должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\left.\begin{aligned} &\partial H_z\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi\Big|_{S_0} = 0, \\ &H_z^+\left(\vec{\xi}\right) = H_z^-\left(\vec{\xi}\right), \\ &1/\varepsilon_0 \times \partial H_z^+\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi = 1/\varepsilon_1 \times \partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi, \end{aligned}\right\} \text{для } \vec{\xi} \in S. \tag{2.177}$$

По аналогии со случаем E-поляризации, применив последовательно вторую формулу Грина к областям D_1, D_2, D_3, D_4 и проделав ряд преобразований, можно получить следующее интегральное представление для $H_z\left(\vec{X}\right)$ [73–75]:

$$H_z\left(\vec{X}\right) - H_z^0\left(\vec{X}\right) = -\int_{S_0} \partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\!/\partial n_\xi \; p\left(\vec{\xi}\right) dl_\xi -$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int_S G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)\!/\partial n_\xi \, dl_\xi - \left(k_1^2 - k_0^2\right)\iint_{D_2} H_z\left(\vec{\xi}\right) G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) dS_\xi \,, \tag{2.178}$$

где $H_z^0\left(\vec{X}\right)$ – z-я компонента магнитного поля первичного источника, $\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)\!/\partial n_\xi$ – граничное значение нормальной производной полного поля со стороны области D_2. Величина $p\left(\vec{\xi}\right) = H_z^+\left(\vec{\xi}\right) - H_z^-\left(\vec{\xi}\right)$[1] при рассматриваемой поляризации пропорциональна плотности поверхностного тока.

Продифференцировав равенство (2.178) по n_x, получим следующее выражение:

[1] В силу условий Майкснера [72] функция $p\left(\vec{\xi}\right)$ обращается в нуль на краях экранов как $\zeta^{\frac{1}{2}}$, где ζ – расстояние от края экрана.

$$\frac{\partial}{\partial n_x}\int\limits_{S_0}\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}p\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi=\frac{\partial H_z^0\left(\vec{X}\right)}{\partial n_x}-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int\limits_S\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}\frac{\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi-$$

$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}H_z\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}dS_\xi. \qquad (2.179)$$

Уравнение (2.179) неудобно для проведения численных расчетов, так как выражение в левой его части представляет собой нормальную производную потенциала двойного слоя. Преобразовав левую часть уравнения (2.179) аналогично тому, как это сделано в [76], получим уравнение, содержащее не только $p\left(\vec{\xi}\right)$, но и его производную вдоль дуги контура экрана $p'\left(\vec{\xi}\right)$:

$$k_0^2\int\limits_{S_0}\left(\vec{n}_\xi\cdot\vec{n}_x\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)p\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi+$$

$$+k_0\int\limits_{S_0}\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\Big/\partial n_\xi\left[\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_\xi\right)p'\left(\vec{X}\right)-\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_x\right)p'\left(\vec{\xi}\right)\right]dl_\xi+$$

$$+p'\left(\vec{X}\right)\left[G\left(k_0R_A\right)-G\left(k_0R_B\right)\right]=\frac{\partial H_z^0\left(\vec{X}\right)}{\partial n_x}-$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int\limits_S\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}\frac{\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint\limits_{D_2}H_z\left(\vec{\xi}\right)\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}dS_\xi, \qquad (2.180)$$

где $p'\left(\vec{\xi}\right)\left(p'\left(\vec{X}\right)\right)$ – производная функции $p\left(\vec{\xi}\right)\left(p\left(\vec{X}\right)\right)$ по дуге контура в точке экрана $\vec{\xi}\left(\vec{X}\right)$; R_A, R_B – расстояния от краев экранов S_0 до точки наблюдения; $\vec{\tau}_\xi$, $\vec{\tau}_x$ – орты касательных к линии S_0 в точках $\vec{\xi}$, $\vec{x}$; $\vec{R}^0=\left(\vec{\xi}-\vec{x}\right)\Big/\left|\vec{\xi}-\vec{x}\right|$.

Проделав ряд преобразований, можем получить систему интегральных уравнений для полного поля в случае системы "три экрана – обтекатель":

$$H_z\left(\vec{X}\right)-H_z^0\left(\vec{X}\right)=-\int_{S_0}\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi\; p\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi-$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int_S G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi dl_\xi-$$

$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint_{D_2}H_z\left(\vec{\xi}\right)G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)dS_\xi,\quad \vec{X}\in D_2, \qquad (2.181)$$

$$k_0^2\int_{S_{0l}}\left(\vec{n}_\xi\cdot\vec{n}_x\right)G\left(k_0R\right)p_l\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi+$$

$$+k_0\int_{S_{0l}}G'\left(k_0R\right)\left[\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_\xi\right)p_l{}'\left(\vec{X}\right)-\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}_x\right)p_l{}'\left(\vec{\xi}\right)\right]dl_\xi+$$

$$+p_l{}'\left(\vec{X}\right)\left[G\left(k_0R_{A_l}\right)-G\left(k_0R_{B_l}\right)\right]+$$

$$+\sum_{m\neq l}\int_{S_{0m}}\frac{\partial^2G\left(k_0R\right)}{\partial n_\xi\partial n_x}p_m\left(\vec{\xi}\right)dl_\xi=\frac{\partial H_z^0\left(\vec{X}\right)}{\partial n_x}-$$

$$-\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)\int_S\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}\frac{\partial H_z^-\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi}dl_\xi-$$

$$-\left(k_1^2-k_0^2\right)\iint_{D_2}\frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_x}H_z\left(\vec{\xi}\right)dS_\xi,\quad \vec{X}\in S_{0l},\quad \left(l=1,2,3\right). \qquad (2.182)$$

Под $p_l\left(\vec{\xi}\right)$ в (2.182) понимается значение функции $p\left(\vec{\xi}\right)$ на контуре *l*-го экрана.

Выражение, стоящее в правой части (2.182), содержит предельные значения $\partial H_z{}^-\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_\xi$ на S. Тем не менее, наличие этого члена не вызывает дополнительных расчетных трудностей, так как подлежит нахождению поле не на линии, а в плоской области. Соответствующие предельные значения нормальной производной могут быть приближенно выражены через значения поля в области D_2 с помощью интерполяции.

Как показали проведенные исследования, в большинстве случаев решение системы уравнений (2.181) и (2.182) может быть

получено с помощью итерационной процедуры (в частности, в отсутствие экрана S_{03}). Однако в случае сильного взаимодействия между экранами и обтекателем при итерациях "экраны – обтекатель" не наблюдается установление токов на экранах и поля в слое обтекателя и систему уравнений (2.181), (2.182) необходимо решать непосредственно.

2.4.2.3. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай *E*-поляризации)

Интегрирование по области D_2 может быть представлено в виде последовательного интегрирования вдоль направляющей линии S_1 и вдоль нормали к S_1. При этом, учитывая, что толщина стенки обтекателя составляет величину порядка половины длины волны, для получения приемлемой точности вычислений в используемой квадратурной формуле достаточно иметь значения подынтегральной функции в трех точках вдоль нормали. Таким образом, интеграл по области D_2 может быть представлен в виде взвешенной суммы интегралов по трем подобным S_1 контурам, находящимся внутри D_2.

Введем параметризацию точек на контурах внутри стенки обтекателя (рис. 2.78) и на контурах S_0.

Интегрирование вдоль нормали к стенке обтекателя будем проводить численно, используя 3-х точечную формулу Гаусса [71].

Для точки наблюдения на контурах внутри стенки обтекателя $\vec{X}_l = (x_l, y_l),\ (l = 1,2,3)$

$$x_l(\theta_0) = a\cos(\theta_0) + h(1-\beta_l)n_x(\theta_0),$$
$$y_l(\theta_0) = \eta(\theta_0) + h(1-\beta_l)n_y(\theta_0),\ (0 \le \theta_0 \le \pi);$$

для точек интегрирования на контурах внутри стенки обтекателя $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l}),\ (l = 1,2,3)$

$$x_{\xi,l}(\theta) = a\cos(\theta) + h(1-\beta_l)n_x(\theta),$$
$$y_{\xi,l}(\theta) = \eta(\theta) + h(1-\beta_l)n_y(\theta),\ (0 \le \theta \le \pi).$$

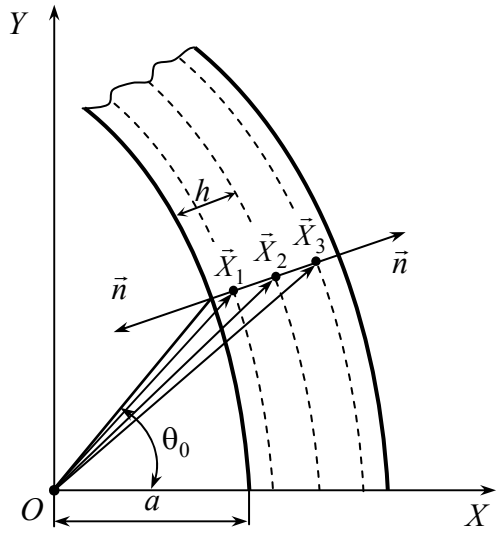


Рис. 2.78. Параметризация точек внутри стенки обтекателя

Здесь l – номер контура в обтекателе; a – половина размера основания обтекателя; h – половина толщины стенки обтекателя; $\eta(\theta)$ – функция, описывающая кривую S_1; $\beta_{1,3} = \pm 0{,}7745597$, $\beta_2 = 0$ – абсциссы трехточечной формулы Гаусса; n_x, n_y – компоненты орта внешней нормали $\vec{n}$ к поверхности, ограничивающей обтекатель.

Для точки наблюдения $\vec{X}_l = (x_l, y_l)$, $(l = 4,5,6)$ на контурах, соответствующих экранам S_0,

$$x_l(\theta_0) = a_l\cos(\theta_0),\ y_l(\theta_0) = \eta_l(x_l(\theta_0)) = \eta_l(\theta_0),\ (0 \le \theta_0 \le \pi);$$

для точек интегрирования $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l})$, $(l = 4,5,6)$ на контурах, соответствующих экранам S_0,

$$x_{\xi,l}(\theta) = a_l\cos(\theta),\ y_{\xi,l}(\theta) = \eta_l(x_{\xi,l}(\theta)) = \eta_l(\theta),\ (0 \le \theta \le \pi).$$

Здесь $(l-3)$ – номер экрана ($l=4$ соответствует контуру экрана S_{01}, $l=5$ – контуру экрана S_{02}, $l=6$ – контуру экрана S_{03}); a_l, $(l=4,5,6)$ – половина апертуры l-го контура; $\eta_l(\theta)$, $(l=4,5,6)$ – функция, описывающая l-й контур. Для экранов S_{01} и S_{02} $\eta_l(\theta)=(a_l\cos\theta)^2/2f_l+d_l$, f_l – удвоенное значение фокусного расстояния l-го контура, d_l – высота подъема вершины l-го контура над осью *OX*. Для экрана S_{03} $\eta_6(\theta)\equiv 0$.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре внутри области D_2 будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам в виде

$$E_z^l(\theta_0)=\sum_{k=0}^{N}A_k^l\cos(k\theta_0),\ (0\le\theta_0\le\pi),\ (l=1,2,3), \qquad (2.183)$$

где A_k^l – подлежащие нахождению коэффициенты.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре S_0 с учетом условий Майкснера будем искать в следующем виде

$$q_l(\theta_0)=\zeta(\theta_0)\sum_{k=0}^{N}A_k^l\cos(k\theta_0),\ (0\le\theta_0\le\pi),\ (l=4,5,6), \qquad (2.184)$$

где A_k^l – подлежащие нахождению коэффициенты; в случае *E*-поляризации $\zeta(\theta_0)=1/a_l\sin\theta_0$ – множитель, позволяющий учесть условие Майкснера.

Далее, для каждой точки наблюдения θ_0 получаем систему из шести (по числу контуров интегрирования) уравнений относительно неизвестных коэффициентов A_k^l:

$$\sum_{k=0}^{N} A_k^l \cos(k\theta_0) = E_z^0\left(\vec{X}_l(\theta_0)\right) -$$

$$-\frac{h\left(k_1^2 - k_0^2\right)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m \sum_{k=0}^{N} C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m - \sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6} A_k^m C_k^{l,m}(\theta_0),\ (l = 1,2,3),$$

$$\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6} A_k^m C_k^{l,m}(\theta_0) = E_z^0\left(\vec{X}_l(\theta_0)\right) -$$

$$-\frac{h\left(k_1^2 - k_0^2\right)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m \sum_{k=0}^{N} C_k^{l,m}(\theta_0) A_k^m\ ,\ (l = 4,5,6), \tag{2.185}$$

где $\alpha_{1,3} = 5/9$, $\alpha_2 = 8/9$ – коэффициенты 3-х точечной формулы Гаусса. Коэффициенты $C_k^{l,m}$ в выражениях (2.185) представляют собой интегралы от известных функций:

$$C_k^{l,m}(\theta_0) = \int_0^{\pi} H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}_l(\theta_0) - \vec{\xi}_m(\theta)\right|\right)\varphi_{l,k}(\theta) p_l(\theta) d\theta, \tag{2.186}$$

где $\varphi_{l,k}(\theta) = \sqrt{\left(x_{\xi,l}'(\theta)\right)^2 + \left(y_{\xi,l}'(\theta)\right)^2}\cos(k\theta)$, $p_l(\theta) = \begin{cases} 1, & l \le 3 \\ \zeta(\theta), & l > 3 \end{cases}$,

$x_{\xi,l}'(\theta)$ и $y_{\xi,l}'(\theta)$ – производные по θ от соответствующих координат, верхние индексы l, m ($l, m = 1,2,...,6$) определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно.

Заметим, что для случая, когда точка наблюдения и точка интегрирования лежат на одном контуре (т.е. $l = m$), подынтегральная функция в (2.186) имеет логарифмическую особенность при $\theta = \theta_0$. Поэтому для расчета этого интеграла необходимо принять специальные меры. Воспользуемся асимптотическим представлением функции Ханкеля для малых значений аргументов [70] и получим окончательное выражение для расчета коэффициентов $C_k^{l,m}$.

$$C_k^{l,m}(\theta_0)=\int_0^{\pi}\left[H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}_l(\theta_0)-\vec{\xi}_m(\theta)\right|\right)\varphi_{l,k}(\theta)p_l(\theta)-\right.$$

$$\left.-\left(1+\frac{2j}{\pi}\left(C+ln\frac{\widetilde{k}a_l\left|cos\,\theta_0-cos\,\theta\right|}{2}\right)\right)\varphi_{l,k}(\theta_0)p_l(\theta_0)\right]d\theta+$$

$$+\varphi_{l,k}(\theta_0)p_l(\theta_0)\left[\pi+2j\left(C+ln\frac{\widetilde{k}a_l}{4}\right)\right], \qquad (2.187)$$

где $\widetilde{k}=k_0\sqrt{1+\left(\eta_l'(x)\right)^2}$, $x=a_l\,cos(\theta_0)$, $C=0{,}57721566$ – постоянная Эйлера.

Вычисление интеграла в (2.187) будем проводить с помощью составной пятиточечной формулы Гаусса. При этом точность вычислений будем контролировать путем варьирования числа участков разбиения, на которых применяется эта формула.

Исходя из геометрии задачи, углы наблюдения θ_0 будем выбирать на участке $[0,\pi]$, причем их количество L возьмем большим чем $3(N+1)$ (например, равным $6(N+1)$ т.е. количество точек наблюдения на каждом слое выберем в два раза большим, чем количество неизвестных коэффициентов). В результате получим переопределенную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_k^l, решение которой будем находить из условия минимума суммы квадратов невязок. Рассчитав таким образом коэффициенты разложения полного поля в слое диэлектрика и подставив в правые части выражений (2.175), (2.176) найдем полное поле антенной системы с обтекателем в любой точке пространства.

2.4.2.4. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай H -поляризации)

Как оговаривалось выше, предельные значения нормальной производной поля на линии S, необходимые при вычислении второго слагаемого в правой части выражения (2.181), могут быть получены из значений поля в области D_2. Для этого воспользуемся интерполяционной формулой Лагранжа:

$$H_z(\theta_0, n) \approx H_z\left(\vec{X}_1(\theta_0)\right)\frac{(n-n_2)(n-n_3)}{(n_1-n_2)(n_1-n_3)} +$$
$$+ H_z\left(\vec{X}_2(\theta_0)\right)\frac{(n-n_1)(n-n_3)}{(n_2-n_1)(n_2-n_3)} + H_z\left(\vec{X}_3(\theta_0)\right)\frac{(n-n_1)(n-n_2)}{(n_3-n_1)(n_3-n_2)}$$

где n, n_m, $(m=1, 2, 3)$ – координаты, отсчитываемые вдоль нормали (на $S_1 : n=0$, на $S_2 : n=\Delta$), n – текущая координата, n_m – координаты на слоях внутри обтекателя, Δ – толщина стенки обтекателя (рис. 2.77).

Как и в случае *E*-поляризации, решение интегрального уравнения на слоях будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам, поэтому с учетом условий (2.177) можно записать:

$$\frac{\partial H_z^-(\theta_0, n)}{\partial n_\xi} \approx \sum_{k=0}^{N} cos(k\,\theta_0)\sum_{l=1}^{3} A_k^l(a_l n + b_l),$$

где a_l и b_l коэффициенты интерполяционной формулы Лагранжа.

Теперь можем получить интеграл как по внутренней, так и по внешней поверхностям обтекателя

$$\int_S G\left(\vec{X}, \vec{\xi}(\theta_0)\right)\frac{\partial H_z^-(\theta_0, n)}{\partial n}\partial l_\xi = \sum_{k=0}^{N}\sum_{l=1}^{3} A_k^l \gamma_k^{l,m}(\theta_0), \qquad (2.188)$$

где $\gamma_k^{l,m}(\theta_0)=\beta_k(\theta_0)(a_m\Delta+b_m)-\delta_k(\theta_0)b_m$,

$\beta_k(\theta_0)=\int\limits_{S_2}G(\vec{X},\vec{\xi})cos(k\theta_0)d\theta$, $\delta_k(\theta_0)=\int\limits_{S_1}G(\vec{X},\vec{\xi})cos(k\theta_0)d\theta$.

Подынтегральная функция, как и в случае E-поляризации, имеет не более чем логарифмическую особенность.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре S_0 ищем в следующем виде:

$$p_l(\theta_0)=\zeta(\theta_0)\sum_{k=0}^{N}A_k^l\,cos(k\theta_0),\ (0\le\theta_0\le\pi),\ (l=4,5,6), \qquad (2.189)$$

где $\zeta(\theta_0)=a_l\,sin\,\theta_0$.

Таким образом, в случае *H*-поляризации система уравнений будет иметь следующий вид:

$$\sum_{k=0}^{N}A_k^l\,cos(k\theta_0)=H_z^0(\vec{X}_l(\theta_0))-\frac{h(k_1^2-k_0^2)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m\sum_{k=0}^{N}C_k^{l,m}(\theta_0)A_k^m+$$
$$+\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=1}^{3}A_k^m\gamma_k^{l,m}(\theta_0)-\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6}A_k^mV_k^{l,m}(\theta_0),\ (l=1,2,3),$$

$$\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=4}^{6}A_k^mF_k^{l,m}(\theta_0)+\sum_{k=0}^{N}A_k^lD_k^l(\theta_0)=\frac{1}{k_0^2}\frac{\partial H_z^0(\vec{X}_l(\theta_0))}{\partial n_x}-$$
$$-\frac{1}{k_0^2}\frac{h(k_1^2-k_0^2)}{4j}\sum_{m=1}^{3}\alpha_m\sum_{k=0}^{N}C_k^{l,m}(\theta_0)A_k^m+$$
$$+\frac{1}{k_0^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)\sum_{k=0}^{N}\sum_{m=1}^{3}A_k^m\gamma_k^{l,m}(\theta_0),\quad (l=4,5,6), \qquad (2.190)$$

где верхние индексы l, m $(l,m=1,2,\ldots,6)$ определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно. Коэффициенты D_k^l, $F_k^{l,m}$, $V_k^{l,m}$ представляют собой интегралы от известных функций по контурам зеркал. Например,

$$F_k^{l,l}(\theta_0) = -\frac{a_l}{\sqrt{1+(x_l(\theta_0))^2 / f_l^2}} \int_0^{\pi} \left(1 + x_l(\theta_0) x_l(\theta) / f_l^2\right) \cdot$$
$$\cdot H_0^{(1)}\left(k_0 \left| \vec{X}_l(\theta_0) - \vec{\xi}_m(\theta) \right|\right) \zeta(\theta) \sin\theta \cos(k\theta) d\theta.$$

Выбрав значения θ_0 (точек коллокации) на каждом из контуров интегрирования в системе (2.190) так, чтобы их количество превышало число неизвестных коэффициентов, получим переопределенные системы линейных уравнений для A_k^l, которые могут быть решены методом наименьших квадратов.

2.4.2.5. Проверка адекватности расчетного метода

В данном подразделе для проверки работоспособности предложенного метода и оценки точности был проведен расчет излучения токовой нити в присутствии диэлектрической пластины конечных размеров (данный случай имеет ясную физическую интерпретацию и широко освещен в литературе). Также проведен расчет излучения решетки токовых нитей под цилиндрическим круговым диэлектрическим обтекателем, опирающимся на идеально проводящий экран [76] (для данного случая существует точное решение с помощью разложения по собственным функциям).

Пусть источник цилиндрической волны (токовая нить), расположен в точке P с радиус-вектором $\vec{X}_p = (x_p, y_p)$ (рис. 2.79).

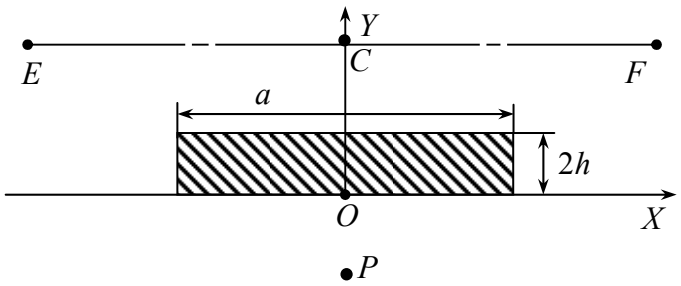


Рис. 2.79. Диэлектрическая пластина

Первичное поле при этом имеет вид $G\left(\vec{X},\vec{X}_p\right)=H_0^{(1)}\left(k_0\left|\vec{X}-\vec{X}_p\right|\right)/4j$. Далее, используя изложенную выше методику, рассчитаем полное поле на вынесенной апертуре *EF*. Приведем результаты некоторых расчетов для следующих параметров пластины: $a=10\lambda_0$, относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_1=4$. На рис. 2.80 представлены зависимости отношения амплитуды полного поля к амплитуде волны, падающей на *EF* в отсутствии пластины, от координаты x для различных значений толщины пластины при расстоянии λ_0 до апертуры. Здесь сплошной жирной линией показана амплитуда поля для случая, когда толщина пластины равна $0{,}5\lambda_1$, пунктирная линия соответствует толщине – $0{,}8\lambda_1$, сплошная тонкая линия – $0{,}3\lambda_1$, (λ_1 – длина волны в диэлектрике).

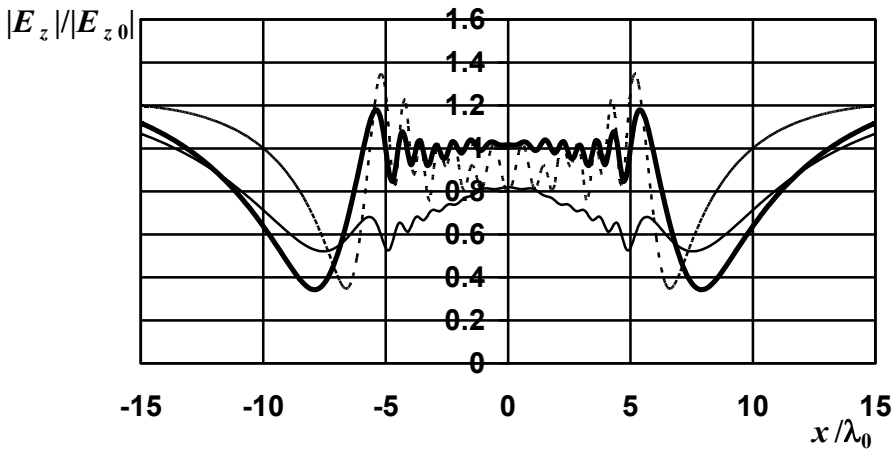


Рис. 2.80. Отношение амплитуды полного поля к амплитуде падающей волны на вынесенной апертуре *EF*, отстоящей от полосы на расстоянии λ_0, (*E* -поляризация)

Анализ кривых на рис. 2.80 показывает, что в пределах проекции полосы на вынесенную апертуру поле имеет осциллирующий характер, обусловленный рассеянием первичной волны

на краях пластины. При этом по мере приближения к центру проекции амплитуда колебаний заметно уменьшается. Отметим тот факт, что сразу за пределами проекции пластины $\left(5 < |x| / \lambda < 13\right)$ наблюдается провал амплитуды поля.

Заметим, что в точке *C* вычисляемое отношение амплитуд, как и следовало ожидать, в случае полуволновой толщины пластины близко к 1. Для полос же с толщинами $0{,}3\lambda_1$ и $0{,}8\lambda_1$ это отношение в точке *C* приближенно равно 0,8.

В случае *H*-поляризации, источник первичного поля, представленный в виде магнитной нити, не имеет ясной физической интерпретации. Поэтому, при расчете модельной задачи "рассеяние *H*-поляризованной ЭМВ на диэлектрической пластине", в качестве источника первичного поля будем использовать плоскую волну единичной амплитуды, падающую на пластину вдоль оси *OY*. Первичное поле в таком случае можно записать как $H_z^0\left(\vec{X}\right) = exp\left(jk_0\left(\vec{R}_0 \cdot \vec{X}\right)\right),\ \vec{R}_0 = (0,1).$

Рассчитаем полное поле на вынесенной апертуре *EF* для случая *H*-поляризации, в присутствии пластины с параметрами, указанными выше. На рисунке 2.81 представлены зависимости отношения амплитуды полного поля к амплитуде волны в отсутствии пластины от координаты x, рассчитанные на апертуре *EF*, отстоящей от пластины на расстояние λ_0, для различных значений толщины пластины. Здесь сплошной жирной линией показана амплитуда поля для случая, когда толщина пластины равна $0{,}5\lambda_1$, пунктирная линия соответствует толщине – $0{,}8\lambda_1$, сплошная тонкая линия – $0{,}3\lambda_1$.

Анализ кривых на рис. 2.81 показывает, что, как и в случае *E*-поляризации, в пределах проекции полосы на вынесенную апертуру поле имеет осциллирующий характер, обусловленный рассеянием первичной волны на краях пластины. В точках проекций краев пластины на *EF* возникают провалы в графике амплитуды поля. За пределами проекции пластины возникают переколебания

амплитуды поля, которые по мере удаления от точек проекции краев заметно уменьшаются и амплитуда поля устанавливается на уровне близком к единице.

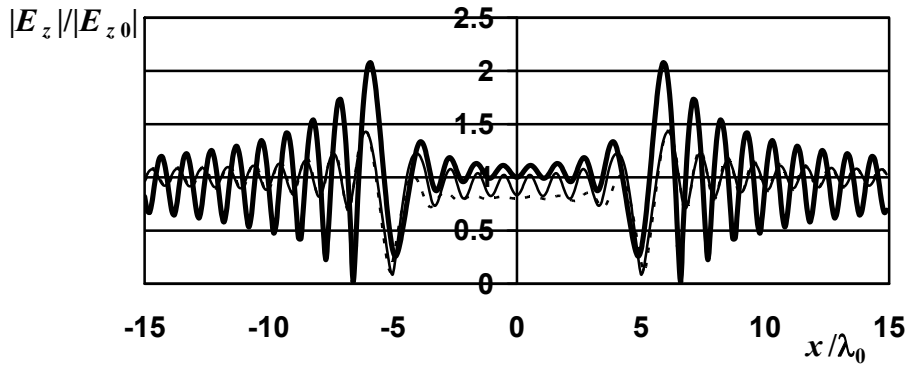


Рис. 2.81. Отношение амплитуды полного поля к амплитуде падающей волны на вынесенной апертуре EF, отстоящей от полосы на расстоянии λ_0 *(*H -поляризация*)*

В точке C вычисляемое отношение амплитуд, в случае полуволновой толщины пластины равно 1. Для полос же с толщинами $0{,}3\lambda_1$ и $0{,}8\lambda_1$ это отношение в точке С приближенно равно 0,8. Результаты, полученные для случаев E- и H-поляризации, хорошо согласуются с известным решением задачи о падении плоской электромагнитной волны на бесконечный диэлектрический лист [77].

При проведении расчетов оказалось, что в рассмотренном случае для решения задачи потребовалось 40 гармоник, а количество интервалов, на которых применялась пятиточечная формула Гаусса, было равно 10. При этом относительная погрешность вычисления поля не превышала 5%.

При расчете полей излучения антенной решетки под цилиндрическим обтекателем [76] внутренний и внешний радиусы цилиндра были выбраны равными $10{,}8\lambda_0$ и $11\lambda_0$, соответственно (λ_0 – длина волны в свободном пространстве). Диэлектрическая

проницаемость материала обтекателя $\varepsilon_1 = 4$. Линейная решетка из 31 токовой нити с косинусным амплитудным и равномерным фазовым распределениями располагалась параллельно оси цилиндра на расстоянии четверти длины волны от экрана (шаг решетки $0{,}6\lambda_0$).

Диаграммы направленности антенной решетки, нормированные к максимуму диаграммы направленности антенной решетки без обтекателя, в случае *E*-поляризации представлены на рис. 2.82.

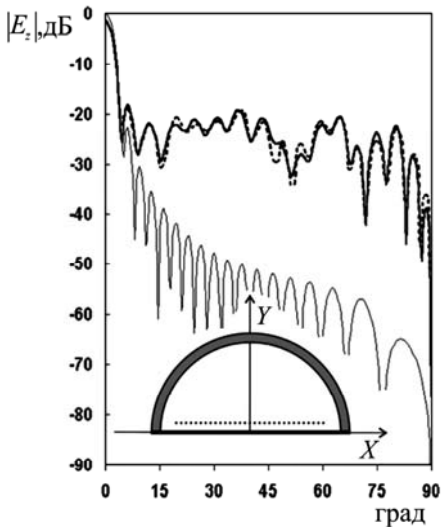


Рис. 2.82. Диаграммы направленности решетки токовых нитей под цилиндрическим круговым диэлектрическим обтекателем, закрытым проводящей плоскостью (*E*-поляризация)

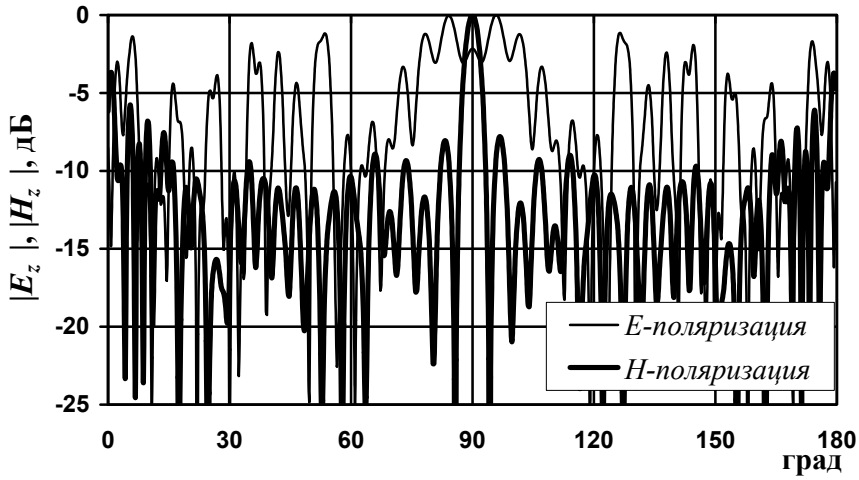
Сплошной жирной линией показана диаграмма направленности, рассчитанная с помощью предлагаемого метода; жирная прерывистая линия – точное решение, полученное для данного случая с помощью разложения по собственным функциям [14]. Угол отсчитывается от оси *Y*. Также приведена диаграмма направленности решетки в отсутствии обтекателя (тонкая сплошная линия). Как видим, решение, полученное с помощью предлагаемого метода, хорошо согласуется с точным решением.

2.4.2.6. Двумерное математическое моделирование характеристик рассеяния бортовых антенных систем с остроконечными обтекателями и их анализ

Рассмотрим двухзеркальную антенну, расположенную под обтекателем оживальной формы. Зеркала антенн представляли собой параболы, фокус большого зеркала S_{01} находился в точке, которая совпадала с фазовым центром зеркала S_{02} (см. рис. 2.77). Раскрывы зеркал были выбраны равными $8\lambda_0$ и $1{,}46\lambda_0$, фокусное расстояние зеркала S_{01} – $7\lambda_0$, фокусное расстояние зеркала S_{02} – λ_0. Радиус основания обтекателя равнялся $5{,}5\lambda_0$, высота – $30\lambda_0$, толщина стенки – $0{,}5\lambda_1$ (λ_0 – длина волны в свободном пространстве, λ_1 – длина волны в диэлектрике с $\varepsilon_1 = 4$). Вершина большого зеркала была расположена на расстоянии $3\lambda_0$ от экрана S_{03}.

На рис. 2.83 представлены нормированные диаграммы рассеяния системы из трех симметрично расположенных экранов и обтекателя при падении плоской волны вдоль оси обтекателя для обеих поляризаций волны облучения. Диаграммы рассеяния нормированы к своим максимумам ($E_{z\max} = 0{,}0309$ В/м, $H_{z\max} = 0{,}0881$ А/м). При этом диаграммы рассеяния в случае *H*-поляризации имеют ярко выраженный главный лепесток и меньший уровень боковых лепестков по сравнению со случаем *E*-поляризации.

На рис. 2.84. представлены нормированные диаграммы рассеяния (ДР) системы из трех экранов и обтекателя при падении плоской волны под углом 100° (10° к оси обтекателя) и повороте антенн S_{01} и S_{02} на угол в 110° (20° к оси обтекателя) для обеих поляризаций. ДР нормированы к своим максимумам ($E_{z\max} = 0{,}0693$ В/м, $H_{z\max} = 0{,}0814$ А/м). Максимум ДР в случае E-поляризации находится под углом 113,25°, а в случае H-поляризации под углом 111,25°.



Р

ис. 2.83. Нормированные диаграммы рассеяния системы из трех экранов под обтекателем

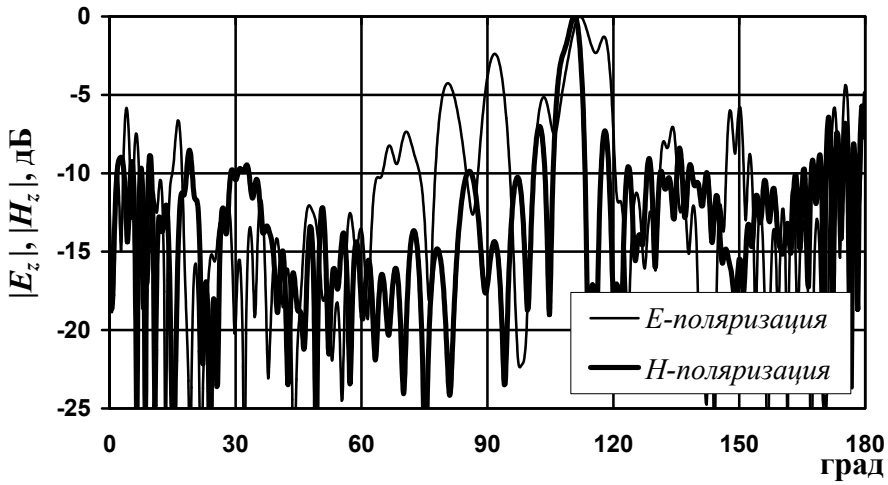


Рис. 2.84. Нормированные диаграммы рассеяния системы из трех экранов под обтекателем

На рис. 2.85 представлены рассчитанные распределения относительной амплитуды и фазы поля для систем "двухзеркальная антенна – экран" (рис. 2.85 а, б) и "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель" (рис. 2.85 в, г) с вышеуказанными параметрами. В каче-

стве первичного источника поля была выбрана плоская электромагнитная волна, падающая вдоль оси обтекателя. На всех рисунках геометрические размеры указаны в длинах волн (λ_0=0,03 м) [78, 79].

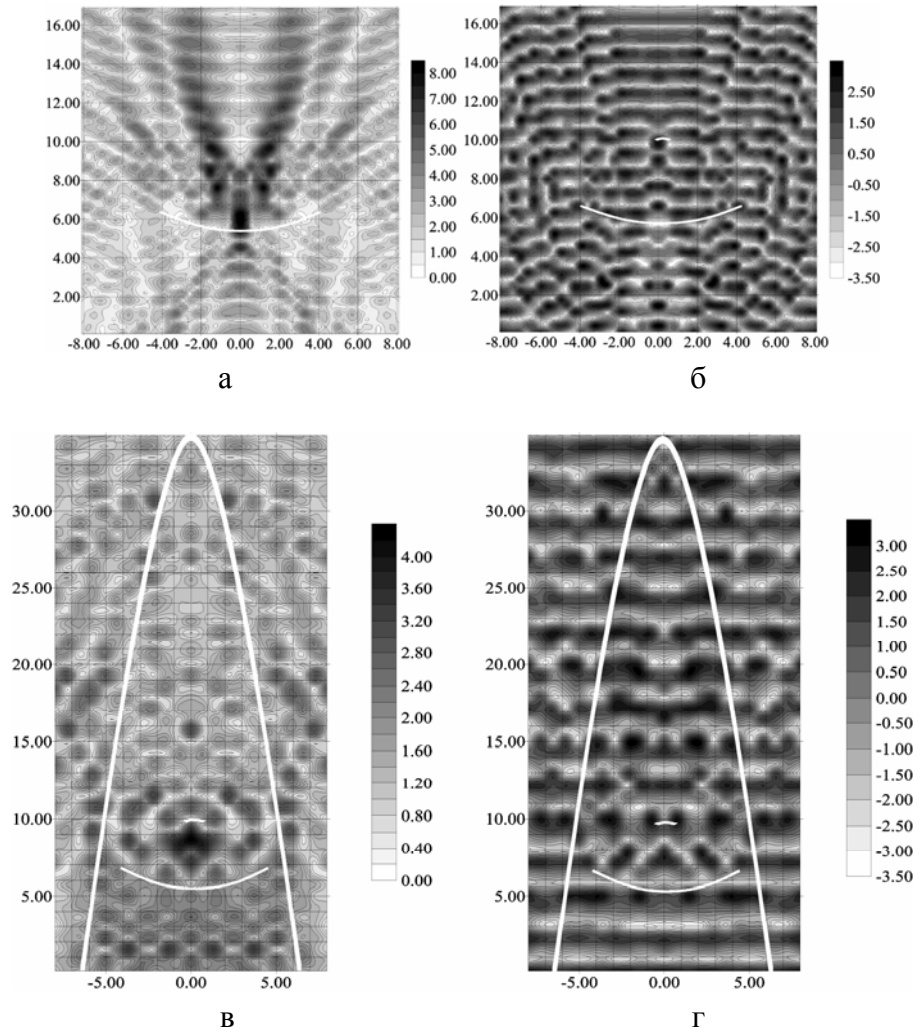


Рис. 2.85. Падение плоской электромагнитной волны вдоль оси обтекателя в случае *E* -поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

Как и следовало ожидать, фазовая картина поля перед большим зеркалом носит характер распространяющейся в обратном направлении плоской волны как при наличии, так и в отсутствие обтекателя. Амплитудная же картина поля в отсутствие обтекателя носит "двурогий" характер с определенной разреженностью поля сзади малого зеркала. При этом уровень поля в зоне разреженности в 7…8 раз ниже, чем в областях концентрации (в частности, непосредственно перед центром большого зеркала). В случае же наличия обтекателя зона концентрации энергии (в результате переотражений от стенок обтекателя) локализуется в области расположения зеркальной антенны (уровень поля в областях концентрации может ~ в 5 раз превышать уровень поля в зонах "разрежения"). Наличие же экрана в основании обтекателя приводит к появлению перед ним режима, близкого к режиму стоячей волны.

При падении плоской волны под углом к оси обтекателя (ось антенны повернута на тот же угол, т.е. облучение идет вдоль оси антенны) наличие экрана в основании антенной системы приводит к некоторому смещению всей картины (без обтекателя). При наличии же обтекателя, как это видно на рис. 2.86, зона концентрации энергии смещается в сторону стенки обтекателя. Это может снизить эффективность работы пеленгатора.

На рис. 2.87, 2.88 приведены результаты расчетов для случая *H*-поляризации падающей плоской волны. При осевом облучении области концентрации энергии и разрежения по сравнению со случаем *E*-поляризации как бы меняются местами. Теперь непосредственно сзади малого зеркала в случае отсутствия обтекателя возникает зона концентрации энергии, а при наличии обтекателя в области расположения антенны возникает разрежение.

При наклонном же падении (рис. 2.88) вся картина амплитудного распределения рассыпается, зоны концентрации "расползаются".

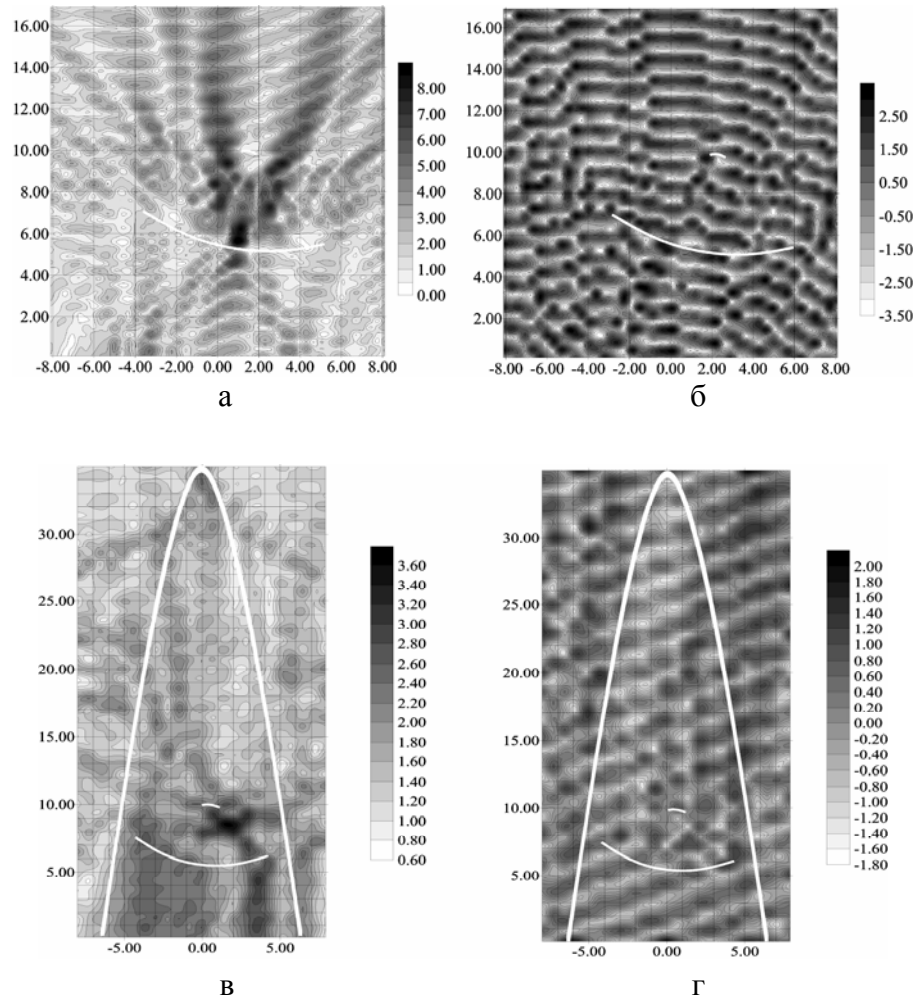


Рис. 2.86. Падение плоской электромагнитной волны под углом 10^0 к оси обтекателя в случае *E*-поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

Следует отметить, что наличие обтекателя как при *E*-, так и при *H*-поляризации существенным образом меняют фазовую структуру поля, в частности, в области апертуры антенны, что может заметно повлиять на ошибки пеленгации антенной системы.

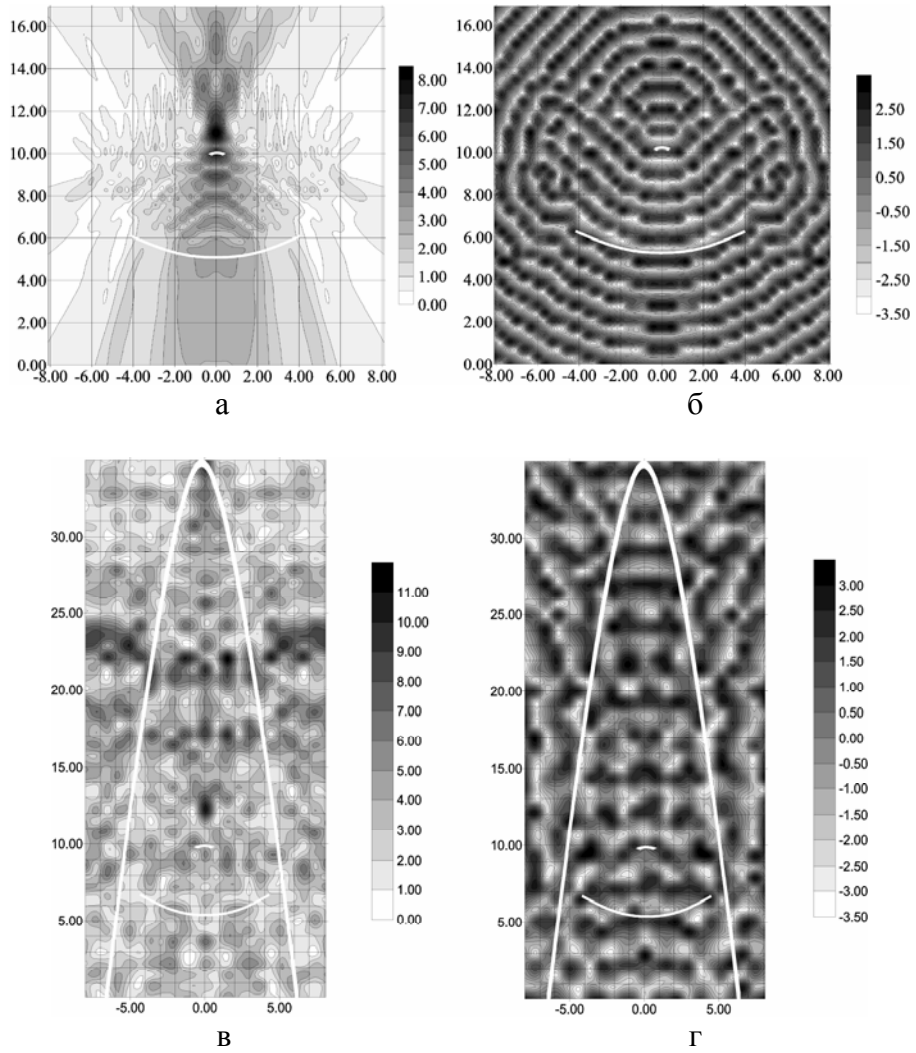


Рис. 2.87. Падение плоской электромагнитной волны вдоль оси обтекателя в случае H -поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

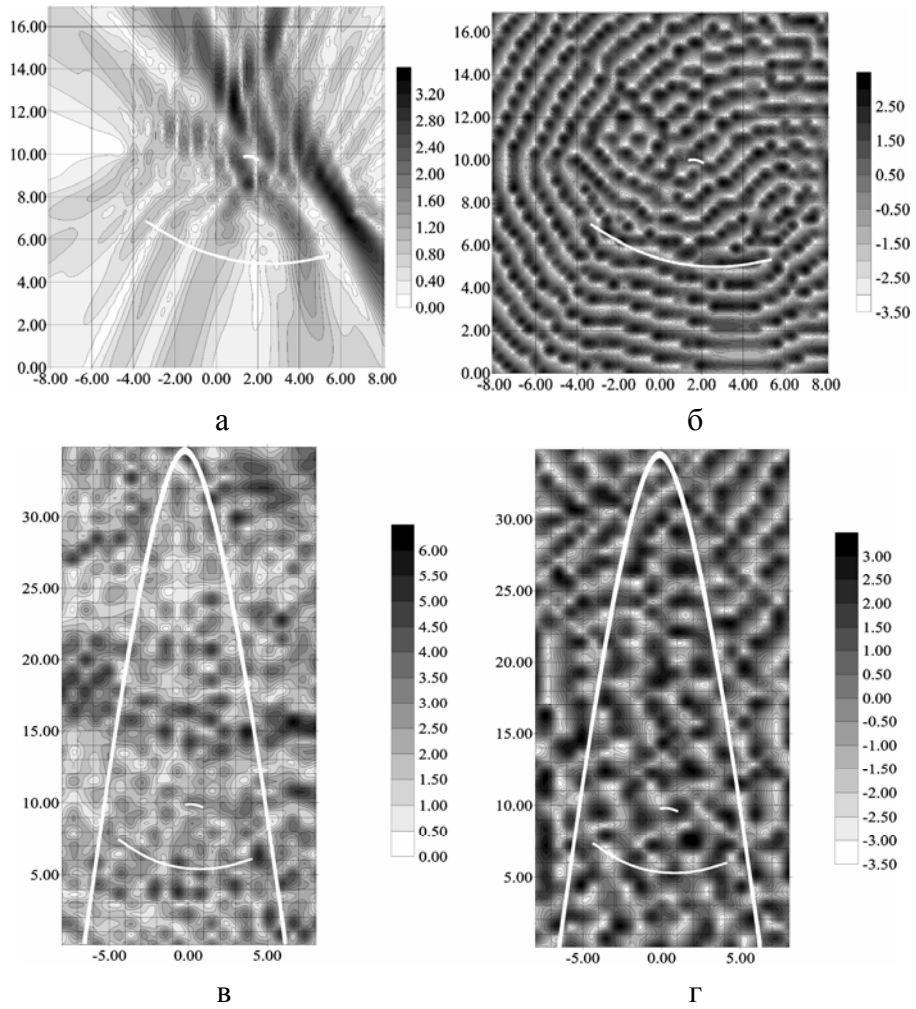


Рис. 2.88. Падение плоской электромагнитной волны под углом 10° к оси обтекателя в случае H -поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"