## Рассеяние электромагнитных волн

воздушными и наземными

радиолокационными объектами

Рассеяние электромагнитных волн воздушными и наземными радиолокационными объектами

The electromagnetic wave scattering by aerial and ground radar objects

## THE ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING BY AERIAL AND GROUND RADAR OBJECTS

Edited by professor O. Sukharevsky

Kharkiv 2009

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ВОЗДУШНЫМИ И НАЗЕМНЫМИ РАДИОЛОКАЦИОННЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Под редакцией профессора О.И. Сухаревского

Харьков 2009 УДК 621.396.96 ББК 32.95 Р24 Рекомендовано к печати ученым советом Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба (протокол № 75 от 27.11.2008)

#### Рецензенты

доктор физико-математических наук профессор С.А. МАСАЛОВ, доктор физико-математических наук профессор Ю.К. СИРЕНКО, доктор технических наук старший научный сотрудник С.П. ЛЕЩЕНКО.

#### Авторы: О.И. СУХАРЕВСКИЙ, В.А. ВАСИЛЕЦ, С.В. КУКОБКО, С.В. НЕЧИТАЙЛО, А.З. САЗОНОВ

Рассеяние электромагнитных волн воздушными и наземными радиолока-Р24 ционными объектами: монография / О.И. Сухаревский, В.А. Василец, С.В. Кукобко и др. // Под ред. О.И. Сухаревского. – Х.: ХУПС, 2009. – 468 с., ил. ISBN 978-966-0000-00-0

В монографии проводится развитие электродинамической теории рассеяния в интересах исследования характеристик рассеяния радиолокационных объектов. Приводятся оригинальные методы расчета вторичного излучения воздушных и наземных радиолокационных объектов сложной формы с радиопоглощающими покрытиями. Для научных работников, специализирующихся в области рассеяния электромагнитных волн радиолокационными объектами, и инженеров, занимающихся разработкой алгоритмов обнаружения и распознавания воздушных и наземных целей.

> УДК 621.396.96 ББК 32.95

В монографії проводиться розвиток електродинамічної теорії розсіяння в інтересах дослідження характеристик розсіяння радіолокаційних об'єктів. Приводяться оригінальні методи розрахунку вторинного випромінювання повітряних і наземних радіолокаційних об'єктів складної форми з радіопоглинаючими покриттями. Для наукових співробітників, які спеціалізуються в галузі розсіяння електромагнітних хвиль радіолокаційними об'єктами, та інженерів, які займаються розробкою алгоритмів виявлення і розпізнавання повітряних і наземних цілей.

#### Oleg I. Sukharevsky, Vitaliy A. Vasilets, Sergey V. Kukobko, Sergey V. Nechitaylo, Alexandr Z. Sazonov THE ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING BY AERIAL AND GROUND RADAR OBJECTS

In this monograph the development of scattering electrodynamic theory has been carried out in the interests of the scattering characteristic research of radar objects. The original calculation methods for the secondary radiation of aerial and ground objects with compound shape and radioabsorbing coating has been adduced. The big quantity of scattering characteristic calculation results for some types of aerial and ground radar objects is of interest for practice. This book will be suited for the scientists who specialize in area of electromagnetic wave scattering by radar objects and for engineers who work with detection and recognizing algorithm obtaining for aerial and ground radar targets.

> © Сухаревский О.И., Василец В.А., Кукобко С.В., Нечитайло С.В., Сазонов А.З., 2009

ISBN 978-966-0000-00-0

Светлой памяти нашего Учителя профессора Ильи Владимировича Сухаревского

#### Предисловие

Настоящая монография написана для научных работников и инженеров, работающих в области радиолокации и вычислительной электродинамики.

Материал книги является итогом труда группы авторов представителей школы прикладной электродинамики, основанной шестидесятых в годах прошлого столетия профессором И.В. Сухаревским в Военной инженерной радиотехнической академии им. Говорова Л.А. Представители этой школы продолжили исследования в области рассеяния электромагнитных волн объектами различной физической природы последовательно в Харьковском военном университете, Объединенном научноисследовательском институте Вооруженных Сил и в Харьковском университете Воздушных Сил им. И. Кожедуба.

Важное место, которое занимает исследование вторичного излучения воздушных и наземных объектов в радиолокации, предопределило основное содержание монографии. Это, прежде всего, проведение целого ряда обобщений ключевых положений классической электродинамики, лежащих в основе разработанных в дальнейшем методов расчета рассеяния электромагнитных волн радиолокационными объектами. Все основные результаты, относящиеся как к развитию электродинамической теории, так и к разработанным расчетным методам, носят оригинальный характер и изложены в первых двух главах монографии. Третья глава, имеющая справочный характер, предназначена для потребителей – инженеров, занимающихся разработкой алгоритмов обнаружения и распознавания воздушных и наземных радиолокационных объектов. Глава содержит большое количество фактического расчетного материала: круговые диаграммы вторичного обратного рассеяния, средние и медианные значения эффективной поверхности рассеяния объекта, законы распределения амплитудных множителей рассеяния для различных параметров облучающего сигнала и типов подстилающей поверхности (для наземных объектов).

Книга может оказаться полезной разным категориям читателей: научным работникам, которые занимаются развитием теории рассеяния электромагнитных волн, специалистам, работающим в области вычислительной электродинамики, а также инженерам — радиофизикам, разрабатывающим алгоритмы обнаружения и распознавания радиолокационных объектов.

Работа авторского коллектива над книгой распределилась следующим образом: глава 1 написана О.И. Сухаревским; п.п. 2.1-2.3 написаны совместно В.А. Васильцом, А.З. Сазоновым и О.И. Сухаревским; п. 2.4 написан совместно С.В. Кукобко, С.В. Нечитайло, А.З. Сазоновым и О.И. Сухаревским (за исключеп. 2.4.3. нием написанного совместно В.А. Васильцом И О.И. Сухаревским); глава 3 написана совместно В.А. Васильцом, С.В. Нечитайло, О.И. Сухаревским; С.В. Кукобко и С.В.Нечитайло помогали в редактировании и оформлении всех материалов; общее редактирование монографии осуществлялось О.И. Сухаревским.

Авторы выражают искреннюю признательность рецензентам рукописи – Сергею Александровичу Масалову, Юрию Константиновичу Сиренко, Сергею Петровичу Лещенко. Их советы и ценные замечания способствовали улучшению содержания монографии.

#### Список сокращений

- АС антенная система
- ГО геометрическая оптика
- ГТД геометрическая теория дифракции
- ДОВИ диаграмма обратного вторичного излучения
- ДР диаграмма рассеяния
- ЗА зеркальная антенна
- ИХ импульсная характеристика
- РЛЗ радиолокационная заметность
- РЛС радиолокационная станция
- РПМ радиопоглощающий материал
- РПП радиопоглощающее покрытие
- ФО физическая оптика
- ФТД физической теории дифракции
- ЭМВ электромагнитная волна
- ЭПР эффективная поверхность рассеяния

#### Введение

Анализ существующих и перспективных систем вооружений, научных публикаций и программных исследований (например, по программе "Стелс"), а также опыт локальных войн показывают особое место, которое в создании и развитии средств вооружения и военной техники приобретает информация о характеристиках рассеяния (вторичном излучении) средств воздушного нападения (самолеты, крылатые ракеты) и наземной военной техники (танки, бронетранспортеры и т.д.). Иногда при этом говорят о "радиолокационной заметности" соответствующих образцов [1]. Следует отметить, что для военных радиолокационных средств обнаружения воздушных целей важно иметь соответствующую информацию не только о средствах воздушного нападения, но и о самолетах гражданской авиации.

Одним из основных направлений развития современных наступательных средств вооружения и военной техники является создание крылатых ракет, самолетов, образцов наземной (бронетанковой) военной техники, обладающих малыми значениями эффективной поверхности рассеяния (ЭПР).

Снижение радиолокационной заметности летательных аппаратов и образцов наземной военной техники достигается за счет применения специальных сглаживающих форм и покрытия радиопоглощающими материалами (РПМ) локальных участков наиболее сильного вторичного излучения, связанных с геометрооптическим отражением и с рассеянием на изломах поверхности. Эти меры не только заметно снижают энергетический уровень

8

отраженного сигнала, но и приводят к существенным изменениям других, в частности, поляризационных характеристик цели и тем самым затрудняют эффективное решение не только задач обнаружения, но и распознавания. Важной теоретической и прикладной задачей является также исследование и учет особенностей, привносимых в рассеянное поле применением разнесенного приема, который дает определенные преимущества при решении задач распознавания [2].

Таким образом, решение задач обнаружения и распознавания объектов в современной радиолокации требует априорной информации об их радиолокационных характеристиках с учетом – в комплексе – таких осложняющих факторов, как нерегулярности граничной поверхности, наличие радиопоглощающих покрытий (РПП) и разнесенность приема.

Поскольку проведение достаточно точных и статистически информативных экспериментальных исследований рассеивающих свойств радиолокационных целей является весьма трудоемким и дорогостоящим делом, особую актуальность приобретает разработка теоретических обоснований и расчетных методик для математического моделирования радиолокационных характеристик летательных аппаратов с учетом перечисленных выше факторов (наличие РПП и др.).

Отметим также, что математическое моделирование рассеивающих свойств объектов радиолокации при разнесенном приеме и других усложнениях оказывается актуальным и при анализе эффективности распознавания целей в перспективных радиолокационных системах, проводимом для определения оптимального состава, расположения на местности и параметров входящих в них радиолокационных станций.

Известные, ставшие классическими, методы коротковолновой дифракции – методы геометрической оптики (ГО), геометрической теории дифракции (ГТД), физической оптики (ФО) и физической теории дифракции (ФТД) – не могут быть без существенной корректировки и обобщения применены к решению задач рассеяния в рассматриваемой усложненной постановке.

Создание усовершенствованных методов, адаптированных к особенностям рассматриваемых здесь задач рассеяния, находится в центре предлагаемой монографии. Разработка этих методик и проведение на их основе исследований потребовало, в свою очередь, определенного развития электродинамической теории рассеяния для различных структур рассеивающих объектов.

В первой главе получено обобщение таких базовых положений электродинамики как лемма Лоренца и принцип зеркальных изображений соответственно на случай полей, отвечающих различным материальным заполнениям одной и той же области пространства, и на случай пространства, содержащего неоднородности различных типов – диэлектрики, проводники, магнетики. Эти обобщения позволяют получить интегральные представления полей, на основании которых возможно проведение исследований влияния подстилающей поверхности, радиопоглощающих и теплоизоляционных покрытий, а также других слоистых структур на поля рассеяния целей.

К числу полученных в этой главе общетеоретических результатов следует отнести и обобщение на случай неплоской области (и точек стационарной фазы не только эллиптического, но и гиперболического типа) известной формулы М.И. Конторовича в двумерном методе стационарной фазы. Этот результат в сочетании с его нестационарным аналогом позволяет существенно усовершенствовать метод физической оптики в применении к расчету вторичного излучения радиолокационных целей как при совмещенном, так и разнесенном приеме. При этом проводится регуляризация полученных решений, основанная на исключении "терминаторных разрывов", возникающих из-за неадекватности описания в приближении физической оптики плотности поверхностного тока вблизи границы "свет-тень". Вычисление такой важнейшей радиолокационной характеристики зондируемого объекта как его ЭПР сопряжено – в общем случае – со значительными теоретическими и расчетными трудностями. В монографии расчет ЭПР описан последовательно в трехмерной и двумерной постановках, в рамках строгой теории и приближении физической оптики. Кроме того, для некоторых классов объектов установлены практически полезные оценки ЭПР в трехмерной постановке через величины "погонных" ЭПР в двумерных задачах, связанных с исходной и отвечающих двум взаимно перпендикулярным поляризациям падающей волны [3].

В первой главе исследуется важный теоретический вопрос о выполнении принципа взаимности [4] в случае использования аппроксимативных полей, в частности, полей, возникающих в результате применения физической оптики. Показано, что в этом случае для совмещенного приема принцип взаимности выполняется; в бистатическом же случае принцип взаимности, вообще говоря, места не имеет, что должно учитываться в практических расчетах.

В главе также разрабатывается методика расчета импульсных характеристиках (ИХ) (или сглаженных ИХ) гладких объектов в общем случае разнесенного приема методом физической оптики. Отметим, что в известной работе [5] физоптическая аппроксимация ИХ получена при следующих весьма ограничительных предположениях: 1) рассматривался лишь однопозиционный случай и 2) предполагалось, что терминатор (граница тени) является плоской кривой и притом его плоскость перпендикулярна направлению облучения. Между тем, нетрудно привести простые примеры гладких замкнутых (даже выпуклых) поверхностей с неплоским терминатором и, кроме того, даже в случае эллипсоида, при облучении которого в любом направлении  $\vec{R}^0$  терминатор представляет собой плоскую кривую (эллипс), его плоскость перпендикулярна к  $\vec{R}^0$  лишь при  $\vec{R}^0$ , параллельном одной из главных осей эллипсоида.

11

В работе [6] (при тех же условиях 1), 2) проведено выделение членов, привносимых в высокочастотную асимптотику Фурьеобраза ИХ терминаторным разрывом плотности тока в физоптическом приближении. Следует отметить, что методика исследований в цитируемых работах существенным образом опирается на условия 1), 2) и неприменима при нарушении какого-либо из них.

Метод, предложенный в монографии для двухпозиционного случая, применим при произвольной ориентации плоскости терминатора относительно направления облучения (в принципе же методика применима и при неплоском терминаторе). На характерном примере рассеяния на гладком выпуклом объекте проведено исследование особенностей структуры ИХ при двухпозиционном рассеянии. Выделены и исключены из решения главные члены асимптотики вклада, вносимого в ИХ разрывом плотности тока на терминаторе, что регуляризует рассчитанную ИХ и заметно повышает точность физоптической аппроксимации на интервале времени до момента прихода дифракционной ("ползущей") волны, огибающей область тени.

Во второй главе разрабатываются методы расчета рассеяния на радиолокационных объектах, имеющих изломы поверхности и снабженных радиопоглощающими покрытиями.

В главе предлагается асимптотическая методика решения задач рассеяния на идеально проводящих объектах, имеющих тороидальные поглощающие покрытия изломов поверхности, в произвольном случае разнесенного приема. Методика основана на применении интегральных представлений типа Стрэттона-Чу и их асимтотических выражений в дальней зоне. При этом использовалось решение модельной задачи о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с поглощающим цилиндром на ребре. Такой подход, в отличие от метода краевых волн [7, 8], оказывается хорошо приспособленным и к наличию неидеально проводящих рассеивающих элементов, имеющих резонансные размеры, и к общему случаю разнесенного приема.

С целью уточнения оценки вклада идеально проводящей окрестности "блестящей " точки эллиптического типа в рассеянное поле при разнесенном приеме в главе получены два члена лучевой асимптотики этого поля и оценен вклад такого локального центра рассеяния в суммарный отклик в случае наличия на нем РПП.

Метод расчета рассеяния электромагнитных волн на воздушных объектах распространен в главе на случай определения обратного рассеяния от наземных радиолокационных объектов. При этом интегральные представления полей, на которые опирается предлагаемый метод, учитывают "четырехлучевое" распространение отраженной волны, связанное с однократными переотражениями между объектом и границей однородного полупространства.

Учитывая существенность вклада, который вносят зеркальные антенные системы в поле рассеяния летательного аппарата, последний раздел второй главы посвящен разработке методов расчета рассеяния на различных зеркальных антенных системах (как электрически больших, так и резонансных размеров), в том числе, имеющих остроконечные носовые обтекатели.

Так, на базе предложенного в этой главе метода расчета рассеяния на объектах сложной формы с изломами поверхности, снабженными радиопоглощающими покрытиями, разработан метод расчета характеристик рассеяния зеркальных антенн больших электрических размеров с тороидальными радиопоглощающими покрытиями кромок.

Здесь же предлагается унифицированный метод расчета характеристик рассеяния двумерных моделей бортовых зеркальных антенн с остроконечными обтекателями, основанный на прямом методе решения систем интегральных уравнений (объемного интегрального уравнения II-го рода для поля в стенке обтекателя и уравнения I-го рода для плотности поверхностного тока на незамкнутых экранах, моделирующих зеркальную антенную систему). Завершает раздел приближенный (инженерный) метод расчета рассеяния на трехмерной модели зеркальной (параболической) антенны под остроконечным (конусным) обтекателем. Метод основан на приближениях геометрической и физической оптики и учитывает плотность тока на зеркале, наведенную электромагнитной волной, непосредственно прошедшей через стенку обтекателя, и волной, один раз отраженной от внутренней поверхности обтекателя.

Третья глава носит справочный характер. Для целого ряда воздушных объектов (самолетов военного и гражданского назначения, крылатой ракеты) и трех образцов наземной бронетанковой техники приводятся круговые диаграммы ЭПР, в том числе, и сглаженные ("некогерентные"), для различных ракурсов облучения и поляризаций зондирующего сигнала. Круговые диаграммы образцов наземной техники учитывают различные типы подстилающей поверхности.

При построении (синтезе) алгоритмов обнаружения и распознавания радиолокационных объектов возникает необходимость в задании законов распределения их ЭПР в различных угловых секторах зондирования. В связи с этим в главе приводятся соответствующая информация о законах распределения, средних и медианных значениях ЭПР.

Таким образом, настоящая монография объединяет теоретические обоснования, оригинальные расчетные методы и большой объем расчетного фактического материала, связанного с характеристиками рассеяния моделей воздушных и наземных радиолокационных объектов.

#### Глава 1

#### Развитие электродинамической теории рассеяния в интересах исследования вторичного излучения радиолокационных целей

Математическое моделирование вторичного излучения воздушных и наземных радиолокационных объектов, требует развития и уточнения некоторых принципов и методов прикладной электродинамики. Это даст возможность получить аппарат, позволяющий исследовать задачи рассеяния электромагнитных волн при таких усложняющих факторах, как наличие радиопоглощающих покрытий в сочетании с разнесенным приемом, импульсное, в частности, сверхширокополосное зондирование, влияние подстилающей поверхности и др.

В этой главе излагаются обобщения таких важных принципов электродинамики как интегральная лемма Лоренца и принцип зеркальных изображений на ситуации, связанные с наличием в пространстве неоднородностей различных типов или полей, отвечающих неодинаковым материальным заполнениям пространства. На основе этих обобщений, представляющих и самостоятельный научный интерес, оказывается возможным получение специальных интегральных уравнений, позволяющих исследовать влияние поглощающих покрытий и других слоистых структур, а также подстилающей поверхности на вторичное излучение радиолокационных целей. Другой круг вопросов, рассматриваемых в этой главе, дает, в конечном счете, развитие метода стационарной фазы и физической оптики с практическими выходами в задачи радиолокации при нестационарном зондировании и разнесенном приеме.

Кроме того, в этой главе содержатся новые результаты, относящиеся к связи эффективных поверхностей рассеяния трехмерных ЭПР с ЭПР соответствующих двумерных моделей, что представляет несомненный интерес в вычислительном плане.

#### 1.1. Обобщение интегральной леммы Лоренца на случай полей, отвечающих неодинаковым материальным заполнениям области

Эффективным средством исследования и численного решения ряда практически важных задач прикладной электродинамики и радиолокации оказываются интегральные представления, в которых основное и вспомогательное поля могут соответствовать различным и, в общем случае, неоднородным заполнениям некоторых областей пространства, что делает целесообразным при построении таких представлений использование надлежащим образом обобщенной леммы Лоренца.

В данном разделе дано такое обобщение леммы Лоренца [9], с помощью которого, например, могут быть построены и исследованы интегральные представления полей, дающие поправки, которые вносят диэлектрические и радиопоглощающие неоднородности внешней среды в поле, дифрагированное на системе металлических рассеивателей (п. 1.2).

Пусть в области V при ее заполнении изотропной, но неоднородной (вообще говоря) средой с проницаемостями  $\varepsilon_1(x)$ ,  $\mu_1(x)$  и при наличии в ней сторонних электрических токов с плотностью  $\vec{J}_1^e(x)$  возникает поле  $\vec{E}_1(x)$ ,  $\vec{H}_1(x)$ , а проницаемостям  $\varepsilon_2(x)$ ,  $\mu_2(x)$  и сторонним токам  $\vec{J}_2^e(x)$  отвечает (возможно при других граничных условиях) поле  $\vec{E}_2(x)$ ,  $\vec{H}_2(x)$ . Таким образом, в области V

$$rot \vec{E}_{\alpha} = j \,\omega \mu_{\alpha} \vec{H}_{\alpha},^{1}$$
$$rot \vec{H}_{\alpha} = -j \,\omega \varepsilon_{\alpha} \vec{E}_{\alpha} + \vec{J}_{\alpha}^{e}, \ \alpha = 1, 2.$$
(1.1)

При обычных предположениях о гладкости входящих в (1.1) функций в области V вплоть до ее граничной поверхности L из (1.1) вытекает равенство

$$div \left[ -\left(\vec{E}_{1} \times \mu_{2} \vec{H}_{2}\right) + \left(\vec{E}_{2} \times \mu_{1} \vec{H}_{1}\right) \right] = j\omega \left(\varepsilon_{1} \mu_{1} - \varepsilon_{2} \mu_{2}\right) \vec{E}_{1} \cdot \vec{E}_{2} + \left[\mu_{2} \vec{J}_{2}^{e} + \left(\vec{\nabla} \mu_{2} \times \vec{H}_{2}\right)\right] \cdot \vec{E}_{1} - \left[\mu_{1} \vec{J}_{1}^{e} + \left(\vec{\nabla} \mu_{1} \times \vec{H}_{1}\right)\right] \cdot \vec{E}_{2}.$$
 (1.2)

Отсюда, в силу теоремы Остроградского-Гаусса [10],

$$\int_{L} \left[ \mu_{2} \vec{E}_{1}^{T} \cdot \vec{H}_{2}^{\perp} - \mu_{1} \vec{E}_{2}^{T} \cdot \vec{H}_{1}^{\perp} \right] dS = j \omega \int_{V} \left( \varepsilon_{1} \mu_{1} - \varepsilon_{2} \mu_{2} \right) \vec{E}_{1} \cdot \vec{E}_{2} dV + 
+ \int_{V} \left\{ \left[ \mu_{2} \vec{J}_{2}^{e} + \left( \vec{\nabla} \mu_{2} \times \vec{H}_{2} \right) \right] \cdot \vec{E}_{1} - \left[ \mu_{1} \vec{J}_{1}^{e} + \left( \vec{\nabla} \mu_{1} \times \vec{H}_{1} \right) \right] \cdot \vec{E}_{2} \right\} dV. \quad (1.3)$$

Здесь символы вида  $\vec{A}^T$ ,  $\vec{B}^{\perp}$  имеют следующий смысл:

$$\vec{A}^T = \vec{A} - \vec{n} \left( \vec{n} \cdot \vec{A} \right), \qquad \vec{B}^\perp = \vec{n} \times \vec{B} , \qquad (1.4)$$

причем  $\vec{n}$  – орт внешней нормали к V.

Отметим, что формула (1.3) при  $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 = const$ ,  $\mu_2 = \mu_1 = const$  переходит в обычное интегральное соотношение Лоренца.

Из соотношения (1.3) путем замены

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Везде в монографии временная зависимость полей предполагается вида  $exp(-j\omega t)$ 

$$\vec{E}_{\alpha} \leftrightarrow \vec{H}_{\alpha}, \quad \vec{J}_{\alpha}^{e} \leftrightarrow -\vec{J}_{\alpha}^{m}, \quad \varepsilon_{\alpha} \leftrightarrow \mu_{\alpha} \quad (\alpha = 1, 2)$$

выводится равенство, справедливое для полей, возбуждаемых магнитными токами.

$$\int_{L} \left[ \varepsilon_{2} \vec{E}_{2}^{T} \cdot \vec{H}_{1}^{\perp} - \varepsilon_{1} \vec{E}_{1}^{T} \cdot \vec{H}_{2}^{\perp} \right] dS = j \omega \int_{V} \left( \varepsilon_{1} \mu_{1} - \varepsilon_{2} \mu_{2} \right) \vec{H}_{1} \cdot \vec{H}_{2} dV + 
+ \int_{V} \left\{ \left[ \varepsilon_{2} \vec{J}_{2}^{m} - \left( \vec{\nabla} \varepsilon_{2} \times \vec{E}_{2} \right) \right] \cdot \vec{H}_{1} - \left[ \varepsilon_{1} \vec{J}_{1}^{m} - \left( \vec{\nabla} \varepsilon_{1} \times \vec{E}_{1} \right) \right] \cdot \vec{H}_{2} \right\} dV. \quad (1.3')$$

Формулы типа (1.3) и являются обобщением известной леммы Лоренца [4, 10] на случай неоднородных сред и полей, соответствующих двум различным материальным заполнениям рассматриваемой области V.

Если область V бесконечна, то (как и в обычной лемме Лоренца) для справедливости соотношений (1.3), (1.3') достаточно потребовать, чтобы сторонние токи были распределены лишь в какой-то конечной области, а поля удовлетворяли условиям излучения [4, 10].

Другая форма обобщения леммы Лоренца была получена в более поздних работах [11, 12].

# 1.2. Применение обобщенной леммы Лоренца к получению интегральных представлений возмущений, вносимых во вторичное излучение радиопрозрачными и поглощающими слоистыми структурами

Примем, что *L* есть совокупность поверхностей, ограничивающих извне идеально проводящие рассеиватели  $V_1^+, V_2^+, ..., V_M^+$ , а во внешней области *V*, характеризуемой проницаемостями  $\varepsilon(x)$ ,  $\mu(x)$ , задано распределение сторонних электрических токов с плотностью  $\vec{J}^e(x)$  или, что равносильно, эквивалентных магнитных токов  $\vec{J}^m(x)$ . Соответствующее полное поле  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  удовлетворяет условию

$$\left. \vec{E}^T \right|_L = 0. \tag{1.5}$$

Задача состоит в получении таких интегральных представлений поля  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ , которые позволяли бы эффективно оценивать роль отдельных рассеивателей либо роль физических свойств среды, заполняющей область V, в формировании этого поля. Для этого поле  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  сопоставляется с некоторыми вспомогательными ("эталонными") полями посредством обобщенной леммы Лоренца (1.3).

Введем в область *V* вспомогательное поле (поле "электрического типа")  $\vec{\mathcal{E}}^{e}(x | x_0, \vec{p}), \quad \vec{\mathcal{H}}^{e}(x | x_0, \vec{p}), \quad y$ довлетворяющее в области *V* уравнениям

$$rot\vec{\mathcal{E}}^{e} = j\omega\mu_{0}\vec{\mathcal{H}}^{e},$$
$$rot\vec{\mathcal{H}}^{e} = -j\omega\varepsilon_{0}\vec{\mathcal{E}}^{e} - j\omega\vec{p}\,\delta(x - x_{0}), \qquad (1.6)$$

 $(\varepsilon_0, \mu_0 - проницаемости свободного пространства, <math>x_0 \in V$ ) и тем или иным граничным условиям на *L* (формулируемым в каждом конкретном рассмотрении дополнительно). Аналогичным образом можно ввести поле "магнитного типа".

Рассмотрим случай, когда материальные среды (однородные или кусочно-однородные) распределены лишь в некоторой части T области V, дополнение же  $V^- = V \setminus T$  есть область свободного пространства. Однородные среды отделены одна от другой и от области  $V^-$  гладкими поверхностями  $S_1, S_2, ..., S_N^{-1}$ , и таким образом, образуют слоистую структуру. Кроме того, рас-

 $<sup>^{1}</sup>$   $S_{i}$  – поверхности, замкнутые либо уходящие на бесконечность или же имеющие край (краевые линии), принадлежащий границе L области V.

смотрим только распределения сторонних источников в области  $V^-$ , где  $\mu(x) \equiv \mu_0$ ,  $\varepsilon(x) \equiv \varepsilon_0$ . Применим далее в области V обобщенную лемму Лоренца к полю  $\vec{E}_1 = \vec{E}(x)$ ,  $\vec{H}_1 = \vec{H}(x)$ , для которого  $\varepsilon_1 = \varepsilon(x)$ ,  $\mu_1 = \mu(x)$ ,  $\vec{J}_1^e = \vec{J}^e(x)$  и к полю  $\vec{E}_2 = \vec{\varepsilon}^e(x|x_0,\vec{p})$ ,  $\vec{H}_2 = \vec{\mathcal{H}}^e(x|x_0,\vec{p})$ , для которого  $\varepsilon_2 = \varepsilon_0$ ,  $\mu_2 = \mu_0$ ,  $\vec{J}_2^e = -j \,\omega \,\vec{p} \,\delta(x - x_0)$  (при произвольной ориентации  $\vec{p}$ ). При этом воспользуемся принципом суперпозиции и тем фактом, что вблизи  $S_i$ 

$$\vec{\nabla}\mu = \vec{n}\frac{\partial\mu}{\partial n} = \vec{n}\left(\mu_i^+ - \mu_i^-\right)\delta(n) = \vec{n}\,\Delta\mu_i\delta(n),$$
$$\vec{\nabla}\varepsilon = \vec{n}\frac{\partial\varepsilon}{\partial n} = \vec{n}\left(\varepsilon_i^+ - \varepsilon_i^-\right)\delta(n) = \vec{n}\,\Delta\varepsilon_i\delta(n).$$
(1.7)

Здесь  $\vec{n}$  – орт нормали к  $S_i$ , n – координата, отсчитываемая по нормали, причем n = 0 на  $S_i$ , n > 0 в направлении  $\vec{n}$ ,  $\delta(n)$  – дельта-функция;  $\mu_i^+$ ,  $\mu_i^-$  – предельные значения  $\mu(x)$  на  $S_i$  соответственно со стороны положительных и отрицательных n.

Тогда, из (1.3) получим равенство

$$j \omega \mu_{0} \vec{p} \cdot \left[\vec{E}(x_{0}) - \vec{\varepsilon}(x_{0})\right] = \int_{L} \mu(x) \vec{\varepsilon}^{eT}(x \mid x_{0}, \vec{p}) \cdot \vec{H}^{\perp}(x) dS +$$
  
+ 
$$j \omega \int_{T} \left[\varepsilon(x) \mu(x) - \varepsilon_{0} \mu_{0}\right] \vec{E}(x) \cdot \vec{\varepsilon}^{e}(x \mid x_{0}, \vec{p}) dV -$$
  
$$- \sum_{i=1}^{N} \Delta \mu_{i} \int_{S_{i}} \vec{\varepsilon}^{eT}(x \mid x_{0}, \vec{p}) \cdot \vec{H}^{\perp}(x) dS.$$
(1.8)

Аналогичное интегральное представление вектора магнитной напряженности  $\vec{H}$  выводится из (1.3'):

$$j \omega \varepsilon_{0} \vec{q} \cdot \left[\vec{H}(x_{0}) - \vec{\mathcal{H}}(x_{0})\right] =$$

$$= j \omega \int_{V} \left[\varepsilon(x)\mu(x) - \varepsilon_{0} \mu_{0}\right] \vec{H}(x) \cdot \vec{\mathcal{H}}^{m}(x \mid x_{0}, \vec{q}) dV -$$

$$-\varepsilon_{0} \int_{L} \vec{\mathcal{E}}^{mT}(x \mid x_{0}, \vec{q}) \cdot \vec{H}^{\perp}(x) dS +$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} \Delta \varepsilon_{i} \int_{S_{i}} \vec{\mathcal{H}}^{mT}(x \mid x_{0}, \vec{q}) \cdot \vec{E}^{\perp}(x) dS. \qquad (1.8')$$

Здесь  $\vec{\varepsilon}(x_0)$ ,  $\vec{\mathcal{H}}(x_0)$  – векторы электрической и магнитной напряженности эталонного поля, возбуждаемого в области пространства *V* теми же сторонними источниками, которые в реальной среде, заполняющей *V*, возбуждают поле  $\vec{E}(x_0)$ ,  $\vec{H}(x_0)$ , однако при других граничных условиях на *L*, определяемых структурой и граничными свойствами выбранного вспомогательного поля точечного источника, например для  $\vec{\varepsilon}(x_0)$ , в соответствии с формулой

$$-j \omega \vec{p} \cdot \vec{\varepsilon}(x_0) = \int_{V^-} \vec{J}^e(x) \cdot \vec{\varepsilon}^e(x \mid x_0, \vec{p}) dV.$$

Если теперь в представлении (1.8) положить  $\vec{x}_0 = |\vec{x}_0| \vec{r}^0$  и  $|\vec{x}_0| \to \infty$ , то получим интегральное представление для векторной комплексной диаграммы направленности  $\vec{E}(\vec{r}^0)$ :

$$j \omega \mu_{0} \vec{p} \cdot \left[\vec{E}(\vec{r}^{0}) - \vec{e}(\vec{r}^{0})\right] = \int_{L} \mu(x) \vec{e}^{eT}(x | \vec{r}^{0}, \vec{p}) \cdot \vec{H}^{\perp}(x) dS +$$
  
+ 
$$j \omega \int_{T} \left[\epsilon(x) \mu(x) - \epsilon_{0} \mu_{0}\right] \vec{E}(x) \cdot \vec{e}^{e}(x | \vec{r}^{0}, \vec{p}) dV -$$
  
$$- \sum_{i=1}^{N} \Delta \mu_{i} \int_{S_{i}} \vec{e}^{eT}(x | \vec{r}^{0}, \vec{p}) \cdot \vec{H}^{\perp}(x) dS.$$
(1.9)

21

В представлении (1.9) поле  $\vec{e}^{e}(x|\vec{r}^{0},\vec{p}), \vec{\mathcal{H}}^{e}(x|\vec{r}^{0},\vec{p})$  возбуждается плоской волной:

$$\vec{\mathcal{E}}_{0}^{e}\left(x|\vec{r}^{0},\vec{p}\right) = k_{0}^{2}\omega\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}}\left[\vec{p}-\vec{r}^{0}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}^{0}\right)\right]exp\left(-jk_{0}\left(\vec{r}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right),$$
$$\vec{\mathcal{H}}_{0}^{e}\left(x|\vec{r}^{0},\vec{p}\right) = -k_{0}^{2}\omega\left(\vec{r}^{0}\times\vec{p}\right)exp\left(-jk_{0}\left(\vec{r}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right),$$
(1.10)

где  $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \, \mu_0}$ .

Если в качестве вспомогательного поля в (1.9) использовать решение уравнений (1.6), удовлетворяющее при  $x_0 \in V$  граничному условию

$$\vec{e}^{eT}(x|x_0,\vec{p})|_{x\in L} = 0,$$
 (1.11)

то есть выбрать в качестве вспомогательного поля поле точечного источника, расположенного в точке  $x_0$ , с вектор-моментом  $\vec{p}$  в присутствии идеально проводящих рассеивателей с поверхностью L, то представление (1.9) примет следующий вид:

$$j \omega \mu_{0} \vec{p} \cdot \left[\vec{E}(\vec{r}^{0}) - \vec{e}(\vec{r}^{0})\right] =$$

$$= j \omega \int_{T} \left[\epsilon(x)\mu(x) - \epsilon_{0}\mu_{0}\right] \vec{E}(x) \cdot \vec{e}^{e}(x | \vec{r}^{0}, \vec{p}) dV -$$

$$- \sum_{i=1}^{N} \Delta \mu_{i} \int_{S_{i}} \vec{e}^{eT}(x | \vec{r}^{0}, \vec{p}) \cdot \vec{H}^{\perp}(x) dS. \qquad (1.12)$$

Таким образом, в этом случае  $\vec{\mathscr{E}}(x_0)$ ,  $\vec{\mathscr{H}}(x_0)$  означает поле, возбуждаемое данными источниками при отсутствии материальных сред, а представление (1.12) дает выражение поправки, вносимой в дальней зоне наличием среды *T*.

В простейшем случае, когда  $\mu \equiv \mu_0$ , представление (1.9) приобретает особенно простой вид при любом  $\vec{p}$  и  $x_0 \in V$ :

$$\vec{p} \cdot \left[\vec{E}(x_0) - \vec{\mathcal{E}}(x_0)\right] = \left(\varepsilon - \varepsilon_0\right) \int_T \vec{E}(x) \cdot \vec{\mathcal{E}}^{e}(x \mid x_0, \vec{p}) \, dV.$$
(1.13)

Из (1.13) получаем поправки к комплексной диаграмме направленности:

$$\vec{p} \cdot \left[\vec{E}\left(\vec{r}^{0}\right) - \vec{\mathscr{E}}\left(\vec{r}^{0}\right)\right] = \left(\varepsilon - \varepsilon_{0}\right) \int_{T} \vec{E}(x) \cdot \vec{\mathscr{E}}^{e}\left(x \mid \vec{r}^{0}, \vec{p}\right) dV.$$
(1.14)

Если поля  $\vec{e}(x_0)$ ,  $\vec{e}(x|x_0, \vec{p})$  известны, то при  $x_0 \in T$  равенство (1.13) есть интегральное уравнение относительно поля, возбуждаемого в среде T.

В этом случае, когда многообразие *T* представляет собой совокупность тонких слоев диэлектрика (толщина  $\delta$  которой мала), из соотношения (1.13) могут быть получены асимптотические формулы, тем более точные, чем меньше безразмерный параметр  $\overline{\delta} = \delta/\lambda_0$ . При малом  $\overline{\delta}$  интегральный член в (1.13), как следует ожидать из физических соображений, должен быть малым. Можно показать, что этот интеграл, равно как и вообще интеграл вида

$$I(x_0) = \int_{T} \vec{F}(x) \cdot \vec{e}^{e}(x \mid x_0, \vec{p}) dV$$

с гладкой в области T (вплоть до ее границы) вектор-функцией  $\vec{F}(x)$ , допускает при  $x_0 \in T$  оценку

$$\left| I(x_0) \right| \le const \,\overline{\delta}.^{\ 1} \tag{1.15}$$

Из равенства (1.13) и оценки вида (1.15) следует, что при  $x \in T$ 

$$\vec{E}(x) = \vec{\mathscr{E}}(x) + O(\overline{\delta}),$$

поэтому из (1.14) получаем

$$\vec{p} \cdot \left[\vec{E}\left(\vec{r}^{0}\right) - \vec{\varepsilon}\left(\vec{r}^{0}\right)\right] = \left(\varepsilon - \varepsilon_{0}\right) \int_{T} \vec{\varepsilon}\left(x\right) \cdot \vec{\varepsilon}^{e}\left(x \mid \vec{r}^{0}, \vec{p}\right) dV + o\left(\overline{\delta}\right). \quad (1.16)$$

Равенства типа (1.16) и могут служить расчетными формулами с оценкой погрешности  $o(\overline{\delta})$ .

Рассмотрим еще одно из возможных применений обобщенной леммы Лоренца. Пусть некоторая идеально проводящая поверхность L покрыта слоем T радиопоглощающего материала (рис. 1.1) с проницаемостями  $\varepsilon_1$ ,  $\mu_1$ .



Рис. 1.1. Идеально проводящая поверхность, покрытая слоем радиопоглощающего материала

<sup>1</sup> Оценка (1.15) нетривиальна, ибо ее получение основано (в конечном счете) на оценивании сингулярных интегралов вида  $\int_{T} \Phi(x) \frac{-\vec{p}+3(\vec{p}\cdot\vec{R}^{0})\vec{R}^{0}}{R^{3}} dV$ , где  $\vec{R} = \vec{x} - \vec{x}_{0}$ ,  $R = |\vec{R}|$ ,  $\vec{R}^{0} = \vec{R} / R$ .

Пусть, далее, известно поле  $(\vec{e_2}, \vec{\mathcal{H}}_2)$ , порожденное электрическим диполем  $\vec{J}_2^e = -j \omega \vec{p} \, \delta (x - x_0)^1$  в присутствии указанной рассеивающей поверхности, но для проницаемостей материала слоя  $T \ \varepsilon_2$ ,  $\mu_2$ . Необходимо определить поле  $\vec{E_1}$ , порожденное сторонними источниками (с плотностью тока  $\vec{J}_1^e$ ), расположенными в области  $V^-$ , в присутствии радиопоглощающего слоя T на металлической подложке L. При этом известно, что значение  $\varepsilon_1$  близко к  $\varepsilon_2$ , а  $\mu_1$  к  $\mu_2$ .

Пусть точка наблюдения  $x_0 \in V^-$ . Применим обобщенную лемму Лоренца (1.3) к полям  $(\vec{E_1}, \vec{H_1})$  и  $(\vec{e_2}, \vec{\mathcal{H}_2})$  в области  $V = V^-$  с границей  $\partial V = S$ . В результате получим соотношение:

$$-j \omega \vec{p} \cdot \left[\vec{E}_{1}(x_{0}) - \vec{E}_{2}(x_{0})\right] = \int_{S} \left(\vec{E}_{1}^{T} \cdot \vec{\mathcal{H}}_{2}^{\perp} - \vec{\mathcal{E}}_{2}^{T} \cdot \vec{H}_{1}^{\perp}\right) dS. \qquad (1.17)$$

Пусть, далее, область V = T, а ее граница  $\partial V = S \bigcup L$ . Применение леммы (1.3) к тем же полям в этом случае дает

$$\int_{S} \left\{ \mu_{2} \vec{E}_{1}^{T} \cdot \vec{\mathcal{H}}_{2}^{\perp} - \mu_{1} \vec{\varepsilon}_{2}^{T} \cdot \vec{H}_{1}^{\perp} \right\} dS = j \omega \left( \varepsilon_{1} \mu_{1} - \varepsilon_{2} \mu_{2} \right) \int_{T} \vec{E}_{1} \cdot \vec{\varepsilon_{2}} dV. \quad (1.18)$$

Домножая (1.17) на  $\mu_1$  и вычитая полученное равенство из (1.18), придем к соотношению:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Отметим, что, воспользовавшись принципом суперпозиции, поле  $\vec{E}_2$ , порожденное заданным сторонним распределением тока  $\vec{J}_1^e$ , можно представить с помощью равенства:

 $<sup>-</sup>j \omega \vec{p} \vec{E}_2(x_0) = \int_V \vec{J}_1^e \cdot \vec{\epsilon}_2(x | x_0, \vec{p}) dV$ , где *V* содержит все сторонние источники

излучения.

$$j \omega \mu_{1} \vec{p} \Big[ \vec{E}_{1} (x_{0}) - \vec{E}_{2} (x_{0}) \Big] = (\mu_{2} - \mu_{1}) \int_{S} \vec{E}_{1}^{T} \cdot \vec{\mathcal{H}}_{2}^{\perp} dS - - j \omega (\varepsilon_{1} \mu_{1} - \varepsilon_{2} \mu_{2}) \int_{T} \vec{E}_{1} \cdot \vec{\mathscr{E}}_{2} dV.$$
(1.19)

Проделав аналогичные преобразования в случае, когда  $x_0 \in T$ , получим интегральное уравнение для поля  $\vec{E_1}$  в слое T:

$$-j\omega\vec{p}\left\{\mu_{2}\vec{E}_{1}\left(x_{0}\right)-\mu_{1}\vec{E}_{2}\left(x_{0}\right)\right\}=\left(\mu_{2}-\mu_{1}\right)\int_{S}\vec{E}_{1}^{T}\cdot\vec{\mathcal{H}}_{2}^{\perp}dS-$$
$$-j\omega\left(\varepsilon_{1}\mu_{1}-\varepsilon_{2}\mu_{2}\right)\int_{T}\vec{E}_{1}\cdot\vec{\mathcal{E}}_{2}dV.$$
(1.20)

Из уравнения (1.20) с учетом малости величин  $|\mu_1 - \mu_2|$ ,  $|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|$  можно получить асимптотическое представление для поля  $\vec{E}_1(x_0)$  при  $x_0 \in T$ . Главный член этой асимптотики, очевидно, имеет вид

$$\vec{E}_1(x_0) \sim \frac{\mu_1}{\mu_2} \vec{E}_2(x_0).$$
 (1.21)

Проведя один раз итерирование уравнения (1.20), подставив с этой целью (1.21) в подынтегральное выражение правой части (1.20), получим уточненное асимптотическое представление поля  $\vec{E}_1(x_0)$  в слое T:

$$-j\omega\vec{p}\cdot\vec{E}_{1}(x_{0})\sim -j\omega\vec{p}\cdot\vec{E}_{2}(x_{0})\cdot\frac{\mu_{1}}{\mu_{2}}+$$

$$+\left(1-\frac{\mu_{1}}{\mu_{2}}\right)\frac{\mu_{1}}{\mu_{2}}\int_{S}\vec{E}_{2}^{T}\cdot\vec{\mathcal{H}}_{2}^{\perp}dS-j\omega\left(\varepsilon_{1}\frac{\mu_{1}}{\mu_{2}}-\varepsilon_{2}\right)\frac{\mu_{1}}{\mu_{2}}\int_{T}\vec{E}_{2}\cdot\vec{\varepsilon_{2}}dV. \quad (1.22)$$

Использовав соотношение (1.22) в правой части (1.19), получим выражение для поля  $\vec{E}_1(x_0)$  при  $x_0 \in V^-$ , которое дает возможность находить поле  $\vec{E}_1$  в области, внешней по отношению к рассеивающей поверхности, через значения полей  $\vec{E}_2$ ,  $\vec{E}_2$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_2$ , получающихся при другом материальном заполнении области T.

В заключение отметим, что круг возможных практических приложений приведенного в разделе 1.1 обобщения леммы Лоренца довольно широк. Например, интегральное представление (1.8) можно применить не только к структуре, состоящей из идеально проводящих рассеивателей и поглощающих сред, но и к оценке влияния радиопрозрачных оболочек (например, обтекателей) на прохождение и рассеяние электромагнитных волн.

### 1.3. Обобщенный принцип зеркальных изображений и его приложения к решению некоторых задач рассеяния волн

Основное содержание настоящего раздела составляет описание строгих и физически интерпретируемых математических моделей рассеяния для различных типов рассеивающих объектов (идеальных проводников, идеальных идеально магнетиков, поглощающих объектов), находящихся над подстилающей поверхностью, а также математической модели апертурной антенны, закрытой какой-либо радиопрозрачной конструкцией (обтекателем, антенным укрытием и т.п.). В связи с решением последней задачи в разделе дано также обобщение принадлежащей Я.Н. Фельду [13] принципиально важной трактовки метода эквивалентных токов для расчета поля апертурной антенны на тот случай, когда антенна излучает в полупространство, содержащее рассеиватели-диэлектрики, проводники, магнетики. При этом оказалось необходимым надлежащим образом обобщить классический принцип зеркальных изображений.

#### 1.3.1. Обобщенный принцип зеркальных изображений

Введем обозначение полупространства  $\Omega^+(x_3 > 0)$  и его зеркального изображения  $\Omega^-(x_3 < 0)$ . Область  $\Omega^+$  содержит:

а) идеально проводящие рассеиватели, совокупность граничных поверхностей которых обозначаем как  $S_E$ , так что

$$\left. \vec{E}^T \right|_{S_E} = 0;$$

б) рассеиватели – идеальные магнетики, на граничной поверхности которых  $(S_H)$ 

$$\left. \vec{H}^T \right|_{S_H} = 0 ;$$

при этом часть  $\Omega_1^+$ , полупространства  $\Omega^+$ , граница которой состоит из плоскости  $S(x_3 = 0)$ ,  $S_E$ ,  $S_H$  заполнена изотропной и, вообще говоря, неоднородной средой с комплексными проницаемостями  $\varepsilon(\vec{x})$ ,  $\mu(\vec{x})$ , которые могут иметь и поверхности разрыва непрерывности (границы раздела).

Введем также обозначение  $\Omega_1^-$ , для зеркального изображения области  $\Omega_1^+$  в плоскости *S* и рассмотрим "симметризованную" область  $\Omega_1 = \Omega_1^+ \bigcup S \bigcup \Omega_1^-$  с симметричными по геометрической конфигурации и физическим свойствам рассеивателями и заполняющей средой, в которой

$$\begin{cases} \varepsilon (x_1, x_2, -x_3) \equiv \varepsilon (x_1, x_2, x_3) \\ \mu (x_1, x_2, -x_3) \equiv \mu (x_1, x_2, x_3). \end{cases}$$
(1.25)

Введем необходимую символику: если  $\vec{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$  – какоелибо векторное поле, то  $\vec{A}' = \{A_1, A_2, -A_3\}$ ; в частности, если радиус-вектор точки  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ , то  $\vec{x}' = (x_1, x_2, -x_3)$ . Тогда имеет место следующее утверждение ("обобщенный принцип зеркальных изображений").

Пусть  $\vec{\mathcal{E}}_0(x|x_0, \vec{p}), \quad \vec{\mathcal{H}}_0(x|x_0, \vec{p}) -$  поле, возбуждаемое в симметризованной области  $\Omega_1$  электрическим диполем момента  $\vec{p}$ , расположенным в точке  $x_0 \in \Omega_1$ . Тогда для каждой точки  $x \in \Omega_1$  имеют место равенства

$$\vec{\varepsilon_0} \left( x \, \big| \, x'_0, \vec{p}' \right) = \vec{\varepsilon_0}' \left( x' \, \big| \, x_0, \vec{p} \right), \tag{1.26}$$

$$\vec{\mathcal{H}}_{0}\left(x\,\big|\,x_{0}',\vec{p}\,'\right) = -\vec{\mathcal{H}}_{0}'\left(x'\,\big|\,x_{0},\vec{p}\,\right),\tag{1.27}$$

которые и выражают обобщенный принцип зеркальных изображений.

Строгий вывод этих равенств (вполне естественный с точки зрения физической интуиции) может быть основан на следующем, легко проверяемом соотношении:

$$\operatorname{rot} \vec{A}'(x') = -\left(\operatorname{rot} \vec{A}(x)\right)'\Big|_{x \Rightarrow x'}$$
(1.28)

(символ  $x \Rightarrow x'$  означает здесь, что, вычислив вектор  $-(rot \vec{A}(x))'$ , нужно заменить x на x'). Введем краткие обозначения:

$$\vec{\mathcal{E}}_{0}(x) = \vec{\mathcal{E}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p}), \quad \vec{\mathcal{H}}_{0}(x) = \vec{\mathcal{H}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p}),$$
$$\vec{\mathcal{E}}_{0}^{(1)}(x) = \vec{\mathcal{E}}_{0}'(x' \mid x_{0}, \vec{p}), \quad \vec{\mathcal{H}}_{0}^{(1)}(x) = -\vec{\mathcal{H}}_{0}'(x' \mid x_{0}, \vec{p}).$$

Тогда из уравнений Максвелла

$$rot \,\vec{\mathcal{E}}_0(x) = j \,\omega \,\mu(x) \,\vec{\mathcal{H}}_0(x) ,$$
$$rot \,\vec{\mathcal{H}}_0(x) = -j \,\omega \,\varepsilon(x) \,\vec{\mathcal{E}}_0(x) - j \,\omega \,\vec{p} \,\delta(x - x_0) .$$

Воспользовавшись соотношениями (1.25), (1.28), выводим

$$rot \,\vec{\epsilon_0}^{(1)}(x) = rot \,\vec{\epsilon_0}'(x') = -\left(rot \,\vec{\epsilon_0}(x)\right)'\Big|_{x \Rightarrow x'} = -j \,\omega \,\mu(x') \vec{\mathcal{H}}_0'(x') = j \,\omega \,\mu(x) \vec{\mathcal{H}}_0^{(1)}(x); \qquad (1.29)$$

аналогично получается

$$\operatorname{rot} \vec{\mathcal{H}}_{0}^{(1)}(x) = -j \,\omega \varepsilon(x) \vec{\mathcal{E}}_{0}^{(1)}(x) - j \,\omega \, \vec{p}' \delta(x - x_{0}'). \tag{1.30}$$

Таким образом,  $\vec{k_0}^{(1)}(x)$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_0^{(1)}(x)$  есть поле, возбуждаемое током  $\vec{J}_0(x) = -j \omega \vec{p}' \delta(x - x'_0)$ . Далее непосредственно проверяется выполнение граничных условий на  $S_E$ ,  $S_H$  и на их зеркальных изображениях.

Например, так как на  $S_E \ \vec{\mathcal{E}}_0(x) = \vec{n} \mathcal{E}_{0n}(x) \ (\vec{n} - \text{орт норма-}$ ли), то  $\vec{\mathcal{E}}_0'(x) = \vec{n}' \mathcal{E}_{0n}(x')$ , откуда  $\vec{\mathcal{E}}_0^{(1)}(x) \Big|_{S_E} = \vec{\mathcal{E}}_0'(x') = \vec{n} \mathcal{E}_{0n}(x)$  и, следовательно,  $\vec{\mathcal{E}}_0^{(1)T} \Big|_{S_E} = 0$ .

Наконец, поле  $\vec{\mathcal{E}}_0^{(1)}(x)$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_0^{(1)}(x)$ , очевидно, удовлетворяет (в случае неограниченной области  $\Omega_1$ ) и условиям излучения.

В силу единственности рассматриваемой здесь граничной задачи из уравнений (1.29), (1.30), граничных соотношений на  $S_E$ ,  $S_H$  и на их зеркальных изображениях (и условий излучения, если  $\Omega_1$  неограничена) получаем, что поле  $\vec{\epsilon_0}^{(1)}(x)$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_0^{(1)}(x)$  совпадает с полем  $\vec{\epsilon_0}(x | x'_0, \vec{p}')$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_0(x | x'_0, \vec{p}')$ , что и доказывает наше утверждение.

По поводу этого утверждения необходимо сделать следующие замечания. Во-первых, аналогичное утверждение справедливо и для полей, возбуждаемых магнитными диполями. Во-вторых, с помощью принципа суперпозиции и интегрального представления

$$\vec{J}(x) = \int_{\Omega_1} \vec{J}(x_0) \delta(x - x_0) dV_{x_0}$$

принцип зеркальных изображений в приведенной выше форме (примененный в [14 – 16]) переносится на поля, возбуждаемые любыми сторонними токами.

#### 1.3.2. О расчете влияния подстилающей поверхности на рассеивающие свойства цели

Пусть плоскость  $\Sigma$  (будем считать ее идеально проводящей) ограничивает полупространство, содержащее рассеивающий объект с граничной поверхностью *S* (идеальный проводник либо идеальный магнетик).

Стандартный метод получения интегрального уравнения для поверхностных токов, возбуждаемых заданными сторонними источниками, расположенными в рассматриваемом полупространстве (метод, основанный на интегральных соотношениях типа Стрэттона-Чу [10]), приводит к уравнениям, содержащим не только интеграл по поверхности рассеивателя S, но и по безграничной плоскости  $\Sigma$ , что резко затрудняет численное решение. Применение же принципа зеркальных изображений в обобщенной форме позволяет получить токовое интегральное уравнение с интегрированием лишь по S, которое может служить основой для устойчивых и эффективных вычислительных алгоритмов. Ниже приводится соответствующий вывод.

Обозначим через  $\Omega_1^+$  область пространства, ограниченную поверхностями *S* и  $\Sigma$ . Область  $\Omega_1^+$  может содержать как неодно-родности среды, так и другие рассеиватели.

Введем обозначения:

 $\vec{E}^{i}(x), \vec{H}^{i}(x)$  – падающая на объект волна;

 $\vec{E}_1(x), \vec{H}_1(x)$  – рассеянное поле;

 $\vec{E}(x), \vec{H}(x)$  – полное поле;

 $\vec{\mathscr{E}}^{e}(x|x_{0},\vec{p}), \vec{\mathscr{H}}^{e}(x|x_{0},\vec{p})$  – поле точечного электрического диполя в полупространстве, ограниченном плоскостью  $\Sigma$ , при отсутствии объекта *S*;

 $\vec{\varepsilon}^{m}(x|x_{0},\vec{q}), \quad \vec{\mathscr{H}}^{m}(x|x_{0},\vec{q}) -$ аналогичное поле точечного магнитного диполя.

Отметим, что с помощью введенного в п. 1.3.1 поля  $\vec{\mathcal{E}}_0$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_0$ (поля, возбуждаемого в симметризованной области  $\Omega_1$  в отсутствие объекта *S*) поле  $\vec{\mathcal{E}}^e$ ,  $\vec{\mathcal{H}}^e$  может быть выражено следующим образом:

$$\vec{\varepsilon}^{e} = \vec{\varepsilon}_{0} \left( x \, \big| \, x_{0}, \vec{p} \, \right) - \vec{\varepsilon}_{0} \left( x \, \big| \, x_{0}', \vec{p}' \, \right), \tag{1.31}$$

$$\vec{\mathcal{H}}^{e} = \vec{\mathcal{H}}_{0}\left(x \mid x_{0}, \vec{p}\right) - \vec{\mathcal{H}}_{0}\left(x \mid x_{0}', \vec{p}'\right).$$
(1.32)

Это следует из того, что в силу (1.31), (1.26)

$$\vec{\varepsilon}^{e} = \vec{\varepsilon_{0}} \left( x \mid x_{0}, \vec{p} \right) - \vec{\varepsilon_{0}}' \left( x' \mid x_{0}, \vec{p} \right);$$

откуда при  $x \in \Sigma$ 

$$\left.\vec{\mathscr{E}}^{eT}\right|_{\Sigma}=0.$$

Применив, далее, лемму Лоренца к полям  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$  и  $(\vec{\varepsilon}^e, \vec{\mathcal{H}}^e)$ , а также к полям  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$  и  $(\vec{\varepsilon}^m, \vec{\mathcal{H}}^m)$ , учитывая, что поле  $(\vec{\varepsilon}^e, \vec{\mathcal{H}}^e)$  порождено током  $\vec{J}^e = -j \omega \vec{p} \delta(x - x_0)$ , а поле  $(\vec{\varepsilon}^m, \vec{\mathcal{H}}^m) -$ 

током  $\vec{J}^m = -j \,\omega \,\vec{q} \,\delta(x - x_0)$  (причем, в первом случае  $\vec{J}^m = 0$ , а во втором –  $\vec{J}^e = 0$ ), получим соотношения:

$$j \,\omega \,\vec{p} \cdot \vec{E}_{1}(x_{0}) = \int_{S+\Sigma} \left[ \left( \vec{E}_{1} \,\vec{\mathcal{H}}^{e} \,\vec{n} \right) - \left( \vec{e}^{e} \,\vec{H}_{1} \,\vec{n} \right) \right] \,dS,^{1}$$
(1.33)

$$-j \omega \vec{q} \cdot \vec{H}_1(x_0) = \int_{S+\Sigma} \left[ \left( \vec{E}_1 \, \vec{\mathcal{H}}^m \, \vec{n} \right) - \left( \vec{\varepsilon}^e \, \vec{H}_1 \, \vec{n} \right) \right] \, dS. \tag{1.34}$$

Применив лемму Лоренца к полям  $(\vec{E}^{i}, \vec{H}^{i})$  и  $(\vec{\varepsilon}^{e}, \vec{\mathcal{H}}^{e})$ , и к полям  $(\vec{E}^{i}, \vec{H}^{i})$  и  $(\vec{\varepsilon}^{m}, \vec{\mathcal{H}}^{m})$ , получим

$$\int_{S+\Sigma} \left[ \left( \vec{E}^{i} \, \vec{\mathcal{H}}^{(e,m)} \, \vec{n} \right) - \left( \vec{\varepsilon}^{(e,m)} \, \vec{H}^{i} \, \vec{n} \right) \right] \, dS = 0.$$
(1.35)

Объединив соотношения (1.33), (1.34) с (1.35), получим представления полного поля:

$$j \omega \vec{p} \cdot \left[\vec{E}(x_0) - \vec{E}^i(x_0)\right] = \int_{S+\Sigma} \left[\left(\vec{E} \cdot \vec{\mathcal{H}}^e \cdot \vec{n}\right) - \left(\vec{\varepsilon}^e \cdot \vec{H} \cdot \vec{n}\right)\right] dS, \qquad (1.36)$$

$$-j\omega\vec{q}\cdot\left[\vec{H}(x_0)-\vec{H}^i(x_0)\right] = \int_{S+\Sigma} \left[\left(\vec{E}\,\vec{\mathcal{H}}^m\,\vec{n}\right)-\left(\vec{\mathcal{E}}^m\,\vec{H}\,\vec{n}\right)\right]dS.$$
(1.37)

Рассмотрим два случая:

А) S – поверхность идеального проводника; в этом случае

$$\left. \vec{E}^{T} \right|_{\Sigma} = 0 \,, \quad \left. \vec{E}^{T} \right|_{S} = 0 \,;$$

#### В) S – поверхность идеального магнетика; при этом

$$\left. \vec{H}^{T} \right|_{S} = 0 \ , \ \left. \vec{E}^{T} \right|_{\Sigma} = 0 \ .$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Здесь и в дальнейшем символ  $\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)$  означает смешанное произведение векторов

В случае А при  $x_0 \in \Omega_1^+$  соотношения (1.36), (1.37) примут вид:

$$j \omega \vec{p} \cdot \left[ \vec{E}(x_0) - \vec{E}^i(x_0) \right] = -\int_{S} \left( \vec{e}^{\ e} \ \vec{H} \ \vec{n} \right) dS , \qquad (1.38)$$

$$-j\omega \vec{q} \cdot \left[\vec{H}(x_0) - \vec{H}^i(x_0)\right] = -\int_{S} \left(\vec{\varepsilon}^m \vec{H} \vec{n}\right) dS, \qquad (1.39)$$

а в случае В:

$$j \omega \vec{p} \cdot \left[\vec{E}\left(x_{0}\right) - \vec{E}^{i}\left(x_{0}\right)\right] = \int_{S} \left(\vec{E} \, \vec{\mathcal{H}}^{e} \, \vec{n}\right) dS \,, \qquad (1.40)$$

$$-j \omega \vec{q} \cdot \left[\vec{H}(x_0) - \vec{H}^i(x_0)\right] = \int_{S} \left(\vec{E} \,\vec{\mathcal{H}}^m \,\vec{n}\right) dS \,. \tag{1.41}$$

Поля  $(\vec{e}^{e}, \vec{\mathcal{H}}^{e}), (\vec{e}^{m}, \vec{\mathcal{H}}^{m})$  содержат в качестве аддитивной составляющей поле электрического (магнитного) диполя в свободном пространстве. Так, например,

$$\vec{\mathcal{H}}^e = \vec{H}_0^e + \vec{H}^{pac},$$

где  $\vec{H}^{pac}$  представляет собой регулярное поле, а

$$\vec{H}_0^e = j \omega \left( \vec{p} \times \vec{\nabla} g \right),$$
$$g = \frac{exp\left( j k_0 | \vec{x} - \vec{x}_0 | \right)}{4 \pi | \vec{x} - \vec{x}_0 |}.$$

Тогда

$$\left(\vec{E}\,\vec{H}_0^e\,\vec{n}\right) = -j\,\omega\,\vec{E}\left(\vec{p}\,\frac{\partial\,g}{\partial\,n} - (\vec{p}\cdot\vec{n})\vec{\nabla}\,g\right)$$

и, если представить оператор  $\vec{\nabla}$  в виде

34

$$\vec{\nabla} = \vec{n} \frac{\partial}{\partial n} + \vec{D} ,$$

где  $\vec{D}$  – тангенциальный дифференциальный оператор, то

$$\left(\vec{E}\,\vec{H}_0^e\,\vec{n}\right) = -j\,\omega\,\vec{E}\cdot\left(\vec{p}^T\,\frac{\partial\,g}{\partial\,n} - (\vec{p}\cdot\vec{n})\vec{D}\,g\right).$$

Отметим, что функция  $\partial g / \partial n$  представляет собой ядро потенциала двойного слоя.

Если теперь воспользоваться тем, что на поверхности *S* в случае А  $H_n|_S = 0$ , а в случае В –  $E_n|_S = 0$  (это вытекает из уравнений Максвелла и граничных условий на поверхности *S*), а также граничными свойствами потенциала двойного слоя и устремить точку  $x_0$  к поверхности *S*, то из (1.39), (1.40) могут быть получены интегральные уравнения:

$$-\frac{1}{2}j\omega\vec{q}\cdot\vec{H}^{T}(x_{0})+j\omega\vec{q}\cdot\vec{H}^{i}(x_{0})=\int_{S}\left(\vec{e}^{m}\vec{H}^{T}\vec{n}\right)dS,\qquad(1.42)$$

$$\frac{1}{2}j\omega\vec{p}\cdot\vec{E}^{T}(x_{0})-j\omega\vec{p}\cdot\vec{E}^{i}(x_{0})=\int_{S}\left(\vec{E}^{T}\vec{\mathcal{H}}^{e}\vec{n}\right)dS.$$
(1.43)

Уравнения (1.42), (1.43) содержат лишь интегрирование по конечной поверхности *S* и поэтому представляют собой уравнения типа Фредгольма второго рода, которые допускают эффективное сведение к хорошо обусловленным системам линейных алгебраических уравнений.

Решив интегральное уравнение (1.42), найдем  $\vec{H}^T(x_0)$ , и, подставив его в правую часть (1.38), (1.39), найдем поле  $\vec{E}^A(x_0)$ ,  $\vec{H}^A(x_0)$  для любого  $x_0 \in \Omega_1^+$  в случае, когда *S* представляет собой поверхность идеального проводника. Аналогично, с помо-
щью интегрального уравнения (1.43) и представлений (1.40), (1.41) определим поле  $\vec{E}^{B}(x_{0})$ ,  $\vec{H}^{B}(x_{0})$  для случая, когда *S* – поверхность идеального магнетика.

Воспользовавшись далее моделью Макдональда [17] идеально "черного" тела, можно получить поле, рассеянное рассматриваемым объектом (при наличии подстилающей поверхности) в предположении, что его поверхность *S* обладает свойствами идеально "черного" тела. Это поле

$$\vec{E}^{C} = \frac{1}{2} \left( \vec{E}^{A} + \vec{E}^{B} \right), \quad \vec{H}^{C} = \frac{1}{2} \left( \vec{H}^{A} + \vec{H}^{B} \right)$$
(1.44)

возникает в результате облучения первичной волной  $\vec{E}^i$ ,  $\vec{H}^i$  идеально поглощающего (в трактовке Макдональда) объекта при наличии подстилающей плоскости и неоднородностей среды.

### 1.3.3. Расчет поля, возбуждаемого излучающей апертурой в присутствии произвольной системы рассеивателей

Пусть апертура  $S_0$  расположена в плоскости  $S(x_3 = 0)$  и излучает в полупространство  $\Omega^+(x_3 > 0)$  поле  $\vec{E}(x)$ ,  $\vec{H}(x)$ , порождаемое сторонними источниками, которые расположены в полупространстве  $\Omega^-(x_3 < 0)$ . Область  $\Omega^+$  содержит:

а) идеально проводящие рассеиватели, совокупность граничных поверхностей которых обозначим как  $S_E$ , так что

$$\left. \vec{E}^T \right|_{S_E} = 0; \qquad (1.45)$$

б) рассеиватели — идеальные магнетики, на граничной поверхности которых  $(S_H)$ 

$$\left. \vec{H}^{T} \right|_{S_{H}} = 0.$$
 (1.46)

При этом часть  $\Omega_1^+$  полупространства  $\Omega^+$ , граница которой состоит из S,  $S_E$ ,  $S_H$ , заполнена изотропной и, вообще говоря, неоднородной средой с комплексными проницаемостями  $\varepsilon(x)$ ,  $\mu(x)$ , которые могут иметь и поверхности разрыва непрерывности (границы раздела). В частности, речь может идти о наличии в  $\Omega^+$ радиопрозрачного антенного укрытия  $G^+$  той или иной конструкции (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Радиопрозрачное укрытие

Проблема состоит в выводе и физической интерпретации строгих и приближенных расчетных формул, выражающих поле излучения через распределения в апертуре тангенциальных составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  (или, что равносильно, через плотности эквивалентных поверхностных токов – магнитного и электрического) при следующих различных предположениях о физических свойствах поверхности  $\Sigma = S \setminus S_0$  (символ  $S \setminus S_0$  означает дополнение области  $S_0$  до полной плоскости S):

А) 
$$\Sigma$$
 – поверхность идеального проводника,  $\vec{E}^{T}\Big|_{\Sigma} = 0$ ;

В)  $\Sigma$  – поверхность идеального магнетика,  $\vec{H}^{T}\Big|_{\Sigma} = 0$ ;

при этом в задачах A и B сторонние источники одни и те же, одинаковы и все граничные условия, кроме приведенных выше условий на поверхности  $\Sigma$ , граничащей с областью  $\Omega^+$ .

Введем обозначения  $(\vec{E}^A, \vec{H}^A)$  и  $(\vec{E}^B, \vec{H}^B)$  для полей, возбуждаемых в области  $\Omega_1^+$  данными сторонними источниками, соответственно в задачах А и В. Наряду с этими полями рассматриваются и их полусуммы

$$\vec{E}^{C} = \frac{1}{2} \left( \vec{E}^{A} + \vec{E}^{B} \right), \qquad \vec{H}^{C} = \frac{1}{2} \left( \vec{H}^{A} + \vec{H}^{B} \right), \tag{1.47}$$

образующие некоторое "усреднение" полей, излучаемых апертурой  $S_0$  в ситуациях, когда  $\Sigma$  есть поверхность идеального проводника (вариант А) и идеального магнетика (вариант В). Усредненное поле (1.47) можно трактовать как поле, формально соответствующее модели Макдональда идеально черной поверхности  $\Sigma$ .

Применим лемму Лоренца к интересующему нас полю  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  (в вариантах А или В) и к полю  $\vec{\varepsilon}(x|x_0,\vec{p})$ ,  $\vec{\mathcal{H}}(x|x_0,\vec{p})$ , возбуждаемому в области  $\Omega_1^+$  электрическим диполем момента  $\vec{p}$ , расположенным в точке  $x \in \Omega_1^+$ , если вся плоскость  $S(x_3 = 0)$  является одной из материальных граничных поверхностей области  $\Omega_1^+$ , причем

$$\vec{\varepsilon}^{T}\Big|_{S} = 0$$
 (в варианте A), (1.48)

$$\left. \vec{\mathscr{H}}^T \right|_S = 0.$$
 (в варианте В). (1.49)

Так как сторонние токи, возбуждающие поле  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ , распределены в  $\Omega^-$ , а плотность тока, возбуждающего поле  $\vec{\mathcal{E}}$ ,  $\vec{\mathcal{H}}$ ,

$$\vec{J}_0 = -j \omega \, \vec{p} \, \delta \big( x - x_0 \big), \tag{1.50}$$

то

$$j \omega \vec{p} \cdot \vec{E}(x_0) = \int_{S} + \int_{S_E} + \int_{S_H} \left( \left( \vec{E} \times \vec{\mathcal{H}} \right) - \left( \vec{\mathscr{E}} \times \vec{H} \right) \right) \cdot d\vec{S} .$$
(1.51)

В силу граничных условий вида (1.45), (1.46)

$$\vec{E}^{T}\Big|_{S_{E}} = \vec{\mathscr{E}}^{T}\Big|_{S_{E}} = 0, \quad \vec{H}^{T}\Big|_{S_{H}} = \vec{\mathscr{H}}^{T}\Big|_{S_{H}} = 0$$

поэтому интегралы по  $S_E$ ,  $S_H$  и по  $\Sigma = S \setminus S_0$  в (1.51) равны нулю. В вариантах А, В имеем соответственно

$$j \omega \vec{p} \cdot \vec{E}^{A}(x_{0}) = \int_{S_{0}} \left( \vec{E}^{A} \times \vec{\mathscr{H}}^{A} \right) \cdot d\vec{S} , \qquad (1.52)$$

$$j \omega \vec{p} \cdot \vec{E}^B(x_0) = -\int_{S_0} \left(\vec{\mathcal{E}}^B \times \vec{H}^B\right) \cdot d\vec{S} . \qquad (1.53)$$

Вычислив полусуммы левых и правых частей равенства (1.52), (1.53) и воспользовавшись обозначением (1.47), имеем

$$j \otimes \vec{p} \cdot \vec{E}^{C}(x_{0}) = \frac{1}{2} \int_{S_{0}} \left( \left( \vec{E}^{A} \times \vec{\mathcal{H}}^{A} \right) - \left( \vec{\mathcal{E}}^{B} \times \vec{H}^{B} \right) \right) \cdot d\vec{S} , \qquad (1.54)$$

Полученное равенство (1.54) строго выражает "усредненное" (в смысле (1.47)) поле излучения апертуры  $S_0$  в любой точке  $x \in \Omega_1^+$  через распределение в  $S_0$  тангенциальных составляющих векторов  $\vec{E}^A$ ,  $\vec{H}^B$  и полей точечного источника (электрического диполя)  $\vec{\varepsilon}^A$ ,  $\vec{\mathcal{H}}^B$ , возбуждаемых в области  $\Omega_1^+$  с идеальной (в смысле (1.48) или (1.49)) граничной плоскостью *S*.

Дальнейшее рассмотрение имеет целью некоторое преобразование и интерпретацию формулы (1.54). Прежде всего представим векторные поля  $\vec{\mathscr{E}}^{B}(x \mid x_{0}, \vec{p})$ ,  $\vec{\mathscr{H}}^{A}(x \mid x_{0}, \vec{p})$ , входящие в (1.54), через поле  $\vec{\mathscr{E}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p})$ ,  $\vec{\mathscr{H}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p})$ , введенное в п. 1.3.1. Пусть  $x, x_{0} \in \Omega_{1}^{+}$ , тогда электромагнитное поле  $\vec{\mathscr{E}}, \vec{\mathscr{H}}$ , где

$$\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}_0 \left( x \, \big| \, x_0, \vec{p} \, \right) + \vec{\varepsilon}_0 \left( x \, \big| \, x_0', \vec{p}' \, \right), \tag{1.55}$$

$$\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{H}}_0 \left( x \left| x_0, \vec{p} \right) + \vec{\mathcal{H}}_0 \left( x \left| x_0', \vec{p}' \right) \right), \tag{1.56}$$

есть поле  $\vec{\mathscr{E}}^{B}(x \mid x_{0}, \vec{p}), \quad \vec{\mathscr{H}}^{B}(x \mid x_{0}, \vec{p}).$  Чтобы убедится в этом, достаточно лишь проверить выполнение условия (1.49). В силу (1.56), (1.27)

$$\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{H}}_0\left(x \mid x_0, \vec{p}\right) - \vec{\mathcal{H}}_0'\left(x' \mid x_0, \vec{p}\right),$$

откуда при *x*∈*S* имеем

$$\left. \vec{\mathcal{H}}^{T} \right|_{S} = 0 \,. \tag{1.57}$$

Таким образом, поле (1.55), (1.56) действительно представляет собой поле точечного источника задачи В. Поэтому с учетом (1.26)  $\vec{\varepsilon}^{B} = \vec{\varepsilon_{0}}(x \mid x_{0}, \vec{p}) + \vec{\varepsilon_{0}}'(x' \mid x_{0}, \vec{p})$ , откуда при  $x \in S$  получаем

$$\vec{\varepsilon}^{B^T}\Big|_{S} = 2\,\vec{\varepsilon}_0^T\Big(x\,\big|\,x_0,\vec{p}\,\Big)\Big|_{x\in S}\,.$$
(1.58)

Подобным же образом устанавливаем, что

$$\vec{\mathcal{H}}^{A} = \vec{\mathcal{H}}_{0}\left(x \mid x_{0}, \vec{p}\right) - \vec{\mathcal{H}}_{0}\left(x \mid x_{0}', \vec{p}'\right) = \vec{\mathcal{H}}_{0}\left(x \mid x_{0}, \vec{p}\right) + \vec{\mathcal{H}}_{0}'\left(x' \mid x_{0}, \vec{p}\right),$$

вследствие чего

$$\left. \vec{\mathcal{H}}^{A^T} \right|_{S} = 2 \left. \vec{\mathcal{H}}_{0}^{T} \left( x \left| x_0, \vec{p} \right) \right|_{x \in S}.$$
(1.59)

Объединив результаты (1.54), (1.58), (1.59), получаем, что для любой точки  $x_0 \in \Omega_1^+$  и любого вектор-момента  $\vec{p}$  имеет место строгое соотношение

$$j\omega \vec{p} \cdot \vec{E}^{C}(x_{0}) = \int_{S_{0}} \left( \left( \vec{E}^{A}(x) \times \vec{\mathcal{H}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p}) \right) - \left( \vec{H}^{B}(x) \times \vec{\mathcal{E}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p}) \right) \right) \cdot d\vec{S} ,$$

$$(1.60)$$

где  $d\vec{S} = \vec{n} \, dS$ ,  $\vec{n}$  – орт нормали к S, направленный в  $\Omega^-$ .

Итак, усредненное поле, излучаемое апертурой  $S_0$  в полупространство  $\Omega^+$ , заполненное неоднородной средой и различными рассеивающими объектами (например, содержащее какой-либо обтекатель), выражается формулой (1.60) через распределение в апертуре тангенциальных составляющих векторных полей  $\vec{E}^A(x)$ ,  $\vec{H}^B(x)$ , возбуждаемых источниками, размещенными в  $\Omega^-$ , если  $\Sigma$ представляет собой соответственно поверхность идеального проводника или идеального магнетика. Входящее же сюда поле  $\vec{e}^0$ ,  $\vec{\mathcal{M}}^0$  есть электромагнитное поле, возбуждаемое в симметризованной области  $\Omega_1$  точечным источником (электрическим диполем) при отсутствии какого-либо материального экрана в плоскости  $x_3 = 0$ .

Если, например, в  $\Omega^+$  размещен лишь некоторый диэлектрический обтекатель  $G^+$  (рис. 1.2), то  $\vec{\mathcal{E}}_0$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_0$  – поле точечного источника в пространстве, содержащем лишь замкнутую диэлектрическую оболочку (рис. 1.3) симметричную (по геометрии и физическим свойствам) относительно плоскости  $x_3 = 0$ .

Наконец, сделаем заключительный шаг: от строгой формулы (1.60) перейдем к приближенной, соответствующей приближе-

нию физической оптики, когда краевые эффекты в апертуре относительно малы, вследствие чего можно (как это обычно делают в теории и практике антенных расчетов) принять, что в S<sub>0</sub>

 $\vec{E}^A(x) \approx \vec{E}^B(x), \qquad \vec{H}^A(x) \approx \vec{H}^B(x).$ 

Рис. 1.3. Замкнутая диэлектрическая оболочка

Тогда, опустив индексы *A*, *B* (и сохранив в (1.54) знак обычного равенства, вместо приближенного), имеем

$$j \otimes \vec{p} \cdot \vec{E}^{C}(x_{0}) = \int_{S_{0}} \left( \left( \vec{E}(x) \times \vec{\mathcal{H}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p}) \right) - \left( \vec{H}(x) \times \vec{\mathcal{E}}_{0}(x \mid x_{0}, \vec{p}) \right) \right) \cdot d\vec{S} .$$

$$(1.61)$$

Интеграл в правой части (1.61) выражает поле излучающей апертуры методом эквивалентных токов через непосредственно задаваемые распределения  $\vec{E}^T$ ,  $\vec{H}^T$  в апертуре. Отличие от обычно рассматриваемой задачи об излучении апертуры (апертурной антенны) в свободное пространство состоит здесь в том, что  $\vec{k_0}$ ,  $\vec{\mathcal{H}}_0$  в формуле (1.61) есть поле, дифрагированное на симметризованной системе рассеивателей (а не известное в явном виде поле электрического диполя в неограниченном свободном пространстве). Само же равенство (1.61) означает, что и в присутствии неоднородной среды и произвольной системы рассеивателей поле, рассчитанное методом эквивалентных токов (апертурным методом), совпадает – в пределах точности приближения физической оптики – с усредненным полем, формально соответствующим модели Макдональда; таким образом, результат Я.Н. Фельда [13] распространяется на рассматриваемый здесь более общий случай.

В случае, когда неоднородности среды и все рассеиватели в  $\Omega^+$  расположены на конечном расстоянии от  $S_0$ , из (1.60), (1.61) следуют формулы, выражающие комплексную диаграмму направленности рассматриваемой излучающей системы  $\vec{E}(\vec{R}^0)$ , где  $\vec{R}^0$  – орт, характеризующий направление на точку наблюдения в дальней (фраунгоферовой) зоне:

$$\vec{p} \cdot \vec{E} \left( \vec{R}^0 \right) = \int_{S_0} \left( \left( \vec{E}^A \left( x \right) \times \vec{\mathcal{H}}_0 \left( x, \vec{R}^0, \vec{p} \right) \right) - \left( \vec{H}^B \left( x \right) \times \vec{\mathcal{E}}_0 \left( x, \vec{R}^0, \vec{p} \right) \right) \right) \cdot d\vec{S} , (1.62)$$

(точная формула);

$$\vec{p} \cdot \vec{E} \left( \vec{R}^0 \right) = \int_{S_0} \left( \left( \vec{E}^T \left( x \right) \times \vec{\mathcal{H}}_0 \left( x, \vec{R}^0, \vec{p} \right) \right) - \left( \vec{H}^T \left( x \right) \times \vec{\mathcal{E}}_0 \left( x, \vec{R}^0, \vec{p} \right) \right) \right) \cdot d\vec{S} , (1.63)$$

(приближенная формула;  $\vec{E}^{T}$ ,  $\vec{H}^{T}$  – апертурные распределения тангенциальных компонент векторов поля в приближении Кирхгофа).

В формулах (1.62), (1.63)  $\vec{\mathcal{E}}_0(x, \vec{R}^0, \vec{p}), \quad \vec{\mathcal{H}}_0(x, \vec{R}^0, \vec{p})$  есть дифрагированное, прошедшее через симметризованную систему

рассеивателей поле, возбуждаемое падающей в направлении  $\left(-\vec{R}^{0}\right)$  плоской волной

$$\vec{E}_{0} = \left(\vec{R}^{0} \times \left(\vec{p} \times \vec{R}^{0}\right)\right) \exp\left(-jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right),\\ \vec{H}_{0} = \left(\vec{p} \times \vec{R}^{0}\right) \sqrt{\varepsilon_{0}/\mu_{0}} \exp\left(-jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right),$$

где  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  – проницаемости свободного пространства,  $k_0$  – волновое число свободного пространства.

В заключение отметим, что формулы (1.38) – (1.44), (1.60) – (1.63) имеют не только расчетно-практическое, но и методическое значение: приведенный выше последовательный вывод и физические интерпретации позволяют оценивать пределы их применимости в различных конкретных классах расчетных задач. Несомненно, что использование формулы (1.63) при расчете диаграмм направленности антенных систем с обтекателями предпочтительнее, чем применение таких грубых расчетных схем как, например, известный метод вынесенных раскрывов ("метод фиктивных апертур" [18]).

# 1.4. Регуляризация решений нестационарных задач рассеяния, получаемых в приближении физической оптики при разнесенном приеме

При расчете методом физической оптики полей, рассеянных гладкими идеально проводящими телами, возникают ошибки, вызванные неадекватностью описания поверхностных токов вблизи терминатора (т.е. границы "свет-тень"). В работе [6] проведено исключение этих "терминаторных разрывов" для весьма частных случаев стационарного рассеяния (совмещенный прием, двумерные задачи либо трехмерные задачи, но в предположении, что терминатор является плоской кривой и притом его плоскость перпендикулярна направлению облучения). В [6] идентифицируются члены, ответственные за возникновение этих реально не существующих разрывов, и в дальнейшем они вычитаются из физоптического интеграла, что заметно улучшает результат. При этом следует отметить, что методика исследований в [6] существенным образом опирается на вышеуказанные весьма ограничительные предположения и неприменима при нарушении каких-либо из них.

Между тем, нетрудно привести примеры гладких замкнутых выпуклых поверхностей с неплоским терминатором.

В качестве примера гладкой выпуклой поверхности с неплоским терминатором рассмотрим поверхность яйцевидной формы (рис. 1.4), задаваемую уравнением:

$$F(x, y, z) = 0,$$

где

$$F = y^{2} + z^{2} - u(x),$$
$$u(x) = \frac{1}{4}(x+3)^{2}(1-x^{2}), |x| \le 1.$$

Пусть эта поверхность облучается плоской волной с волновым вектором  $\vec{k} = (-1; 0; 1)$ ; тогда уравнениям терминатора

$$\begin{cases} F(x, y, z) = 0, \\ \vec{k} \cdot grad \ F(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

можно придать следующий вид:

$$(T):\begin{cases} y=\pm\sqrt{u(x)-v^2(x)},\\ z=v(x),\end{cases}$$

где  $v(x) = \frac{1}{4}(x+3)(2x^2+3x-1).$ 

Допустим, что линия (*T*) принадлежит какой-то плоскости

$$A y + B z + D x + C = 0,$$
  
 $(A^{2} + B^{2} + D^{2} \neq 0).$ 

Тогда имеем тождество:

$$A^2 \left( u - v^2 \right) \equiv \left( C + B v + D \right)^2.$$

И так как

$$u(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \dots, \quad v(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \dots,$$

то из этого тождества следует:  $\frac{1}{4}(A^2 + B^2)x^6 + ... = 0$ , откуда A = B = 0 и на терминаторе  $x \equiv const$ , что противоречит уравнениям терминатора (T).

Полученное противоречие позволяет сделать вывод о том, что линия терминатора (T) – неплоская.



Рис. 1.4. Поверхность яйцевидной формы

Кроме того, даже в случае эллипсоида, при облучении которого в произвольном направлении  $\vec{R}^0$  терминатор представляет собой плоскую кривую (эллипс), плоскость терминатора ортогональна к  $\vec{R}^0$  лишь при  $\vec{R}^0$ , параллельном одной из главных осей эллипсоида.

В разделе разрабатывается методика, позволяющая выделить члены, привносимые терминаторным разрывом физоптической плотности тока в асимптотике импульсной характеристики и ее Фурье-образа<sup>1</sup> при разнесенном приеме, произвольно ориентированном относительно направления облучения плоском терминаторе или же при неплоском терминаторе.

Для дальнейшего нам потребуется провести обобщение известной формулы М.И. Конторовича [19, 20], дающей вклад граничного контура в двумерном методе стационарной фазы, на случай неплоской области и невырожденной точки стационарной фазы любого типа (не только эллиптического).

При этом предполагаемый асимптотический метод дает также краевую асимптотику в практически важном случае амплитудной функции с сингулярностью на контуре.

### 1.4.1. Асимптотика поверхностных интегралов при произвольном типе невырожденной точки стационарной фазы и сингулярной на краевом контуре амплитудной функции

Интегральные представления высокочастотных электромагнитных полей содержат поверхностные интегралы вида

$$I = \iint_{S} \exp(j k \Phi(x_{1}, x_{2}, x_{3})) F(x_{1}, x_{2}, x_{3}) dS$$
(1.64)

при *k* >> 1.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Речь идет о высокочастотной асимптотике Фурье-образа импульсной характеристики и о соответствующем асимптотическом представлении импульсной характеристики вблизи волнового фронта.

Если поверхность S незамкнута (например, при дифракции волн на ограниченном экране или излучении апертурной антенны), то асимптотика интеграла I состоит из вкладов, вносимых поверхностными (двумерными) точками стационарной фазы и краевым контуром L. Случай, когда поверхность S есть участок плоскости, а  $\Phi$  и F – достаточно гладкие функции, исследован в [19, 20]. Примененный здесь метод, опирающийся на интегральные теоремы векторного анализа, позволил выделить вклад стационарной точки только эллиптического типа.

Ниже мы рассмотрим:

а) интеграл по неплоской (в общем случае) поверхности *S* при гладких фазовой  $\Phi$  и амплитудной *F* функциях; получено (строго) асимптотическое представление интеграла (1.64) в виде суммы вкладов от *L*, а также от изолированной точки стационарной фазы любого типа [21];

б) вклад краевого контура *L* плоской области *S* в случае, когда (как это имеет место в практически важных классах задач теории дифракции и теории излучающих систем) амплитудная функция

$$F = \frac{F_0(x_1, x_2)}{d^p(x_1, x_2)}, \qquad 0 (1.65)$$

Здесь функция  $F_0$  непрерывна в  $S \cup L$ , а  $d(x_1, x_2)$  – расстояние от точки  $M(x_1, x_2) \in S$  до контура L. Отметим, что метод, применяемый в [20], в такой ситуации непригоден;

в) посредством операционного перехода к оригиналам в полученных коротковолновых асимптотиках выведены асимптотические формулы для некоторых нестационарных полей, действующие вблизи волновых фронтов.

Асимптотика интеграла (1.64) при отсутствии поверхностных точек стационарной фазы и краевых сингулярностей. Пусть  $f(x_1, x_2, x_3) = 0$  – уравнение поверхности *S* с достаточно гладким краевым контуром L. Функции f,  $\Phi$ , F будем считать достаточно гладкими на поверхности S и вблизи нее. Введем орт нормали

$$\vec{n} = \vec{n}(x) = \vec{n}(x_1, x_2, x_3) = \vec{\nabla}f / |\vec{\nabla}f|$$
 (1.66)

и тангенциальные дифференциальные операторы  $\vec{D} = \nabla - \vec{n} \frac{\partial}{\partial n}$ ,  $\vec{D}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{D}$ .

Предположение об отсутствии точек стационарной фазы на поверхности означает, что  $\left| \vec{D} \Phi \right| = \left| \vec{D}^{\perp} \Phi \right| \neq 0$  везде на  $S \bigcup L$ .

Введем вектор-функцию

$$\vec{u} = \frac{\vec{D}^{\perp} \boldsymbol{\Phi}}{\left| \vec{D}^{\perp} \boldsymbol{\Phi} \right|^2} = \frac{\vec{D}^{\perp} \boldsymbol{\Phi}}{\left| \vec{D} \boldsymbol{\Phi} \right|^2}.$$
(1.67)

Тогда  $\vec{n} \cdot rot(exp(jk\Phi)F\vec{u}) = jkexp(jk\Phi)F(\vec{D}^{\perp}\Phi\vec{u}) + exp(jk\Phi)\vec{D}^{\perp}(F\vec{u}),$ а, с учетом (1.67),

$$jkexp(jk\Phi)F = \vec{n} \operatorname{rot}\left(exp(jk\Phi)F\frac{\vec{D}^{\perp}\Phi}{\left|\vec{D}\Phi\right|^{2}}\right) - exp(jk\Phi)\vec{D}^{\perp}\left(F\frac{\vec{D}^{\perp}\Phi}{\left|\vec{D}\Phi\right|^{2}}\right).(1.68)$$

Отсюда, в силу интегральной теоремы Стокса,

$$jk \iint_{S} \exp(jk\Phi) F \, dS = \oint_{L} \exp(jk\Phi) F \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{D}^{\perp} \Phi}{\left| \vec{D} \Phi \right|^{2}} \, dS - \\ - \iint_{S} \exp(jk\Phi) \vec{D}^{\perp} \left( F \frac{\vec{D}^{\perp} \Phi}{\left| \vec{D} \Phi \right|^{2}} \right) \, dS \,, \qquad (1.69)$$

где  $\vec{\tau}$  – орт касательной к L (направление обхода краевого контура L согласовано с ортом нормали к поверхности S, определенным по (1.66)). Заметим (для дальнейшего), что

$$\vec{\tau} \cdot \vec{D}^{\perp} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \nu},$$

где  $\vec{v} = (\vec{\tau} \times \vec{n})$  – орт нормали к *L* ,лежащий в плоскости, касательной к *S* . Соотношению (1.69), таким образом, можно придать следующий вид:

$$I_0 = \frac{1}{jk} K_0 - \frac{1}{jk} I_1.$$
(1.70)

Здесь

$$I_{0} = \iint_{S} exp(jk\Phi)FdS; \qquad I_{1} = \iint_{S} exp(jk\Phi)TFdS;$$
$$K_{0} = \oint_{L} exp(jk\Phi)F\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\right)/\left|\vec{D}\Phi\right|^{2}\right]dS,$$

а  $TF = \vec{D}^{\perp} \left( F \frac{\vec{D}^{\perp} \Phi}{\left| \vec{D} \Phi \right|^2} \right)$  есть некоторый оператор, действующий на

функцию F.

Применив многократно преобразование (1.70), получим при любом заданном *m*, что

$$I_0 = \sum_{s=0}^{m-1} \frac{(-1)^s}{(jk)^{s+1}} K_s + \frac{(-1)^m}{(jk)^m} I_m,$$
(1.71)

где  $K_s$ ,  $I_m$  – результаты замены в  $K_0$ ,  $I_0$  функции F соответственно на  $T^sF$ ,  $T^mF$ . Из (1.71) следует асимптотическая формула для поверхностного интеграла (1.70) при сделанных выше 50

предположениях:

$$\iint_{S} exp(jk\Phi)FdS = \oint_{L} exp(jk\Phi) \left[ \left( \frac{d\Phi}{d\nu} \right) / \left| \vec{D}\Phi \right|^{2} \right] F_{m}ds + o\left( \frac{1}{k^{m}} \right), \quad (1.72)$$

где

$$F_m = F_m(x_1, x_2, x_3, k) = \sum_{s=0}^{m-1} \frac{(-1)^s}{(ik)^{s+1}} T^s F.$$
(1.73)

Пусть, например, эти точки  $S_1$ ,  $S_2$ , ...,  $S_N$  и пусть  $\varPhi''(S_i) \neq 0$ , (i = 1, ..., N) (это условие можно заменить и более общим предположением). Тогда интеграл в правой части (1.72) может быть представлен в виде

$$\sum_{i=1}^{N} \sqrt{\frac{2\pi}{k | \boldsymbol{\Phi}''(S_i)|}} \cdot F_m(S_i) \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}/\partial \mathbf{v}}{\left| \vec{D} \boldsymbol{\Phi} \right|^2} \right)_{S=S_i}$$
$$\cdot exp\left( jk \boldsymbol{\Phi}(S_i) + \frac{j\pi}{4} sgn \boldsymbol{\Phi}''(S_i) \right).$$

Контурный интеграл в (1.72) при необходимости может быть заменен суммой вкладов от заведомо существующих контурных точек стационарной фазы. Если на каком-то простом замкнутом контуре, входящем в краевой контур L, имеем  $0 \le S \le S_{max}$ , то  $\Phi|_{s=s_{max}} = \Phi|_{s=0}$ , а поэтому в промежутке  $0 \le S \le S_{max}$  есть точки, в которых  $d\Phi/ds = 0$ .

Метод "нейтрализаторов", локализация асимптотических вкладов. Будем считать поверхность *S* и ее краевой контур *L* бесконечно гладкими, а функции *f*, *F*,  $\Phi$  бесконечно дифференцируемыми на и вблизи поверхности *S*, причем везде на  $S \bigcup L \quad \nabla f \neq 0$ , а  $\vec{D} \Phi = 0$  в одной лишь точке  $M_0(x_0) = M_0(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ , расположенной на поверхности *S* на расстоянии R > 0 от краевого контура *L*.

После перехода к декартовой системе координат  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  с началом в точке  $M_0(x_0)$  и осью  $M_0\xi_3$ , имеющей направление орта нормали  $\vec{n}(x_0)$ , получим:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \hat{f}(\xi_1, \xi_2, \xi_3), \quad F(x_1, x_2, x_3) = \hat{F}(\xi_1, \xi_2, \xi_3),$$
$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \hat{\Phi}(\xi_1, \xi_2, \xi_3).$$

Поверхность *S* согласно [22] (при  $\rho = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \xi_i^2} < R_0$ , где  $R_0$ 

достаточно малое, и  $R_0 < R$ ) описывается уравнением вида  $\xi_3 = g(\xi_1, \xi_2)$ . В точке  $M_0$  имеем g = 0,  $g_{\xi_1} = g_{\xi_2} = 0$ . Введем функцию  $\gamma(\rho)$  – "нейтрализатор", бесконечно гладкую на полуоси  $0 \le \rho < +\infty$ , причем

$$\gamma(\rho) = \begin{cases} 1, & 0 \le \rho \le \varepsilon_0 \\ 0, & \rho \ge \varepsilon_1 \end{cases},$$

где  $0 < \varepsilon_0 < \varepsilon_1 < R_0$ .

Произведем "разбиение единицы"  $1 = \gamma(\rho) + [1 - \gamma(\rho)]$  в интеграле *I* 

$$I = \iint_{S} \exp(jk\Phi) F_1 dS = J_1 + J_0.$$
(1.74)

Здесь 
$$J_1 = \iint_{S_1} exp(j k \Phi) F_1 dS, \qquad S_1 = S \cap \{ |\vec{x} - \vec{x}_0| \le \varepsilon_1 \}, \qquad F_1 = F\gamma,$$
$$J_0 = \iint_{S_0} exp(j k \Phi) F_0 dS, \quad S_0 = S \cap \{ |\vec{x} - \vec{x}_0| \ge \varepsilon_0 \}, \quad F_0 = F(1 - \gamma).$$

Краевой контур поверхности  $S_0$  состоит из линии L и линии пересечения  $L_0$  сферы  $|\vec{x} - \vec{x}_0| = \varepsilon_0$  с S. Функция  $F_0$  и все ее производные равны нулю на линии  $L_0$ , а на линии L совпадают с соответствующими значениями функции F и ее производных. К тому же на  $S_0 \cup L \cup L_0$  нет поверхностных точек стационарной фазы, поэтому, в силу результатов, полученных ранее,

$$J_{0} = \oint_{L} exp(jk\Phi) \left[ \left( \frac{d\Phi}{d\nu} \right) / \left| \vec{D} \Phi \right|^{2} \right] F_{m} ds + o\left( \frac{1}{k^{m}} \right), \qquad (1.75)$$

где *F<sub>m</sub>* представлено формулой (1.73).

Переходим к асимптотике интеграла  $J_1$ . Так как  $\varepsilon_1 < R_0$ , то поверхность  $S_1$  имеет уравнение  $\xi_3 = g(\xi_1, \xi_2)$ , а ее краевой контур  $L_1$  есть пересечение поверхности S со сферой  $|\vec{x} - \vec{x}_0| = \varepsilon_1$ . Обозначим через  $L'_1$ ,  $S'_1$  соответственно проекции контура и поверхности на координатную плоскость  $(\xi_1, \xi_2)$ . Тогда

$$J_1 = \iint_{S_1'} exp(jk\overline{\Phi})\overline{F_1}dS_1' \quad , \tag{1.76}$$

где 
$$\overline{\Phi}(\xi_1,\xi_2) = \hat{\Phi}(\xi_1,\xi_2,g(\xi_1,\xi_2)),$$
  
 $\overline{F_1}(\xi_1,\xi_2) = \gamma(\overline{\rho})\hat{F}(\xi_1,\xi_2,g(\xi_1,\xi_2))\sqrt{1+g_{\xi_1}^2+g_{\xi_2}^2}, \overline{\rho} = \sqrt{\xi_1^2+\xi_2^2+g^2(\xi_1,\xi_2)}$ 

Множитель  $\gamma(\overline{\rho})$  на контуре  $L'_1$  обращает функцию  $\overline{F}_1$  и все ее частные производные сколь угодно высокого порядка в нуль при  $\overline{\rho} = \varepsilon_1$ . При этих условиях и в предположении невырожденности точки стационарной фазы  $M_0$  двойной интеграл в (1.76) допускает [23, 24] асимптотическое разложение вида

$$J_1 \sim k^{-1} \exp[jk\Phi(M_0)] \sum_{m=0}^{+\infty} a_m k^{-m} .$$
 (1.77)

В главном асимптотическом приближении интеграл

$$J_{1} = \frac{2\pi}{k} exp(jk\Phi(M_{0})) \left[ \frac{exp((j\pi/4)sgn\,\overline{\Phi})}{\sqrt{|\det\overline{\Phi}|}} F(M_{0}) + O\left(\frac{1}{k}\right) \right], \quad (1.78)$$

где  $\overline{\Phi} = \begin{bmatrix} \overline{\Phi}_{\xi_1^2} & \overline{\Phi}_{\xi_1\xi_2} \\ \overline{\Phi}_{\xi_1\xi_2} & \overline{\Phi}_{\xi_2^2} \end{bmatrix}$ , а  $sgn \overline{\Phi} = \mu^+ - \mu^-$  – разность между коли-

чествами положительных и отрицательных собственных значений  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  матрицы  $\overline{\Phi}$ . В эллиптическом случае ( $\lambda_1\lambda_2 > 0$ )  $sgn \overline{\Phi} = \pm 2$ , в гиперболическом ( $\lambda_1\lambda_2 < 0$ ) –  $sgn \overline{\Phi} = 0$ .

Элементы матрицы  $\overline{\Phi}$  допускают (это можно установить) следующее выражение через производные функции  $\hat{\Phi}$ ,  $\hat{f}$  по переменным  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\xi_3$  в точке  $M_0(0,0,0)$  при всех l,m=1,2

$$\left(\overline{\Phi}_{\xi_{l}\xi_{m}}\right)_{\xi_{1}=\xi_{2}=0} = \hat{f}_{\xi_{3}}^{-1} \left[\hat{\Phi}_{\xi_{l}\xi_{m}}\hat{f}_{\xi_{3}} - \hat{f}_{\xi_{l}\xi_{m}}\hat{\Phi}_{\xi_{3}}\right]_{M_{0}}.$$
(1.79)

Таким образом, для представления интеграла  $J_1$  по (1.78) нет необходимости решать относительно  $\xi_3$  уравнение  $\hat{f}(\xi_1,\xi_2,\xi_3) = 0$  и находить явное выражение функции  $g(\xi_1,\xi_2)$ .

Итак, асимптотика интеграла I локализована во вкладах, вносимых краем L поверхности S (1.76) и точкой стационарной фазы  $M_0$  (1.78), (1.79). Этот результат распространяется на случай нескольких поверхностных точек стационарной фазы. Кроме того, примененный выше метод "нейтрализаторов" позволяет, опираясь на результаты, приведенные в [23–25], получать и асимптотические вклады изолированных точек стационарной фазы в различных случаях вырождения. Например, если после надлежащего поворота системы координат  $\hat{f}(\xi_1,\xi_2,\xi_3) = 0$  вокруг оси  $M_0 \xi_3$ фазовая функция имеет (вблизи точки  $M_0$ ) разложение

$$\overline{\Phi}(\xi_1,\xi_2) = \Phi(M_0) + \lambda_1 \xi_1^2 + \sum_{\substack{p+q \ge 3\\p,q \ge 0}} \lambda_{pq} \xi_1^p \xi_2^q ,$$

и если  $\lambda_1 \neq 0, \lambda_{03} \neq 0$ , то [25]

$$J_{1} \sim \frac{1}{\sqrt{3}} \exp\left(jk\Phi(M_{0})\right) F(M_{0}) \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(1/3)\exp\left(j\pi/4\right)sgn\lambda_{1}}{\sqrt{|\lambda_{1}|^{3}\sqrt{|\lambda_{03}|}}} k^{5/6} .$$
(1.80)

Если рассматривать интеграл *I* как спектральное изображение, то его оригиналом будет служить интеграл

$$\bar{I} = \iint_{S} \delta(t - \Phi(\vec{x})) F(\vec{x}) dS.$$

Применяя обратное преобразование Фурье к правой части соотношения (1.74) (с учетом (1.75), (1.77)), получим лучевое разложение для  $\bar{I}$  тем более точное, чем величина  $|t-\Phi(\vec{x})|$  ближе к нулю. Главный член этого разложения имеет вид:

$$\bar{I} = \iint_{S} \delta(t - \Phi(\vec{x})) F(\vec{x}) dS \sim -j2\pi \exp\left(j\frac{\pi}{4} \operatorname{sgn}\overline{\Phi}\right) \frac{F(M_{0})}{\sqrt{|\det\overline{\Phi}|}} \chi(t - \Phi(\vec{x})) - \int_{L} \chi(t - \Phi(\vec{x})) \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}\right) / \left|\vec{D}\Phi\right|^{2}\right] F(\vec{x}) dS.$$
(1.81)

Здесь  $M_0$  – точка стационарной фазы (точка, в которой  $\vec{D} \Phi = 0$ ) на поверхности S;  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака;  $\chi(t)$  – единичная функция Хевисайда. Таким образом, формулу (1.81) можно рассматривать как нестационарный аналог полученного в разделе обобщения формулы М. И. Конторовича [20].

**Асимптотика интегралов с краевой особенностью.** К интегралам с краевой особенностью приводит решение ряда задач электродинамики. Например, таких:

1. Пусть отыскивается полное дифрагированное поле  $\hat{H}(x)$  от первичной волны  $\hat{H}_0(x)$ , падающей на плоский идеально проводящий бесконечно тонкий экран *S*, ограниченный контуром *L*. В таком случае из формулы Грина [26] следует интегральное представление вектора магнитной напряженности поля в любой точке  $\vec{x}_0$ , не расположенной на экране:

$$\vec{H}(\vec{x}_0) = \vec{H}_0(\vec{x}_0) + \iint_S \left( \vec{\nabla} g \times \vec{J}(\vec{x}) \right) dS .$$
(1.82)

Здесь  $\vec{J}(\vec{x})$  – плотность поверхностного тока,  $g=g(\vec{x}_0,\vec{x})=exp(jkr)/(4\pi r), r=|\vec{x}_0-\vec{x}|$ , а рассеянное поле имеет вид

$$\vec{H}(\vec{x}_0) - \vec{H}_0(\vec{x}_0) = \iint_{S} exp(jk\Phi) \vec{F}(\vec{x}_0, \vec{x}) dS,^{1}$$
(1.83)

при фазовой функции  $\Phi = \Phi(\vec{x}_0, \vec{x}) = r$ .

2. К интегралам вида (1.83) с той же фазовой функцией приводит излучение апертурной антенны в математически строгой модели [15, 16].

В каждом из приведенных примеров действует физически необходимое условие на ребре, обеспечивающее конечность энергии в окрестности излома поверхности [26]. Вследствие этого у амплитудной функции F допустима на бесконечно тонком краю сингулярность, т.е.  $F=F_0/\sqrt{d}$ , где  $F_0$  непрерывна в окрестности

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Не ограничивая общности, везде далее будем под F понимать какую-либо компоненту вектора  $\vec{F}$ . Под k будем понимать безразмерный параметр, равный произведению волнового числа  $k_0$  на характерный размер экрана.

краевого контура, а  $d=d(x_1,x_2)$  – расстояние точки области *S* от краевого контура.

В более общем случае изломов с внутренними углами  $\theta \in [0, \pi] - F = F_0 / d^p$ ,  $p = (\pi - \theta) / 2\pi \in [0, 1/2]$ .

Метод получения коротковолновых асимптотик при наличии краевых сингулярностей излагается ниже применительно к интегралу P по плоской строго выпуклой области S с достаточно гладкими краевым контуром L и функцией  $F_0$ :

$$P = \iint_{S} exp(jkr) \frac{F_0(\vec{x})}{\sqrt{d(\vec{x})}} dS, \qquad (1.84)$$

где  $r = \sqrt{(x_1^0 - x_1)^2 + (x_2^0 - x_2)^2 + h^2}$ ,  $(h = x_3^0 \neq 0)$ .

Точка  $M_0(x_1^0, x_2^0, 0) \in S$  находится от краевого контура L на расстоянии  $R_1 > 0$ . Тогда комплексная диаграмма направленности

$$Q = \iint_{S} exp\left(-jk\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) \frac{F_{0}(\vec{x})}{\sqrt{d(\vec{x})}} dS, \qquad (1.85)$$

где  $\vec{R}^0 = (0, -\cos\psi, \sin\psi).$ 

Исследовать интеграл P удобно, задав краевой контур L уравнением в полярных координатах ( $\rho$ , $\theta$ ) с полюсом в точке  $M_0$ :

$$\rho = \omega(\theta), \qquad 0 \le \theta \le 2\pi \,. \tag{1.86}$$

В этом случае (можно обосновать) амплитудная функция в интеграле *P* представима отношением вида  $F_1(\rho, \theta) / \sqrt{\omega(\theta) - \rho}$  с числителем, не имеющим особенностей. Получим

$$P = \int_{0}^{2\pi} d\theta \int_{0}^{\omega(\theta)} exp\left(jk\sqrt{\rho^2 + h^2}\right) \frac{F_1(\rho,\theta)\rho \,d\rho}{\sqrt{\omega(\theta) - \rho}}.$$
(1.87)

Преобразуем интеграл P к новой переменной интегрирования  $r = \sqrt{\rho^2 + h^2}$ :

$$P = \int_{0}^{2\pi} d\theta \int_{h}^{\Omega} exp(jkr) (\Omega - r)^{-1/2} Gr dr , \qquad (1.88)$$

где  $\Omega = \Omega(\theta) = \sqrt{\omega^2(\theta) + h^2}$ ,

$$G = G(r,\theta) = F_1\left(\sqrt{r^2 - h^2}, \theta\right) \left[\frac{\omega(\theta) + \sqrt{r^2 - h^2}}{\Omega(\theta) + r}\right]^{1/2}$$

Введем при  $h \le r \le \Omega(\theta)$  бесконечно дифференцируемые по r (при каждом  $\theta$ ) нейтрализаторы  $\gamma_0(r,\theta)$ ,  $\gamma_1(r,\theta)$ , такие, что  $\gamma_1=1-\gamma_0, \ \gamma_0(r,\theta)=\begin{cases} 1, \ h \le r \le \varepsilon_1 \\ 0, \ \varepsilon_0 \le r \le \Omega(\theta) \end{cases}$  ( $h < \varepsilon_1 < \varepsilon_0 < \min_{0 \le \theta \le 2\pi} \Omega(\theta)$ ). При условии  $1=\gamma_0(r,\theta)+\gamma_1(r,\theta)$  получим  $P=P_0+P_1$ .

Рассмотрим асимптотику интеграла P. Вклад точки стационарной фазы  $\rho = 0$  (r = h) таков:

$$P_0 = \int_0^{2\pi} d\theta \int_h^{\varepsilon_0} exp(jkr)(\Omega - r)^{-1/2} G\gamma_0 r dr.$$
(1.89)

Так как функция  $G_0(r,\theta)=(\Omega-r)^{-1/2}G\gamma_0 r$  при каждом  $\theta$ непрерывна по  $r \in [h, \varepsilon_0]$  вместе со своими производными (они равны нулю при  $r = \varepsilon_0$ ), то интегрирование по частям приводит к соотношению

$$P_{0} = \sum_{m=1}^{N} \frac{(-1)^{m} \exp(jkh)}{(jk)^{m}} \int_{0}^{2\pi} \frac{\partial^{m-1}G_{0}(h,\theta)}{\partial r^{m-1}} d\theta + O\left(\frac{1}{k^{N+1}}\right).$$
(1.90)

В главном приближении

$$P_0 = -\frac{h \exp(jkh)}{jk} F_1(M_0) \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{\omega(\theta)}} + O\left(\frac{1}{k^2}\right).$$
(1.91)

При асимптотическом разложении интеграла

$$P_{1} = \int_{0}^{2\pi} d\theta \int_{\varepsilon_{1}}^{\Omega} exp(jkr)(\Omega - r)^{-1/2} G\gamma_{1}rdr \qquad (1.92)$$

к цели приводит интегрирование по частям во внутреннем интеграле. Однако, вследствие сингулярности функции  $(\Omega - r)^{-1/2}$  в точке  $r = \Omega$ , дифференцировать ее под знаком интеграла недопустимо и, вместо  $e^{jkr}/jk$ ,  $e^{jkr}/(jk)^2$ , ... нужно применить последовательность первообразных специального вида от произведения  $e^{jkr}(\Omega - r)^{-1/2} = U_0(r,\theta)$ , т.е. применить последовательность функций

$$U_{m}(r,\theta) = \frac{(-1)^{m}}{(m-1)!} \int_{r}^{+j\infty} (t-r)^{m-1} exp(jkt) (\Omega-t)^{-1/2} dt, \quad (m = 1,2,...), \quad (1.93)$$

обладающих следующими свойствами:

1. 
$$\frac{\partial U_{m}(r,\theta)}{\partial r} = U_{m-1}(r,\theta), \quad (m = 1,2,...),$$
  
2. 
$$U_{m}(\Omega,\Omega) = \frac{(-1)^{m}}{(m-1)!} exp(\pi j(m+1/2)/2) \frac{\Gamma(m-1/2)}{k^{m-1/2}} exp(jk\Omega),$$
  
3. 
$$|U_{m}(r,\Omega)| \leq \frac{1}{(m-1)!} \frac{\Gamma(m-1/2)}{k^{m-1/2}}, \quad (h \leq r \leq \Omega).$$

Из этих свойств вытекает асимптотическое разложение

$$P_{1} = \sum_{m=1}^{N} \frac{(-1)^{m-1} exp(-j\pi(m-1/2)/2) \Gamma(m-1/2)}{k^{m-1/2}} \times \sum_{0}^{2\pi} exp(jk\Omega) \Psi_{m-1}(\theta) d\theta + O\left(\frac{1}{k^{N+1/2}}\right), \qquad (1.94)$$

где  $\Psi_{m-1}(\theta) = \frac{\partial^{m-1}[G(r,\theta)r]}{\partial r^{m-1}}\Big|_{r=\Omega(\theta)}.$ 

В главном приближении

$$P_{1} = \frac{exp(-j\pi/4)\sqrt{\pi}}{\sqrt{k}} \int_{0}^{2\pi} exp(jk\Omega) F_{1}(\omega,\theta)\sqrt{\omega\Omega} d\theta + O\left(\frac{1}{k^{3/2}}\right)$$

Теперь рассмотрим асимптотическое представление интеграла Q (1.85). Ограничимся случаем краевого контура L, симметричного относительно одной из осей координат, и получим лишь первые два члена асимптотического разложения.

Пусть в системе координат (x, y) *L* задается уравнениями  $x=\pm w(y)$  ( $a \le y \le b$ ) и вблизи точек *a*, *b* w(y) имеет асимптотики

$$w(y) \sim \begin{cases} p(y)\sqrt{y-a}, & (y \rightarrow a+0) \\ q(y)\sqrt{b-y}, & (y \rightarrow b-0) \end{cases}$$

При этом p(y), q(y),  $w^2(y)$  – достаточно гладкие функции соответственно в  $[a, a+\varepsilon)$ ,  $(b-\varepsilon, b]$ , [a, b] (при  $\varepsilon < (b-a)/2$ ).

Амплитудную функцию в (1.85) можно представить как отношение вида  $f(x,y)/\sqrt{w^2(y)-x^2}$ , в котором f(x,y) не имеет сингулярностей. Предположим, что эта функция достаточно глад-кая в  $S \cup L$ . После несложных преобразований получим

$$Q = \int_{a}^{b} exp(j\bar{k}y) U(y) dy, \quad (\bar{k} = k\cos\psi), \qquad (1.95)$$

$$U(y) = \int_{-1}^{1} f(\xi w(y), y) \frac{d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}, \qquad (1.96)$$

$$U'(y) = \int_{-1}^{1} \frac{\partial f(\xi w(y), y)}{\partial y} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^{2}}} + \frac{1}{2} \frac{dw^{2}(y)}{dy} \int_{-1}^{1} \frac{\partial^{2} f(\theta \xi w(y), y)}{\partial x^{2}} \frac{\xi^{2} d\xi}{\sqrt{1 - \xi^{2}}}, \quad (0 < \theta < 1).$$
(1.97)

Из (1.96), (1.97) следует, что

$$U(a) = f(0,a)\pi, \quad U(b) = f(0,b)\pi,$$

$$U'(a) = \left(\frac{\partial f(0,a)}{\partial y} + \frac{1}{4}\frac{\partial^2 f(0,a)}{\partial x^2}A\right)\pi, \quad (1.98)$$

$$U'(b) = \left(\frac{\partial f(0,b)}{\partial y} + \frac{1}{4}\frac{\partial^2 f(0,b)}{\partial x^2}B\right)\pi,$$

где  $A = \lim_{y \to a \to 0} \left[ \frac{w(y)}{\sqrt{y-a}} \right]^2$ ,  $B = \lim_{y \to b \to 0} \left[ \frac{w(y)}{\sqrt{b-y}} \right]^2$ .

Двукратное интегрирование по частям в (1.95) приводит к следующей асимптотической формуле

$$Q = \pi \exp\left(j\bar{k}b\right) \left[\frac{1}{j\bar{k}}f(0,b) - \frac{1}{\left(j\bar{k}\right)^2} \left(\frac{\partial f(0,b)}{\partial y} + \frac{1}{4}\frac{\partial^2 f(0,b)}{\partial x^2}B\right)\right] - \pi \exp\left(j\bar{k}a\right) \left[\frac{1}{i\bar{k}}f(0,a) - \frac{1}{\left(j\bar{k}\right)^2} \left(\frac{\partial f(0,a)}{\partial y} + \frac{1}{4}\frac{\partial^2 f(0,a)}{\partial x^2}A\right)\right] + O\left(\frac{1}{\bar{k}^3}\right).$$

(1.99)

Таким образом, полученное асимптотическое представление интеграла Q имеет дискретный характер и состоит из вкладов от окрестностей точек (0,a), (0,b) краевого контура. Такое явление хорошо известно в теории коротковолновой дифракции и связано с концепцией "блестящих точек" в радиолокации.

Методы, близкие к примененным выше для вычисления интегралов *P*, *Q*, позволяют получить асимптотические представления интегралов с другими фазовыми функциями и другими типами краевых сингулярностей.

Применим полученное обобщение формулы Конторовича (1.81) к решению задачи дифракции электромагнитной волны на идеально проводящем гладком выпуклом теле (в приближении физической оптики).

# 1.4.2. Импульсная характеристика идеально проводящего гладкого выпуклого тела в двухпозиционном случае (метод физической оптики). Исключение терминаторных разрывов

Воспользовавшись асимптотическим соотношением (1.99), можно получить представление импульсной характеристики идеально проводящего гладкого выпуклого тела в общем случае бистатической локации.

Пусть на объект с поверхностью *S* падает плоская монохроматическая электромагнитная волна

$$\vec{E}^{0} = \vec{p} \exp\left(j k_{0} \left(a + \vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right),$$
$$\vec{H}^{0} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left(\vec{R}^{0} \times \vec{p}\right) \exp\left(j k_{0} \left(a + \vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right).$$
(1.100)

Здесь a – расстояние от плоскости нулевой фазы до выбранного начала координат,  $\vec{p}$  – орт поляризации,  $\vec{R}^0$  – волновой орт падающей волны.

Операционным оригиналом поля (1.100) является импульсная плоская волна

$$\vec{\varepsilon}^{0}\left(t,\vec{x}|\vec{R}^{0}\right) = \vec{p}\,\delta\left(t-a-\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right),$$
$$\vec{\mathcal{H}}^{0}\left(t,\vec{x}|\vec{R}^{0}\right) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}}\left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}\right)\delta\left(t-a-\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right).$$
(1.101)

Поле, рассеянное телом в направлении орта  $\vec{r}^0$  при облучении волной (1.100), может быть представлено в виде:

$$\vec{H}^{pac}(r\vec{r}^{0}) \approx \frac{exp(jk_{0}r)}{4\pi r} jk_{0} \iint_{S} \left(\vec{H}^{\perp} \times \vec{r}^{0}\right) exp\left(-jk_{0}\left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) dS,$$

где  $\vec{H}$  – полное поле на поверхности *S*. Приближение физической оптики дает следующее выражение для рассеянного поля:

$$\vec{H}^{pac}\left(r\,\vec{r}^{\,0}\right) \approx j\,k_{0}\,\iint_{S_{ocs}}\exp\left(\,j\,k_{0}\,\Phi\,\right)\vec{A}\,dS\,,\qquad(1.102)$$

где S<sub>осв</sub> – часть поверхности объекта, "освещенная" волной (1.100),

$$\vec{A} = \frac{1}{2\pi r} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left( \vec{n} \times \left( \vec{R}^0 \times \vec{p} \right) \right) \times \vec{r}^0, \quad \Phi = a + r + \left( \vec{R}^0 - \vec{r}^0 \right) \cdot \vec{x}.$$

Импульсная же характеристика объекта является оригиналом, спектральное изображение которого в высокочастотном приближении представляется выражением (1.102):

$$\vec{\mathcal{H}}^{pac}(t,\vec{x}\,|\,\vec{r}^{\,0}) \approx -\frac{\partial}{\partial t} \int_{S_{ocs}} \delta(t-\Phi(\vec{x}))\vec{A}\,dS\,.$$
(1.103)

Таким образом, выражение для импульсной характеристики может быть получено с помощью формулы (1.99) простым дифференцированием по t.

Попутно получим представление для оценки решения стационарной задачи дифракции, описываемого выражением (1.102).

Оценим вначале вклад точки стационарной фазы. Точка стационарной фазы  $M_0$  определяется равенством: в точке  $M_0$ 

$$\vec{D} \Phi = (\vec{R}^0 - \vec{r}^0)^T = \vec{R}^{0^T} - \vec{r}^{0^T} = 0$$

или

$$\vec{R}^0 \cdot \vec{n} = -\vec{r}^0 \cdot \vec{n} \, ,$$

где  $\vec{n}$  – нормаль к  $S_{oce}$  в точке стационарной фазы  $M_0$ .

Введем в окрестности точки  $M_0$  локальную систему координат  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\zeta$ , описанную в п. 1.4.1 (здесь  $\zeta = \xi_3$ ). Вблизи точки  $M_0$  на  $S_{oce}$ 

$$\zeta = -\left(\frac{a_{11}}{2}\xi_1^2 + a_{12}\xi_1\xi_2 + \frac{a_{22}}{2}\xi_2^2\right) + o\left(\xi_1^2 + \xi_2^2\right),$$

то есть с точностью до членов высшего порядка малости

$$\zeta = -\frac{1}{2}\vec{\xi}' A\vec{\xi}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

В этом случае вблизи  $M_0$ 

$$\overline{\Phi}(\xi_1,\xi_2) = a + r + l_1^0 \,\xi_1 + l_2^0 \,\xi_2 - \frac{1}{2} \Big( \vec{l}^0 \cdot \vec{n}_{M_0} \Big) \Big( \vec{\xi}' \, A \,\vec{\xi} \,\Big),$$

где  $\vec{l}^{0} = \vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}$ ,

так что

$$\left( \frac{\partial^2 \overline{\boldsymbol{\Phi}}}{\partial \xi_i \partial \xi_k} \right)_{M_0} = -\frac{1}{2} \left( \vec{l}^0 \cdot \vec{n}_{M_0} \right) a_{ik} ,$$
$$\overline{\boldsymbol{\Phi}}_{M_0} = -\frac{1}{2} \left( \vec{l}^0 \cdot \vec{n}_{M_0} \right) A .$$

Учитывая, что

$$(\vec{l}^{0}\cdot\vec{n}_{M_{0}})=2(\vec{R}^{0}\cdot\vec{n}_{M_{0}})=-2(\vec{r}^{0}\cdot\vec{n}_{M_{0}}),$$

получим

$$\overline{\mathbf{\Phi}}_{M_0} = \left( \vec{r}^0 \cdot \vec{n}_{M_0} \right) A \, .$$

Так как  $\vec{n}_{M_0}$  — орт внешней нормали к  $S_{oce}$ , то очевидно, что  $\left(\vec{r}^0\cdot\vec{n}_{M_0}\right) > 0$ .

Пусть  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – собственные значения матрицы A. Тогда

 $sgn \overline{\Phi}_{M_0} = sgn A$ ,

$$\det \overline{\Phi}_{M_0} = \left( \vec{r}^0 \cdot \vec{n}_{M_0} \right)^2 |\det A| = \left( \vec{r}^0 \cdot \vec{n}_{M_0} \right)^2 |\lambda_1 \lambda_2|.$$

Далее, при надлежащем повороте системы координат вокруг ос<br/>и $\zeta$ получаем уравнение  $S_{\it occ}$ вблиз<br/>и $M_0$ 

$$\zeta = -\frac{1}{2} \left( \lambda_1 \eta_1^2 + \lambda_2 \eta_2^2 \right) + \dots,$$

откуда следует, что  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – главные кривизны  $S_{ocs}$  в точке  $M_0$ :

$$\lambda_1 = a_1, \quad \lambda_2 = a_2;$$

$$\left| det \,\overline{\Phi}_{M_0} \right| = cos^2 \left( \vec{r}^0, \, \vec{n}_{M_0} \right) \cdot \left| \, \mathfrak{a}_1 \, \mathfrak{a}_2 \, \right|.$$

Для дальнейшего необходимо предположить, что  $\mathfrak{x}_1 \mathfrak{x}_2 \neq 0$ . В частности, если *S* вблизи точки  $M_0$  является строго выпуклой, то  $\mathfrak{x}_1 > 0$ ,  $\mathfrak{x}_2 > 0$  и

$$\left| det \ \overline{\Phi}_{M_0} \right| = \mathfrak{X}_1 \mathfrak{X}_2 \cos^2\left( \vec{r}^0, \vec{n}_{M_0} \right),$$
$$sgn \ \overline{\Phi}_{M_0} = 2.$$

Если же  $M_0$  – седловая точка, то  $\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_2 < 0$ ,  $sgn \overline{\Phi}_{M_0} = 0$ . Ради определенности, дальнейшее рассмотрение проводится для случая  $\mathfrak{a}_1 > 0$ ,  $\mathfrak{a}_2 > 0$ . Воспользовавшись формулой (1.78), получим вклад точки стационарной фазы в рассеянное поле:

$$\vec{H}^{pac}\left(r\,\vec{r}^{\,0}\right)\Big|_{cm.\phi.} \sim -\sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \frac{\left[\vec{n}_{M_{0}}\times\left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}\right)\right]\times\vec{r}^{\,0}}{r\,\sqrt{\varepsilon_{1}\,\varepsilon_{2}}\left|cos\left(\vec{r}^{\,0},\vec{n}_{M_{0}}\right)\right|} \cdot \exp\left(j\,k\left(a+r+\vec{l}^{\,0}\cdot\vec{x}_{M_{0}}\right)\right).$$
(1.104)

Границей поверхности *S*<sub>осв</sub> является терминатор *L* – линия, определяющая границу "свет-тень". Оценим ее вклад в асимптотику рассеянного поля, воспользовавшись формулой (1.75):

$$\left(\vec{H}^{pac}\left(r\,\vec{r}^{\,0}\right)\right)_{B\kappa\pi.\Gamma} \sim \int_{L} e^{j\,k\,\Phi}\,\vec{A}\frac{\frac{\partial\,\Phi}{\partial\,\nu}}{\left|\vec{D}\,\Phi\right|^{2}}\,d\,l\,.$$
(1.105)

Здесь

$$\frac{\partial \Phi}{\partial v} = \vec{l}^{\,0} \cdot \vec{v} = \vec{l}^{\,0} \cdot (\vec{\tau} \times \vec{n}),$$

$$\left| \vec{D} \Phi \right|^2 = \left| \vec{l}^{0^T} \right|^2 = \left| \vec{l}^0 \right|^2 - \left( \vec{l}^0 \cdot \vec{n} \right)^2.$$

Допустим, что контур *L* задан параметрически:

$$\vec{x} = \vec{x}(t)$$
.

Тогда контурные точки стационарной фазы определяются из уравнения

$$\vec{l}^{\,0}\cdot\vec{x}'(t)=0$$

и пусть это точки –  $M_i$  (i = 1, ..., N). Тогда интеграл в (1.105) может быть вычислен асимптотически:

$$\left(\vec{H}^{pac}\left(r\,\vec{r}^{\,0}\right)\right)_{B\kappa\pi,L} \sim \sum_{m=1}^{N} \sqrt{\frac{2}{k\left|\vec{l}^{\,0}\cdot\left(\frac{d\,\vec{\tau}}{d\,S}\right)_{M_{m}}\right|}} \cdot \left(\vec{A}\right)_{M_{m}} \frac{\left(\vec{l}^{\,0}\,\vec{\tau}\,\vec{n}\right)_{M_{m}}}{\left|\vec{l}^{\,0}\right|^{2} - \left(\vec{l}^{\,0}\cdot\vec{n}_{M_{m}}\right)^{2}} \cdot \exp\left(j\,k\left(a+r+\vec{l}^{\,0}\cdot\vec{x}_{M_{m}}\right) + \frac{j\,\pi}{4}sgn\left(\vec{l}^{\,0}\cdot\frac{d\,\vec{\tau}}{d\,S}\right)_{M_{m}}\right)}\right).$$
(1.106)

Здесь учтено, что

$$\left( \Phi''(l) \right)_{M_m} = \vec{l}^0 \cdot \left( \frac{d \vec{\tau}}{d S} \right)_{M_m},$$

где

$$\vec{\tau}(t) = \frac{\vec{x}'(t)}{\left|\vec{x}'(t)\right|}, \quad \frac{d\vec{\tau}}{dS} = \vec{\tau}'(t)\frac{dt}{dS} = \frac{\vec{\tau}'(t)}{\left|\vec{x}'(t)\right|}.$$

Таким образом, объединив формулы (1.104) и (1.105), получим

$$\vec{H}^{pac}\left(r\,\vec{r}^{\,0}\right) \sim -\sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \frac{\left[\vec{n}_{M_{0}} \times \left(\vec{R}^{0} \times \vec{p}\right)\right] \times \vec{r}^{\,0}}{r \cdot \sqrt{\left|\boldsymbol{x}_{1} \cdot \boldsymbol{x}_{2}\right|} \left(\vec{r}^{\,0} \cdot \vec{n}_{M_{0}}\right)} \times \exp\left(j\,k\left(a+r+\vec{l}^{\,0} \cdot \vec{x}_{M_{0}}\right)\right) + \int_{L} e^{j\,k\,\Phi} \,\vec{A}\left(\frac{\partial\,\Phi}{\partial\,\nu} \left/\left|\vec{D}\,\Phi\right|^{2}\right) d\,l\,.$$
(1.107)

Формула (1.107) дает решение стационарной задачи дифракции при облучении идеально проводящего гладкого выпуклого тела плоской волной (1.100).

Выражение же импульсной характеристики рассматриваемого объекта (рассеянного поля, получаемого в результате нестационарного импульсного облучения объекта полем (1.101)) может рассматриваться как оригинал, спектральное изображение которого дается формулой (1.107):

$$\vec{\mathcal{H}}^{pac}\left(t,\vec{x} \left| \vec{r}^{0}\right) \sim -\sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \frac{\left[\vec{n}_{M_{0}} \times \left(\vec{R}^{0} \times \vec{p}\right)\right] \times \vec{r}^{0}}{r \cdot \sqrt{\left|\boldsymbol{x}_{1} \cdot \boldsymbol{x}_{2}\right|} \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{n}_{M_{0}}\right)} \delta\left(t-a-r-\vec{l}^{0} \cdot \vec{x}_{M_{0}}\right) + \int_{L} \delta\left(t-a-r-\vec{l}^{0} \cdot \vec{x}\right) \vec{A} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \boldsymbol{v}} \left/ \left|\vec{D}\boldsymbol{\Phi}\right|^{2}\right) dl.$$
(1.108)

Таким образом, в полученном физоптическом приближении импульсной характеристики нами выделены члены, ответственные за появление "терминаторных" разрывов, вызванных неадекватным описанием плотности поверхностного тока вблизи границы "свет-тень" в приближении физической оптики. Полученное решение стационарной задачи дифракции, по аналогии с [6], можно улучшить вычитая из полученного физоптического решения главные члены "терминаторной" асимптотики, описываемые соотношением (1.106).

Сглаживание импульсной характеристики (1.108) может быть проведено путем вычитания из правой части (1.108) опера-

ционного оригинала, соответствующего изображению  $\left(\vec{H}^{pac}\left(r\,\vec{r}^{\,0}\right)\right)_{B\kappa n.L}$ :

$$\vec{\mathcal{H}}^{pac}\left(t,\vec{x} \left| \vec{r}^{0} \right)_{B\kappa\pi L} \sim \sum_{m=1}^{N} \sqrt{\frac{2}{\left| \vec{l}^{0} \cdot \left(\frac{d \vec{\tau}}{d S}\right)_{M_{m}} \right|}} \times \left(\vec{A}\right)_{M_{m}} \frac{\left(\vec{l}^{0} \vec{\tau} \vec{n}\right)_{M_{m}}}{\left| \vec{l}^{0} \right|^{2} - \left(\vec{l}^{0} \cdot \vec{n}_{M_{m}}\right)^{2}} \cdot exp\left( j\frac{\pi}{4} \left( sgn\left(\vec{l}^{0} \cdot \frac{d \vec{\tau}}{d S}\right)_{M_{m}} - 1 \right) \right) \times \frac{\chi\left(t - a - r - \vec{l}^{0} \cdot \vec{x}_{M_{m}}\right)}{\sqrt{t - a - r - \vec{l}^{0} \cdot \vec{x}_{M_{m}}}}.$$
(1.109)

Полученное при этом представление импульсной характеристики уже не будет содержать "паразитных", реально не существующих всплесков, привносимых разрывным характером плотности поверхностного тока в приближении физической оптики.

Отметим также особый случай, когда терминатор L принадлежит плоскости с нормальным вектором  $\vec{l}^{0}$ . В этом случае

$$\Phi(\vec{x})|_L = const$$

и, следовательно,

$$\vec{l}^{0} \cdot \vec{x} = c$$
 Ha  $L$ ,

где с – некоторая константа.

Отсюда следует, что

$$\left(\vec{H}^{pac}\left(r \ \vec{r}^{0}\right)\right)_{B\kappa\pi.L} \sim exp\left(j k\left(a+r+c\right)\right) \int_{L} \vec{A}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial v} / \left|\vec{D} \Phi\right|^{2}\right) dl,$$

$$\left(\vec{\mathscr{H}}^{pac}\left(t,\vec{x}\,\middle|\,\vec{r}^{\,0}\right)\right)_{B\kappa_{n,L}}\sim\delta\left(t-a-r-c\right)\int_{L}\vec{A}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\left/\left|\vec{D}\,\Phi\right|^{2}\right)dS.$$

В этом случае, как легко видеть, образуется сильный "паразитный" терминаторный всплеск импульсной характеристики, который необходимо исключить.

В ряде случаев для оценки импульсных характеристик сложных рассеивателей в двухпозиционной локации более предпочтительным может оказаться другой подход (разработанный авторами) также использующий приближение физической оптики, но минующий оценку вкладов точек стационарной фазы [27–29].

Таким образом, в разделе дана методика получения импульсной характеристики идеально проводящего гладкого объекта в двухпозиционном случае.

При этом в полученном асимптотическом представлении выделены члены, ответственные за возникновение "паразитных" всплесков, которые выражаются контурным интегралом. Получены главные члены асимптотики этих интегралов, которые необходимо исключить из представления импульсной характеристики для сглаживания последней. Это позволит повысить точность расчетов на интервале времени до момента прихода "ползущей" волны, огибающей область тени.

Эти результаты опираются на полученное обобщение формулы М.И. Конторовича, дающей вклад граничного контура в двумерном методе стационарной фазы, на случай неплоской области и невырожденных точек стационарной фазы любого типа.

#### 1.5. О принципе взаимности для рассеянных полей в приближении физической оптики

Как известно, для полей, удовлетворяющих уравнениям Максвелла, и, вообще говоря, каким-либо граничным условиям на поверхности рассеивающих объектов, справедлив принцип взаимности. Однако когда речь идет об аппроксимативных полях (например, высокочастотных асимптотических решений уравнений Максвелла), то принцип взаимности, как оказывается, может и не выполняться. Остановимся подробнее в этом плане на использованном в разделе 1.4 методе физической оптики.

Пусть идеально проводящий рассеивающий объект V ограничен замкнутой поверхностью S и начало декартовой системы координат расположено в области V.

Рассмотрим облучение объекта *V* электрическим диполем, вектор-момент которого  $\vec{p}$  и который локализован в точке с радиус-вектором  $\vec{a} = -a \vec{R}^0$ . Порождаемое диполем первичное поле  $\vec{E}(\vec{x} | \vec{a}, \vec{p}), \vec{H}(\vec{x} | \vec{a}, \vec{p})$  имеет при фиксированном орте  $\vec{R}^0$  и  $a \to +\infty$  следующее асимптотическое представление:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}\left(\vec{x}\mid\vec{a},\vec{p}\right)\\ \vec{H}\left(\vec{x}\mid\vec{a},\vec{p}\right) \end{pmatrix} = \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \frac{\exp(j\,k_0\,a)}{4\,\pi\,a} \begin{pmatrix} \vec{E}^0\left(\vec{x}\mid\vec{R}^0,\vec{p}\right)\\ \vec{H}^0\left(\vec{x}\mid\vec{R}^0,\vec{p}\right) \end{pmatrix},$$
(1.110)

где

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{0}\left(\vec{x} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p}\right) \\ \vec{H}^{0}\left(\vec{x} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\vec{p} - \vec{R}^{0}\left(\vec{p} \cdot \vec{R}^{0}\right)\right) exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \vec{x}\right)\right) \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}}\left(\left(\vec{R}^{0} \times \vec{p}\right)\right) exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \vec{x}\right)\right) \end{pmatrix} - (1.111)$$

поле плоской волны.

Из векторных интегральных формул типа Грина для электромагнитных полей [10] с учетом формулы (1.110) следует, что рассеянное объектом V поле в дальней зоне в точке с радиусвектором  $\vec{r} = r \cdot \vec{r}^0$  имеет асимптотическое (при  $a \to +\infty$ ,  $r \to +\infty$ ) представление:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{pac}\left(\vec{r} \mid \vec{a}, \vec{p}\right) \\ \vec{H}^{pac}\left(\vec{r} \mid \vec{a}, \vec{p}\right) \end{pmatrix} = \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \frac{exp\left(jk_0(a+r)\right)}{(4\pi)^2 a r} \begin{pmatrix} \vec{\varepsilon}^{pac}\left(\vec{r}^0 \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) \\ \vec{\mathcal{H}}^{pac}\left(\vec{r}^0 \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) \end{pmatrix}, (1.112)$$
в котором векторы  $\vec{e}^{pac}$ ,  $\vec{\mathcal{H}}^{pac}$  составляют комплексную диаграмму рассеяния – поле, рассеиваемое в направлении  $\vec{r}^0$  (в дальней зоне) при падении на V плоской волны (1.110). При этом

$$\vec{\varepsilon}^{pac}\left(\vec{r}^{0} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p}\right) = -j k_{0} \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \int_{S} \left(\vec{K} - \vec{r}^{0} \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{K}\right)\right) exp\left(-j k_{0} \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) dS,$$
$$\vec{\mathcal{H}}^{pac}\left(\vec{r}^{0} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p}\right) = -j k_{0} \int_{S} \left(\vec{r}^{0} \times \vec{K}\right) exp\left(-j k_{0} \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) dS, \quad (1.113)$$

где  $\vec{K} = \vec{n} \times \vec{H}^{nonh}$ ,  $\vec{H}^{nonh}$  – полное поле вызванное падающей плоской волной (1.110).

Из принципа взаимности в его обычной формулировке:

$$\vec{q} \cdot \vec{E}^{pac} \left( \vec{r} \mid \vec{a}, \vec{p} \right) = \vec{p} \cdot \vec{E}^{pac} \left( \vec{a} \mid \vec{r}, \vec{q} \right), \qquad (1.114)$$

асимптотической формулы (1.112) и соотношений

$$\vec{r} = r \cdot \vec{r}^0, \qquad \vec{a} = -a \cdot \vec{R}^0$$

вытекает принцип взаимности для комплексных диаграмм рассеяния:

$$\vec{q} \cdot \vec{\varepsilon}^{pac} \left( \vec{r}^0 \,\middle| \, \vec{R}^0, \vec{p} \right) = \vec{p} \cdot \vec{\varepsilon}^{pac} \left( - \vec{R}^0 \,\middle| - \vec{r}^0, \vec{q} \right). \tag{1.115}$$

Равенства (1.114), (1.115) имеют строгий характер, представляют собой строгое следствие уравнений Максвелла. Выясним, как обстоит дело с выполнимостью равенства (1.115) в случае рассеянных полей, рассчитываемых в приближении физической оптики, при кирхгофовской аппроксимации в формулах (1.113) эквивалентной плотности поверхностного тока

$$\vec{K}(\vec{x}) \approx 2\,\vec{n} \times \vec{H}^0\left(\vec{x} \,\middle| \, \vec{R}^0, \vec{p} \,\right)$$

на той части  $S'(\vec{R}^0) \subset S$ , где  $\vec{n} \cdot \vec{R}^0 > 0$  ( $\vec{n}$  – орт внутренней нормали) и  $\vec{K}(\vec{x}) \approx 0$  на дополнительной части  $S \setminus S'(\vec{R}^0)$ . В этом приближении

$$\vec{\mathscr{E}}^{pac}\left(\vec{r}^{0} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p}\right) = -2 j k_{0} \int_{S'\left(\vec{R}^{0}\right)} \left[ \left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0} \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{R}^{0}\right)\right) \left(\vec{n} \cdot \vec{p}\right) - \left(\vec{p} - \vec{r}^{0} \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{p}\right) \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{n}\right) \right) \right] \exp\left(j k_{0} \left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{x}\right) dS . \quad (1.116)$$

$$\vec{\mathscr{E}}^{pac}\left(-\vec{R}^{0} \mid -\vec{r}^{0}, \vec{q}\right) = -2 j k_{0} \int_{S'\left(-\vec{r}^{0}\right)} \left[ -\left(\vec{r}^{0} - \vec{R}^{0} \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{r}^{0}\right)\right) \left(\vec{n} \cdot \vec{q}\right) + \left(\vec{q} - \vec{R}^{0} \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{q}\right) \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{n}\right) \right) \right] \exp\left(j k_{0} \left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{x}\right) dS . \quad (1.117)$$

В случае однопозиционной локации, когда  $-\vec{r}^0 = \vec{R}^0$ , поверхности  $S'(\vec{R}^0)$  и  $S'(-\vec{r}^0)$  совпадают и при этом  $\vec{R}^0 - \vec{r}^0(\vec{r}^0 \cdot \vec{R}^0) = \vec{r}^0 - \vec{R}^0(\vec{R}^0 \cdot \vec{r}^0) = 0$ , так что

$$\vec{\varepsilon}^{pac}\left(\vec{r}^{0} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p}\right) = 2 j k_{0} \left(\vec{p} - \vec{r}^{0} \left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{p}\right)\right) \cdot I, \qquad (1.118)$$

$$\vec{\varepsilon}^{pac}\left(-\vec{R}^{0}\left|-\vec{r}^{0},\vec{q}\right.\right)=2\,j\,k_{0}\left(\vec{q}-\vec{r}^{0}\left(\vec{r}^{0}\cdot\vec{q}\right)\right)\cdot I\,,\qquad(1.119)$$

где

$$I = \int_{S'\left(\vec{R}^0\right)} \left(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}\right) exp\left(2 j k_0 \left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right) dS.$$
(1.120)

Из (1.118), (1.119) следуют (для случая  $-\vec{r}^0 = \vec{R}^0$ ) равенства:

$$\vec{q} \,\vec{\varepsilon}^{pac} \left( \vec{r}^0 \left| \vec{R}^0, \vec{p} \right. \right) = \vec{p} \,\vec{\varepsilon}^{pac} \left( -\vec{R}^0 \left| -\vec{r}^0, \vec{q} \right. \right) = \\ = 2 \, j \, k_0 \left[ \left( \vec{p} \cdot \vec{q} \right) - \left( \vec{r}^0 \cdot \vec{q} \right) \left( \vec{r}^0 \cdot \vec{p} \right) \right] \cdot I \quad .$$

73

Таким образом, в однопозиционном случае равенство (1.117) имеет место и для рассеянных полей, рассчитанных в приближении физической оптики.

В случае же бистатической локации  $(-\vec{r}^0 \neq \vec{R}^0)$  интегрирование в (1.118), (1.119) проводится по разным, несовпадающим многообразиям (и при этом не совпадают, вообще говоря, и подынтегральные функции, домноженные скалярно соответственно на  $\vec{q}$  и  $\vec{p}$ ).

Таким образом, принцип взаимности в бистатическом случае (в приближении физической оптики), вообще говоря, места не имеет.

Этот вывод является тем более практически важным, что разнесенный прием занимает важное место в современной радиолокации, а физоптическое приближение с использованием соображений взаимности представляет собой достаточно привычный подход, часто применяемый в электродинамических расчетах без должного обоснования.

## **1.6.** Эффективная поверхность рассеяния (ЭПР) трехмерных объектов и ее связь с ЭПР двумерных объектов

Пусть на объект конечных размеров, ограниченный поверхностью *S*, падает плоская волна

$$\vec{E}^{0}(x) = \vec{p} \exp\left(-j k_{0} \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right),$$
$$\vec{H}^{0}(x) = \left(\vec{p} \times \vec{R}^{0}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \exp\left(-j k_{0} \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right)$$

(излучение радиолокатора), где  $-\vec{R}^0$  – орт луча, идущего в направлении от радиолокатора к цели, а  $\vec{p} = p \cdot \vec{p}^0$  – вектор поляризации,  $\vec{p}^0 \perp \vec{R}^0$ . Под ЭПР понимается величина, определяемая формулой [30]:

$$\sigma = \lim_{R \to \infty} 4\pi R^2 \frac{\left| \vec{p}^{np} \cdot \vec{E}^{pac} \right|^2}{\left| \vec{p}^0 \cdot \vec{E}^0 \right|^2}, \qquad (1.121)$$

где R – расстояние от рассеивателя до приемной антенны,  $\vec{p}^{np}$  – единичный вектор, указывающий направление поляризации приемной антенны,  $\vec{E}^{pac}$  – поле, рассеянное объектом в направлении на приемную антенну.

Таким образом, задача нахождения ЭПР рассеивателя фактически сводится к задаче определения рассеянного поля  $\vec{E}^{pac}$  в точке приема.

Если  $\vec{E}(\vec{x})$ ,  $\vec{H}(\vec{x})$  – полное поле, то рассеянное поле  $\vec{E}^{pac}(x) = \vec{E}(x) - \vec{E}^{0}(x)$ , как это вытекает из леммы Лоренца, представится формулой

$$j \,\omega \, \vec{q} \cdot \vec{E}^{pac} \left( x_0 \right) = \int_{S} \left( \vec{H}^{\perp} \left( x \right) \cdot \vec{\mathcal{E}}_0^{eT} \left( x \left| x_0, \vec{q} \right) - \vec{E}^T \left( x \right) \cdot \vec{\mathcal{H}}_0^{e\perp} \left( x \left| x_0, \vec{q} \right) \right) dS , \qquad (1.122)$$

где  $\vec{\mathcal{E}}_0^{e}(x|x_0, \vec{q}), \quad \vec{\mathcal{H}}_0^{e}(x|x_0, \vec{q})$  – поле точечного электрического диполя с вектор-моментом  $\vec{q}$ , помещенного в точке  $x_0$ , расположенной где-либо вне S, причем  $\vec{q}$  – произволен по величине и направлению.

Положим  $\vec{q} = \vec{p}$ , и пусть радиус-вектор точки наблюдения  $\vec{x}^0 = R \vec{R}^0$ .

Заменим входящие в (1.110) вектор-функции  $\vec{\epsilon_0}^e(x|x_0,\vec{p}), \vec{\pi_0}^e(x|x_0,\vec{p})$  их асимптотическими выражениями при  $R \to \infty$ 

$$\vec{e}_{0}^{e}(x | x_{0}, \vec{p}) \sim \Omega(k_{0} R) \vec{e}_{0}^{e}(x | \vec{R}^{0}, \vec{p}),$$
  
$$\vec{\mathcal{H}}_{0}^{e}(x | x_{0}, \vec{p}) \sim \Omega(k_{0} R) \vec{\mathcal{H}}_{0}^{e}(x | \vec{R}^{0}, \vec{p}),$$
  
$$\text{где } \Omega(k R) = \frac{exp(j k_{0} R)}{4 \pi k_{0} R},$$
  
$$\vec{e}_{0}^{e}(x | \vec{R}^{0}, \vec{p}) = k_{0}^{2} \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\epsilon_{0}}} \vec{p}^{T} exp(-j k_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X})), \qquad (1.123)$$
  
$$\vec{\mathcal{H}}_{0}^{e}(x | \vec{R}^{0}, \vec{p}) = -k_{0}^{2} \omega \vec{p}^{\perp} exp(-j k_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X})), \qquad (1.124)$$
  
$$\vec{p}^{T} = \vec{p} - \vec{R}^{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{p}), \qquad \vec{p}^{\perp} = \vec{R}^{0} \times \vec{p}.$$

Формулы (1.123), (1.124) представляют поле линейно поляризованной плоской волны, приходящей из бесконечности с волновым вектором  $(-\vec{R}^0)$ . Эти асимптотические представления справедливы при  $x \in S$  и R >> D где D – диаметр зондируемого объекта (т.е. его наибольшее линейное измерение).

Тогда рассеянное поле  $\vec{E}^{pac}(x)$  в дальней зоне будет иметь следующий вид:

$$j \omega \vec{p} \cdot \vec{E}^{pac} \left( R \vec{R}^{0} \right) \sim \Omega \left( k_{0} R \right) k_{0}^{2} \omega \int_{S} exp \left( -j k_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{X} \right) \right) \cdot \left[ \vec{p} \cdot \vec{H}^{\perp} \left( x \right) \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\epsilon_{0}}} - \left( \vec{R}^{0} \times \vec{p} \right) \cdot \vec{E}^{\perp} \left( x \right) \right] dS, \qquad (1.125)$$

где  $\vec{H}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{H}$ ,  $\vec{E}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{E}$ ,  $\vec{n}$  – орт нормали к S.

В случае, если речь идет об идеально проводящих рассеивателях,  $\vec{E}^T \Big|_S = 0$ , и равенство (1.125) переходит в следующее:

$$j \omega \vec{p} \cdot \vec{E}^{pac} \left( R \vec{R}^{0} \right) \sim \Omega \left( k_{0} R \right) k_{0}^{2} \omega \int_{S} exp \left( -j k_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{X} \right) \right) \cdot \left( \vec{p} \cdot \vec{H}^{\perp} (x) \right) \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} dS.$$

$$(1.126)$$

Тем не менее, отметим, что представление, аналогичное формуле (1.126), вытекает из (1.125) и в более широком классе рассеивателей, граничные свойства которых можно (с достаточной степенью точности) выразить условием импедансного типа:

$$\vec{E}^T = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} Z \vec{H}^\perp \quad \text{Ha} \quad S.$$
 (1.127)

Именно, при граничном условии вида (1.127) (выполняемом, например, на границе тела с большой конечной проводимостью, на границе некоторых типов радиопоглощающих материалов, применяемых в радиомаскировочных целях и др.) представление вектора  $\vec{E}^{pac}(R\vec{R}^0)$  можно получить, заменив в формуле (1.126) в скалярном произведении  $\vec{p} \cdot \vec{H}^{\perp}(x)$  вектор  $\vec{p}$  на вектор  $\vec{p}_Z = \vec{p} + (\vec{R}^0 \times \vec{p})Z$ .

Из формулы (1.126) следует строгое выражение для ЭПР идеально отражающего объекта. Так как  $|\vec{p} \cdot \vec{E}^0(x)| = p$ , то при R / D >> 1 имеет место асимптотическое равенство

$$4\pi R^{2} \frac{\left|\vec{p}\cdot\vec{E}^{pac}\left(R\vec{R}^{0}\right)\right|^{2}}{\left|\vec{p}\cdot\vec{E}^{0}\right|^{2}} \sim \frac{\pi}{\lambda^{2}} \left|\int_{S} exp\left(-jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{X}\right)\right)\frac{1}{p}\left(\vec{p}^{0}\cdot\vec{H}^{\perp}(x)\right)\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} dS\right|^{2},$$

откуда и выводим точную формулу для ЭПР:

$$\sigma_{S}^{III} \sim \frac{\pi}{\lambda^{2}} \left| \int_{S} exp\left( -j k_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{X} \right) \right) \frac{1}{p} \left( \vec{p}^{0} \cdot \vec{H}^{\perp} \left( x \right) \right) \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \, dS \right|^{2}. \quad (1.128)$$

Применение точной формулы (1.128), требует предварительного нахождения плотности поверхностного тока  $\vec{H}^{\perp}$  на S каким-либо строгим методом (с помощью метода собственных функций, интегральных уравнений и т.д.).

В практике расчетов ЭПР радиолокационных целей достаточно больших зарезонансных размеров обычно используют выражение плотности поверхностного тока  $\vec{H}^{\perp}$  в приближении физической оптики, что приводит к замене формулы (1.128) общеизвестной расчетной формулой [7, 8]:

$$\sigma_{S}^{III} \sim \frac{4\pi}{\lambda^{2}} \left| \int_{S_{ocs}} exp\left(-2 j k_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{X} \right) \right) \left( \vec{n} \cdot \vec{R}^{0} \right) dS \right|^{2}, \qquad (1.129)$$

где S<sub>осв</sub> – часть поверхности S, которую "освещает" поле падаюшей плоской волны.

Аналогично, в случае двумерной модели цилиндрического тела с направляющей линией *l*, не ограниченного вдоль образующих и облучаемого плоской волной, фронт которой параллелен образующим – величина ЭПР, отнесенная к единице длины образующей

$$\sigma_{l}^{II} = \lim_{R \to \infty} 2\pi R \frac{\left| \vec{p}^{0} \cdot \vec{E}^{pac} \left( R\vec{R}^{0} \right) \right|^{2}}{\left| \vec{p}^{0} \cdot \vec{E}^{0} \right|^{2}}.$$
 (1.130)

Эта величина, как будет показано, в точной теории выражается различным образом при Е- и Н-поляризациях.

Введем оси декартовой системы координат  $O x_1 x_2 x_3$  связанные с цилиндрическим рассеивателем так, чтобы орт  $\vec{e}_3$  был 78

параллелен образующим, а орт  $\vec{e}_1 = \vec{R}^0$  (орт луча, идущего от цели к радиолокатору). При Е-поляризации  $\vec{p}^0 = \vec{e}_3$ , при Н-поляризации примем  $\vec{p}^0 = -\vec{e}_2$ . Заметим, что при  $R \to \infty$  и  $\vec{p}^0 \perp \vec{R}^0$ 

$$\int_{-\infty}^{\infty} \vec{\epsilon_0}^e \left( x \left| R \vec{R}^0, \vec{p} \right. \right) dx_3 \sim \vec{p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \Omega\left( k_0 R \right) dx_3 =$$

$$= -\vec{p} \frac{k_0^2}{4 j \epsilon_0} H_0^{(1)} \left( k_0 R \right) \underset{R \to \infty}{\sim} \vec{p} \Omega^{II} \left( k_0 R \right) k_0 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \exp\left(-j k_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right),$$
(1.131)

где

$$\Omega^{II}(k_0 R) = -\frac{1}{4 j} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}} \exp\left(j k_0 R - \frac{\pi j}{4}\right).$$

Из (1.122) и (1.131) следует

$$\vec{p} \cdot \vec{E}^{pac} \left( R \, \vec{R}^0 \right) \sim \Omega^H \left( k_0 \, R \right) k_0 \int_{I} \left( \vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp \right) \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \, exp\left( - j \, k_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right) d \, l,$$
(1.132)

где при Е-поляризации  $\vec{p}^0 = \vec{e}_3$ ,  $\vec{E} = \vec{e}_3 u$ ,

$$\left(\vec{p}^{0}\cdot\vec{H}^{\perp}\right) = -\frac{1}{j\,\omega\mu_{0}}\frac{\partial u}{\partial n},\qquad(1.133)$$

а при Н-поляризации  $\vec{p}^0 = -\vec{e}_2$ ,  $\vec{H} = \vec{e}_3 v$ ,

$$\left(\vec{p}^{0}\cdot\vec{H}^{\perp}\right) = \left(\vec{n}\cdot\vec{R}^{0}\right)v. \qquad (1.134)$$

Таким образом, в силу (1.130) и (1.132)

$$\sigma_l^{II} = \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_l \left( \vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp \right) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \exp\left(-j k_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right) dl \right|^2, \quad (1.135)$$

79

где  $\left(\vec{p}^{0}\cdot\vec{H}^{\perp}\right)$  определяется формулами (1.133), (1.134) в зависимости от поляризации (параллельной или перпендикулярной).

В приближении физической оптики на освещенной стороне объекта

$$\vec{p}^0 \cdot \vec{H}^\perp \approx 2 \, \vec{p}^0 \cdot \vec{H}^{0\perp} = 2 \left( \vec{n} \cdot \vec{R}^0 \right) \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \exp\left(-j \, k_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right)$$

и формула (1.135) переходит в

$$\sigma_l^{II} \approx \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_{l_{ocs}} \left( \vec{n} \cdot \vec{R}^0 \right) exp\left( -j k_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right) dl \right|^2.$$
(1.136)

Если рассеиватель – бесконечно тонкий идеально проводящий экран, то в точных формулах (1.128), (1.135) можно проводить интегрирование по  $S^+$  и  $S^-$  (соответственно по  $l^+$  и  $l^-$ ) при фиксированном направлении нормали. В результате в эти формулы вместо  $\vec{H}^{\perp}$  войдет  $\vec{K} = (\vec{H}^{\perp})^{\dagger} - (\vec{H}^{\perp})^{-}$ :

$$\sigma_{S}^{III} \approx \frac{\pi}{\lambda^{2}} \left| \int_{S} exp\left( -jk\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right) \right) \left(\vec{p}^{0} \cdot \vec{K}\right) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \, dS \right|^{2}, \qquad (1.137)$$

$$\sigma_l^{II} \approx \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_l exp\left( -j \, k_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right) \left( \vec{p}^0 \cdot \vec{K} \right) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \, dl \, \right|^2.$$
(1.138)

Формулы же (1.130), (1.136) остаются, очевидно, без изменений.

Нахождение ЭПР бесконечных (по образующим) цилиндрических тел – как приближенное, так и строгое – требует существенно меньшего объема вычислений, чем расчет ЭПР реальных трехмерных объектов, и, вместе с тем, позволяет получить качественно верные сравнительные выводы о рассеивающих свойствах различных объектов, о характере зависимости их ЭПР от частоты и других параметров. Вместе с тем, как будет здесь показано, по "двумерным" ЭПР, в определенных условиях, можно получать и количественные оценки ЭПР реальных объектов. Продемонстрируем такую возможность, прежде всего, на анализе выражений для ЭПР конечного цилиндрического идеально проводящего экрана *S* с произвольной (незамкнутой) направляющей линией *l*. Предположим, что *l* расположена в плоскости  $x_1Ox_2$ , причем на *S*  $-d/2 \le x_3 \le d/2$ , а орт  $\vec{R}^0 = \sum_{i=1}^3 \vec{e}_i \cos \theta_i$ .

Введем в рассмотрение еще два орта:

$$\vec{R}_1^0 = \frac{1}{\sin\theta_3} \left( \vec{e}_1 \cos\theta_1 + \vec{e}_2 \cos\theta_2 \right), \quad \vec{R}_2^0 = \vec{e}_3 \cos\theta_3 + \vec{e}_2 \sin\theta_3.$$

Тогда, в приближении физической оптики

$$\begin{aligned} \sigma_{S}^{III} &\approx \frac{4\pi}{\lambda^{2}} \bigg| \int_{S} exp(-2jk_{0}(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}))(\vec{R}^{0}\cdot\vec{n})dS \bigg|^{2} = \\ &= \frac{4\pi}{\lambda^{2}} \bigg| \int_{l} exp(-2jk_{0}\sin\theta_{3}(\vec{R}_{1}^{0}\cdot\vec{x}))(\vec{R}_{1}^{0}\cdot\vec{n})dl \bigg|^{2} \cdot \\ &\cdot \bigg| \int_{-d/2}^{d/2} exp(-2jk_{0}x_{3}\cos\theta_{3})\sin\theta_{3}dx_{3} \bigg|^{2} = \\ &= \frac{1}{\pi\sin\theta_{3}}\frac{2\pi}{\lambda_{1}} \bigg| \int_{l} exp(-2jk_{1}(\vec{R}_{1}^{0}\cdot\vec{x}))(\vec{R}_{1}^{0}\cdot\vec{n})dl \bigg|^{2} \cdot \\ &\cdot \frac{2\pi}{\lambda} \bigg| \int_{-d/2}^{d/2} exp(-2jk_{0}(\vec{R}_{2}^{0}\cdot\vec{e}_{3}))\vec{x}_{3}(\vec{R}_{2}^{0}\cdot\vec{e}_{2})dx_{3} \bigg|^{2}, \end{aligned}$$

где  $k_1 = k_0 \sin \theta_3$ ,  $\lambda_1 = \lambda / \sin \theta_3$  и, таким образом,

$$\sigma_{S}^{III} = \frac{1}{\pi \sin \theta_{3}} \sigma_{1}^{II} \left( \vec{R}_{1}^{0}, \lambda_{1} \right) \cdot \sigma_{2}^{II} \left( \vec{R}_{2}^{0}, \lambda \right).$$
(1.139)

Здесь  $\sigma_1^{II}(\vec{R}_1^0, \lambda_1) - ЭПР$  бесконечной цилиндрической поверхности с направляющей *l* и образующими, параллельными  $Ox_3$ , зондируемой на длине волны  $\lambda_1 = \lambda / \sin \theta_3$ , в направлении  $-\vec{R}_1^0$ (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Геометрия облучения бесконечной цилиндрической поверхности

При этом

$$\cos \varphi = \frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_3}, \ \sin \varphi = \frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_3}$$

Величина же  $\sigma_2^{II}(\vec{R}_2^0,\lambda)$  есть ЭПР полосы  $(x_2 = 0, -\frac{d}{2} \le x_3 \le \frac{d}{2}, -\infty < x_1 < +\infty)$ , зондируемой в направлении  $-\vec{R}_2^0$  на исходной длине волны  $\lambda$  (рис. 1.6).



Рис. 1.6. Геометрия облучения бесконечной полосы

Практически соотношение (1.139) пригодно при достаточно больших углах  $\theta_3$ . Предположим, например, что  $\frac{\pi}{6} \le \theta_3 \le \frac{\pi}{2}$ , тогда  $\frac{1}{\pi \sin \theta_3} \le \left(\frac{1}{\pi}, \frac{2}{\pi}\right)$ . При облучении объекта *S* волной, фронт которой параллелен образующим цилиндра, имеем  $\theta_3 = \frac{\pi}{2}$  и поэтому  $\lambda_1 = \lambda$ ,  $\vec{R}_1^0 = \vec{R}^0$ ,  $\vec{R}_2^0 = \vec{e}_2$ ,

$$\sigma_{S}^{III} = \frac{1}{\pi} \sigma_{1}^{II} \left( \vec{R}^{0}, \lambda \right) \cdot \sigma_{2}^{II} \left( \vec{e}_{2}, \lambda \right).$$
(1.140)

Интересно и важно отметить, что аналог формулы (1.129), выведенной в приближении физической оптики, имеет место и если применить другие, более точные, чем в приближении физической оптики выражения для плотности поверхностного тока  $\vec{K}(x)$ .

Будем считать достаточно большим лишь параметр  $k_0 d$ (но не обязательно большими должны быть линейные размеры, характеризующие *l*) и примем, что на *S* функция  $\vec{K}(x)$  совпадает при  $-\frac{d}{2} \le x_3 \le \frac{d}{2}$  с плотностью поверхностного тока  $\vec{K}^{II}(x_1, x_2)$ , возбуждаемого на соответствующей бесконечной цилиндрической поверхности. Примем также, что  $\theta_3 = \frac{\pi}{2}$ , причем в плоскости  $x_1 O x_2$  орт  $\vec{R}^0$  ориентирован любым образом; вектор же  $\vec{p}$  ориентирован произвольно в плоскости, нормальной к  $\vec{R}^0$ .

Тогда, пользуясь точной формулой (1.137), получим:

$$\sigma_{S}^{III} = \frac{\pi}{\lambda^{2}} \left| \int_{l} exp\left(-j k_{0} \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) \left(\vec{p}^{0} \cdot \vec{K}^{II}\right) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} dl \int_{-d/2}^{d/2} dx_{3} \right|^{2} = \frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2\lambda} \left| \int_{l} exp\left(-j k_{0} \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) \left(\vec{p}^{0} \cdot \vec{K}^{II}\right) \frac{1}{p} \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} dl \left|^{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} d^{2} \right|^{2}.$$

Это означает, что в рассматриваемом приближении

$$\sigma_S^{III} = \frac{1}{\pi} \sigma_1^{II} \left( \vec{R}^0, \lambda, \vec{p}^0 \right) \cdot \sigma_2^{II} \left( \vec{e}_2, \lambda \right), \qquad (1.141)$$

причем в отличие от (1.139),  $\sigma_1^{II}$  здесь – точное значение двумерной ЭПР, а  $\sigma_2^{II}$  – то же, что и в (1.139) приближенное значение ЭПР плоской полосы при нормальном ее облучении. Существенно то, что в формуле (1.141) величина  $\sigma_1^{II}$ , а значит и стоящее в левой части значение ЭПР реального объекта  $\sigma_s^{III}$  зависит от орта поляризации  $\vec{p}^0$ , который, как указывалось, может быть выбран произвольно (при условии  $\vec{p}^0 \perp \vec{R}^0$ ).

Таким образом, рассчитав точно ЭПР  $\sigma_1^{II}$  двумерной модели (с этой целью решив соответствующее интегральное уравнение относительно плотности наведенных поверхностных токов  $\vec{K}^{II}(x)$ ), по формуле (1.141) находим более точное и более информативное (в частности, в отношении зависимости от поляризации зондирующей волны) выражение ЭПР реального объекта.

Точно таким же способом, каким выведено соотношение (1.140), получается еще одно аналогичное по структуре равенство,

в левой части которого точное значение  $\sigma_S^{III}$ , получаемое по формуле (1.137) при истинном распределении  $\vec{K}(x)$ , а ЭПР двумерной модели  $\sigma_1^{II}$  вычисляется по точной формуле (1.138), но с использованием приближенного выражения плотности тока  $\vec{K}^{II}(x_1, x_2)$ , получаемого усреднением  $\vec{K}(x)$  по координате  $x_3$ :

$$\vec{K}^{II}(x_1, x_2) = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \vec{K}(x) dx_3. \qquad (1.142)$$

Это замечание имеет скорее теоретический, чем расчетнопрактический смысл: равенство (1.141) оказывается точным, если плотность поверхностного тока в двумерной модели заменить интегральным средним (1.142). На практике, конечно, имеет более важное значение приближенное равенство (1.141) в его первоначальной, описанной выше трактовке.

Наконец заметим, что во всем проведенном в связи с формулой (1.141) рассмотрении l может представлять собой не одиночную линию, а совокупность нескольких дуг и, соответственно, поверхность S – совокупность нескольких цилиндрических поверхностей с образующими, параллельными оси  $Ox_3$ . Например, речь может идти о расчете – посредством формулы (1.141) – ЭПР двухзеркальной антенны при ее зондировании извне: решив систему интегральных уравнений относительно токов на системе зеркал  $l_1$ ,  $l_2$  и получив токи  $\vec{K}_1^{II}$ ,  $\vec{K}_2^{II}$  с учетом всех внутрисистемных взаимодействий и резонансов, вычисляем ЭПР антенной системы  $\sigma_S^{III}$  по формуле (1.141).

В случае рассеивателей, представляющих собой "поверхности двоякой кривизны", у которых (в отличие от цилиндрических поверхностей) ни одна из главных кривизн не равна нулю тождественно, резонансные эффекты зависимости ЭПР от частоты не могут быть рассчитаны посредством двумерных моделей. Возникающие в подобных задачах трудности и некоторые подходы к их преодолению рассмотрим на простом примере ЭПР бесконечно тонкого идеально проводящего параболоида вращения при его зондировании в осевом направлении.

Осевое зондирование параболоида S, уравнение которого  $2q x_3 = x_1^2 + x_2^2$ , причем  $x_1^2 + x_2^2 \le a^2$  и  $k_0 a >> 1$ , приводит (в приближении физической оптики) к ЭПР

$$\sigma_S^{III} = 2\pi q^2 \left( 1 - \cos 2k_0 d \right),^1 \tag{1.143}$$

где  $d = a^2/2q$  – возвышение краевых точек рассматриваемого экрана над плоскостью  $x_1 O x_2$ .

В соответствующей же двумерной задаче при зондировании в осевом направлении параболического цилиндра с направляющей линией l, уравнение которой  $2q x_3 = x_1^2$ , получаем (в том же физоптическом приближении) отнесенное к единице длины образующей значение ЭПР

$$\sigma_l^{II} = 4q \left| \int_0^{\sqrt{2kd}} e^{jt^2} dt \right|^2 = 4\pi q \left[ C^2 \left( \sqrt{2k_0 d} \right) + S^2 \left( \sqrt{2k_0 d} \right) \right], (1.144)$$

где C(x), S(x) – интегралы Френеля [31].

Как функции частоты (или волнового числа  $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ ) величины (1.143), (1.144) имеют быстроосциллирующий характер, причем амплитуда этих колебаний в двумерном случае (формула (1.144)) затухает при увеличении частоты и уже при  $k_0 d \ge 10$  $\sigma_l^H \approx \pi q$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Простые подсчеты, дающие выражение (1.143) и приводимое ниже значение (1.144) ЭПР двумерной модели, мы опускаем

Для трехмерного же объекта осцилляции ЭПР, выражаемой равенством (1.143), не гаснут и в высокочастотной области, при этом, небольшие колебания частоты могут очень заметно изменить  $\sigma_S^{III}$ ; резонансные эффекты, имеющие здесь место при  $k_0 a >> 1$ , обусловлены наличием второго параметра,  $k_0 d$ , и при  $k_0 d \rightarrow 0$  исчезают.

Однако, вместо такой неустойчивой, подверженной случайным колебаниям величины как  $\sigma_S^{III}$ , можно ввести ее усредненное по частоте значение

$$\overline{\sigma}_{S}^{III}(k_{1},k_{2}) = 2\pi q^{2} \frac{1}{k_{2}-k_{1}} \int_{k_{1}}^{k_{2}} (1-\cos(2k_{0}d)) dk_{0} = ,$$
$$= 2\pi q^{2} \left(1 - \frac{\sin(2k_{2}d) - \sin(2k_{1}d)}{2(k_{2}-k_{1})d}\right),$$

которое при достаточно больших значениях параметра  $2(k_2 - k_1)d$  является близким к постоянной величине:

$$\overline{\sigma}_{S}^{III}(k_{1},k_{2}) \approx 2\pi q^{2}. \qquad (1.145)$$

Аналогично, при таком усреднении

$$\overline{\sigma}_l^{II}(k_1, k_2) \approx \pi q , \qquad (1.146)$$

так, что имеет место соотношение:

$$\overline{\sigma}_{S}^{III}(k_{1},k_{2}) \approx \frac{2}{\pi} \left[ \overline{\sigma}_{l}^{II}(k_{1},k_{2}) \right]^{2}.$$
(1.147)

Равенства (1.139)<sup>1</sup>, (1.140), (1.141), (1.147), выражающие ЭПР различных объектов и притом рассчитанные на основе

87

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> При достаточно большом  $\theta_3$ ; например  $\theta_3 \ge \pi/6$ .

разных методик, обладают общностью структуры и следующей количественной закономерностью: ЭПР трехмерного объекта (при фиксированной частоте – в нерезонансном случае, или же значение, усредненное по частоте – при наличии резонанса) представляется произведением соответствующих<sup>2</sup> "двумерных" ЭПР (или же усреднений по частоте) на некоторый безразмерный коэффициент обычно порядка нескольких десятых, зависящий, вообще говоря, от конфигурации рассеивающего объекта, направления зондирования и поляризации зондирующего сигнала.

Можно продемонстрировать выполнение этой количественной закономерности на большом числе конкретных примеров, как в приближении физической оптики, так и на основе более точных аппроксимаций поверхностного тока (в частности, на основе метода краевых волн [7, 8]).

Например, в приближении физической оптики ЭПР плоской фигуры *S* (произвольной формы) при зондировании в направлении нормали

$$\sigma_{S}^{III} = \frac{4\pi}{\lambda^{2}} \left| \iint_{S} dS \right|^{2} = \frac{4\pi}{\lambda^{2}} S^{2} = \frac{4\pi}{\lambda^{2}} \gamma^{2} d_{1}^{2} d_{2}^{2},$$

где  $d_1$ ,  $d_2$  – размеры какого-либо прямоугольника, касательным образом охватывающего S, а параметр  $\gamma$  есть отношение S к  $d_1d_2$ , так что  $0 < \gamma \le 1$ . С другой стороны, двумерные ЭПР касательных к S полос ("лент") с поперечными размерами  $d_1$ ,  $d_2$ 

$$\sigma_1^{II} = \frac{2\pi}{\lambda} d_1, \quad \sigma_2^{II} = \frac{2\pi}{\lambda} d_2,$$

и поэтому

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Речь идет о погонных ЭПР двух цилиндрических поверхностей, образующие которых взаимно перпендикулярны, а направляющие линии определены геометрией исходного объекта.

$$\sigma_S^{III} = \frac{\gamma^2}{\pi} \sigma_1^{II} \sigma_2^{II}. \qquad (1.148)$$

В частном случае кругового или эллиптического диска безразмерный коэффициент  $\gamma^2 / \pi = \pi / 16$ .

В заключение необходимо подчеркнуть, что сформулированное выше количественное соотношение, связывающее ЭПР реальных трехмерных объектов со значениями ЭПР двумерных моделей, строго установлено лишь по отношению к некоторым типам зондируемых объектов и при точно оговоренных, предположениях о направлениях зондирования и методике аппроксимации плотности поверхностного тока. В других же задачах, выходящих за пределы строго проведенных здесь рассмотрений, указанное соотношение можно рассматривать как эвристический подход к получению ориентировочных оценок величины ЭПР.

#### Глава 2

### Методы расчета характеристик рассеяния объектов сложной формы

Получение радиолокационной информации о радиолокационных объектах посредством проведения натурных и физических экспериментов связано со значительными материальными, организационными и временными затратами. Поэтому в качестве наиболее доступного способа получения информации о характеристиках рассеяния можно рассматривать метод математического моделирования. Классические асимптотические методы высокочастотной дифракции не позволяют без должных обобщений и усовершенствований рассчитывать характеристики рассеяния с учетом таких факторов, как сложность поверхности объекта, наличие различных радиопоглощающих материалов на поверхности объекта, в том числе, на изломах поверхности, наличие подстилающей поверхности, возможность разнесенного приема. В связи с этим получение характеристик рассеяния реальных воздушных и наземных объектов требует развития теории электромагнитного рассеяния и создания обобщенных методов расчета радиолокационных характеристик для объектов сложной формы с неидеально отражающей поверхностью.

В главе излагается разработанный авторами метод расчета характеристик рассеяния воздушных объектов сложной формы с неидеально отражающей поверхностью [32, 33]. Метод основан на раздельном оценивании вкладов гладкой и кромочной частей поверхности объекта в общее рассеянное поле. При этом полное поле на гладких участках поверхности объекта вычисляется с помощью метода Кирхгофа либо его обобщения на случай наличия радиопоглощающих покрытий. Поле, рассеянное кромочными участками поверхности, рассчитывается с использованием решения модельной задачи о дифракции наклонно падающей плоской монохроматической волны на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре. Предлагаемый метод позволяет рассчитывать ЭПР воздушного идеально проводящего объекта, полностью либо частично покрытого РПМ (рис.2.1). При этом объект может иметь нерегулярности поверхности в виде изломов, также снабженных РПП. ЭПР может быть получена как при совмещенном, так и при разнесенным приеме.



Рис.2.1. Модель воздушного объекта

Необходимо также отметить, что предлагаемый метод позволяет рассчитывать ЭПР объекта, полностью выполненного из диэлектрических либо композитных материалов.

Для наземных объектов (рис. 2.2) предлагается метод расчета, позволяющий учитывать наличие подстилающей поверхности с заданными электромагнитными характеристиками [34 – 38]. Из-за наличия границы раздела "воздух-земля" на поверхности объекта возникают две взаимно-пересекающиеся освещенные области, первая из которых вызвана прямой волной падающей из точки облучения, а вторая – волной, отраженной от земной поверхности.



Рис. 2.2. Модель наземного объекта

Полученные интегральные представления позволяют указать на четыре главных пути распространения электромагнитных волн в описываемой системе: "передатчик-объект-приемник", "передатчик-объект-земля-приемник", "передатчик-земля-объектприемник", "передатчик-земля-объект-земля-приемник". Для наземных объектов метод также позволяет рассчитывать характеристики рассеяния при наличии радиопоглощающих покрытий на поверхности объекта.

## 2.1. Моделирование геометрии поверхности объектов сложной формы

Расчет характеристик рассеяния объекта сложной формы требует математического описания его поверхности [39]. Кроме того, необходимо иметь информацию об электромагнитных характеристиках материалов, из которых изготовлен объект.

В процессе разработки и совершенствования методов расчета характеристик рассеяния, а также по мере развития вычислительных средств использовались различные методы моделирования поверхности объекта. Однако и сейчас описание поверхности объекта сложной формы требует ручного труда в больших объемах.

Основными методами моделирования поверхности объектов в настоящее время являются [40 – 44]:

1. Метод тел вращения. Применим, например, для фюзеляжей самолетов или ракет, так как их форма часто может аппроксимироваться телом вращения.

2. Метод аналитического описания поверхности. Также может применяться для тел простой формы – например тел, поверхность которых описывается уравнениями второго порядка (шар, цилиндр, эллипсоид).

3. Метод простейших компонентов. Он применим к объектам больших электрических размеров, для которых выполняется неравенство  $L >> \lambda$ , где L – характерный размер объекта,  $\lambda$  – длина зондирующей волны. Объект разбивается на отдельные части, каждая из них представляется наиболее подходящим телом простой формы (диск, цилиндр, конус и т.д.), значения ЭПР которых хорошо известны. То есть поверхность исследуемого объекта может быть представлена совокупностью участков поверхностей тел простой формы. К недостаткам метода можно отнести высокую трудоемкость и недостаточную точность описания поверхности (в большей степени в местах стыка тел простой формы).

4. Проволочные модели. Метод, основанный на представлении поверхности в виде набора тонких проводников. Метод имеет широкое распространение при расчете характеристик рассеяния объектов в резонансной и рэлеевской областях.

5. Метод, основанный на аппроксимации поверхности объекта элементарными участками (например, треугольными или квадратными пластинами), так называемая фацетная модель. Основными достоинствами метода являются: отсутствие ограничений на геометрию объекта; возможность детального учета фазовых соотношений при расчете радиолокационных характеристик. В настоящее время именно фацетный метод представления геометрии объекта находит наибольшее применение. К числу основных недостатков относят необходимость наличия оцифрованной поверхности исследуемого объекта, сложность и затратность алгоритмов определения освещенных и затененных участков поверхности объекта, большое количество фацет, необходимых для моделирования поверхности. Например, для модели идеально проводящего эллипсоида с размерами полуосей 1 м, 2 м, 3 м необходимое число фацет находится в диапазоне 60000-80000 для получения рассеянного поля с помощью Кирхгофовского интеграла (по заданному распределению тока на поверхности) с точностью 2...4% при зондировании в сантиметровом диапазоне волн. В моделях реальных летательных аппаратов количество фацет доходит до нескольких сотен тысяч. И такой расчет требует больших затрат машинного времени.

В настоящей главе предлагается метод моделирования, учитывающий наличие изломов поверхности объекта. Изначально рассеивающие поверхности и элементы объекта разбиваются на несколько групп: гладкая часть поверхности, кромочные локальные участки рассеяния, антенная система переднего обзора под носовым диэлектрическим обтекателем (при ее наличии на исследуемом объекте). Рассмотрим моделирование указанных рассеивающих частей поверхности объектов.

Гладкая часть поверхности аппроксимируется участками трехосных эллипсоидов. Количество используемых эллипсоидов для каждого исследуемого объекта выбирается индивидуально, в зависимости от сложности поверхности объекта, требуемой степени детализации, которая определяется длиной волны зондирующего сигнала при математическом моделировании характеристик вторичного излучения объекта. 2.1. Моделирование геометрии поверхности объектов сложной ...

Каждый эллипсоид задается следующими параметрами (рис. 2.3):



Рис. 2.3. Геометрические параметры эллипсоида

1. размеры полуосей эллипсоида *a*,*b*,*c*;

2. углы поворота системы координат эллипсоида O'x'y'z' относительно системы координат Oxyz, связанной с объектом,  $\alpha_X, \alpha_Y, \alpha_Z$ ;

3. координаты центра эллипсоида O' в системе координат  $Oxyz x_0, y_0, z_0$ ;

4. электромагнитные параметры покрытия элемента поверхности объекта, а именно: толщина покрытия  $\delta$ , относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости радиопоглощающего покрытия  $\varepsilon'$ ,  $\mu'$ . Если участок поверхности объекта является идеально проводящим, то толщина покрытия принимается равной нулю. В случае, если элемент объекта полностью выполнен из композитного материала, параметром эллипсоида, указывающим на данное обстоятельство, является отрицательное значение  $\delta$ ;

5. участок эллипсоида, используемый при моделировании поверхности объекта, выделяется с помощью отсекающих

плоскостей. Каждая отсекающая плоскость задается координатами  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$  вектора, нормального к ее поверхности, а также параметром η (рис.2.4). Значение η определяет выбор части эллипсоида при проведении отсекающей плоскости. Отсекающая плоскость делит пространство на две части. Если  $\eta = 1$ , то выбирается то полупространство, которому принадлежит начало координат. Если необходимо выбрать другое полупространство, то  $\eta = -1$ . Вместе с полупространством выбирается необходимая часть эллипсоида. Пересечение выбранных полупространств ограничивает область, в которой находится участок эллипсоида, используемый при моделировании гладкой части поверхности исследуемого объекта. Количество отсекающих плоскостей для каждого эллипсоида не ограничено.



Рис. 2.4. К определению отсекающей плоскости

Использование в качестве аппроксимирующего элемента участка трехосного эллипсоида позволяет с высокой точностью моделировать широкий спектр поверхностей объекта.

Кромочные локальные участки исследуемых объектов моделируются с помощью описания линии излома поверхности. Предполагается, что линия излома поверхности – участок плоской кривой. При этом ребро криволинейного излома аппроксимируется участком эллипса, а ребро прямолинейного излома – отрезком прямой.

Каждый прямолинейный излом поверхности задается следующими параметрами (рис. 2.5):



Рис. 2.5. Моделирование прямолинейного излома

1. координаты первого конца излома  $x_1, y_1, z_1$  в системе координат *Oxyz*, связанной с объектом;

2. координаты второго конца излома  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$ ;

3. координаты единичного вектора  $\vec{g}$ , ортогонального к одной из граней излома;

4. угол φπ – внешний угол раствора клина, подстроенного касательным образом к излому;

5. единичный вектор  $\vec{w}$ , ортогональный вектору  $\vec{g}$  и ребру излома, и направленного в свободное пространство в сторону от излома;

6. параметры покрытия ребра излома, а именно, радиус тороидального покрытия *r*, относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости материала радиопоглощающего покрытия ε', μ';

7. радиус поверхности интегрирования  $r_0$ , охватывающей ребро излома. Величина  $r_0$  определяются так, чтобы выполнялось условие  $r \le r_0 < \lambda$  ( $\lambda$  – длина падающей монохроматической волны).

Каждый криволинейный излом поверхности задается следующими параметрами (рис. 2.6.):



Рис. 2.6. Моделирование криволинейного излома

1. координаты центра эллипса, описывающего линию излома кромки,  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  в системе координат *Oxyz*, связанной с объектом;

2. координаты единичного вектора  $\vec{g}$ , ортогонального к плоскости кромки;

3. полуоси аппроксимирующего эллипса *a*, *b*;

4. единичный вектор  $\vec{w}$ , ортогональный к линии кромки и параллельный одной из полуосей эллипса (рис. 2.6);

5. угол  $\theta$  между плоскостью кромки (эллипса) и внутренней гранью излома в плоскости, проходящей через векторы  $\vec{g}$  и  $\vec{w}$ ;

6. угол φπ – внешний угол раствора клина, подстроенного касательным образом к кромке;

98

7. радиус тороидального покрытия r, относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости радиопоглощающего покрытия  $\varepsilon'$ ,  $\mu'$ , а также радиус поверхности интегрирования  $r_0$ , охватывающей ребро излома, определяемый аналогично случаю с прямолинейным изломом (рис. 2.5);

8. участок эллипса, используемый при моделировании криволинейного излома поверхности объекта, выделяется с помощью отсекающих плоскостей аналогично использованию отсекающих плоскостей при моделировании гладкой части поверхности объекта (рис. 2.4). Количество отсекающих плоскостей ограничено, однако обычно для выделения необходимого участка эллипса необходимы 1–2 плоскости.

Необходимо отметить, что наиболее важными параметрами кромочных участков являются угловые параметры и вектор  $\vec{g}$ , которые определяют ориентацию кромки по отношению к направлению прихода падающей волны. Исследование характера полей, рассеянных изломами поверхности проведено в [7]. В [28, 45] получены зависимости уровня поля, рассеянного изломом поверхности, от ракурса облучения, внешнего угла клина, радиуса и проницаемостей торообразного покрытия кромки излома.

Антенная система переднего обзора с носовым диэлектрическим обтекателем задается следующими параметрами (рис. 2.7):

1. координаты центра основания конуса обтекателя  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  в системе координат *Охуг*, связанной с объектом;

2. вектор *š*, определяющий положение оси обтекателя в системе координат *Oxyz*, связанной с объектом;

3. угол полураскрыва конуса обтекателя θ;

4. высота конуса обтекателя *h* и расстояние от вершины конуса до вершины зеркала антенны *d*;

5. толщина стенки обтекателя δ и относительная диэлектрическая проницаемость материала обтекателя ε';

6. радиус апертуры зеркала антенны r и фокальный параметр p антенны, имеющей вид конечного (вдоль оси) параболоида вращения;

7. единичный вектор  $\vec{g}$ , направленный вдоль оси антенны и определяющий ориентацию антенны.



Рис. 2.7. Модель антенной системы с коническим диэлектрическим обтекателем

Описанное моделирование рассеивающих элементов поверхности объекта проводится вручную, так как автоматизация этого процесса осложнена многообразием и сложностью конфигураций объектов.

При получении характеристик рассеяния гладкая часть поверхности разбивается на треугольные фацеты для использования предложенного в главе метода расчета. Для определения "освещенной" части поверхности объекта использован модифицированный метод определения "освещенности", основанный на методе трассировки лучей [46]. При этом определение "освещенности" *j*-го фацета проводится в два этапа.

1. Проводится проверка попадания *j*-го фацета на ту часть *l*-го эллипсоида, которая используется при аппроксимации поверхности объекта исследования, то есть определяется находится ли данная точка на "рабочей" части эллипсоида. Также проверяется, находится ли *j*-й фацет на "освещенной" части *l*-го эллипсоида при условии, что другие эллипсоиды отсутствуют.

2. Проводится проверка на затенение *j*-го фацета любыми другими фрагментами объекта. Через центр *j*-го фацета проводится прямая M с направляющим ортом  $\vec{R}^0$ , соединяющая фацет с точкой облучения (приема). Каждый из эллипсоидов, использованных при аппроксимации поверхности объекта, проверяется на пересечение с указанной прямой (рис. 2.8). В отличие от метода трассировки лучей [46], проверка на видимость *j*-го фацета проводится не с каждым фацетом на поверхности k -го "затеняющего" эллипсоида, а со всем k-м эллипсоидом. Для этого с помощью линейного преобразования k-й эллипсоид переводится в шар единичного радиуса с центром в начале координат. Если расстояние между прямой M в новом преобразованном пространстве и центром преобразованной системы координат меньше единицы, то k-й эллипсоид может затенять j-й фацет. В этом случае вычисляются координаты точек пересечения прямой M с k - м эллипсоидом. При этом полученные точки проверяются на попадание в "рабочую" часть k -го эллипсоида. Если точки пересечения находятся на "рабочей" части проверяемого эллипсоида, то принимается решение, что *j*-й фацет затенен и далее не учитывается при расчетах рассеянного поля. Данные действия производятся для всех эллипсоидов, с помощью которых аппроксимируется поверхность объекта. Такой подход к определению видимости участков поверхности объекта позволяет существенно сократить машинные затраты при нахождении "освещенной" части поверхности объекта по сравнению с классическим методом трассировки лучей.

Аналогичным образом проводится проверка на "освещенность" кромочных локальных участков рассеяния. При этом в качестве затеняющих элементов также рассматриваются гладкие участки поверхности объекта.



Рис. 2.8. Проверка фацет на затенение другими фрагментами поверхности объекта

При составлении математической модели изломов поверхности важно учитывать предполагаемый диапазон длины волны зондирующего сигнала. Так, для длины зондирующей волны 3см кромка, геометрические размеры которой 0,01...0,03 м и менее, будет давать достаточно малый вклад в суммарное вторичное излучение (для танка Т-90 менее 0,1% от величины суммарного вторичного излучения). Однако, именно такие кромочные участки, геометрические размеры которых соизмеримы с длиной волны зондирующего сигнала в миллиметровом и сантиметровом диапазоне, преобладают в конструкции наземных объектов (крепления, болты, технологические люки и т.д.). Учет этих элементов в модели поверхности значительно замедляет процесс вычисления, однако существенно не увеличивает точность расчета величины рассеянного поля. Поэтому изломы поверхности и внешние элементы объекта малых геометрических размеров не учитывались при моделировании поверхности исследуемых объектов. Если же при разработке образцов вооружения и военной техники, необходимо вычислять их характеристики рассеяния с максимальной точностью, то необходимо учитывать все элементы поверхности, вносящие в общее рассеянное поле вклад, сравнимый с требуемой точностью конечных результатов.

Ошибки моделирования поверхности объектов могут вызывать существенное искажение расчетных значений вторичного излучения, проявляющиеся как в смещении максимумов диаграммы вторичного излучения, так и в изменениях амплитуд рассеянного поля. В связи с этим, проведение моделирования поверхности радиолокационного объекта требует особой тщательности.

Для проверки работоспособности используемого метода моделирования поверхности объектов сложной формы было проведено моделирование поверхностей некоторых образцов вооружения и военной техники. На рис. 2.9 приведена модель поверхности самолета МиГ-29, состоящая из 25 фрагментов поверхностей трехосных эллипсоидов, 42 кромочных участков и антенной системы под носовым диэлектрическим обтекателем. На рис. 2.10 приведена модель поверхности танка Т-90, состоящая из 96 фрагментов поверхностей трехосных эллипсоидов и 54 кромочных участков.



Рис. 2.9. Модель поверхности самолета МиГ-29



Рис. 2.10. Модель поверхности танка Т-90

Описанный в разделе метод позволяет моделировать поверхность различных радиолокационных объектов. Точность описания поверхности объекта может быть повышена за счет увеличения количества используемых при моделировании эллипсоидов и кромок. Предложенный метод сочетает преимущества метода простейших компонент при определении "освещенной" части поверхности объекта и метода фацет при описании поверхности и дальнейшем расчете характеристик рассеяния.

# 2.2. Метод расчета характеристик рассеяния воздушных объектов сложной формы с неидеально отражающей поверхностью

Предлагаемый метод расчета позволяет рассчитывать характеристики рассеяния уединенного объекта с неидеально отражающей поверхностью. Поверхность объекта может либо быть гладкой, либо иметь изломы в виде острых кромок, снабженных РПМ. В частности, поверхность такого вида (совокупность гладких и кромочных областей с использованием РПП) имеют объекты, выполненные по технологии "Stealth" [47]. Таким образом, у воздушных объектов с неидеально отражающими поверхностями рассеивающими областями являются именно гладкие и кромочные участки поверхности (рис. 2.11).



Рис. 2.11. Модель объекта в свободном пространстве

Хорошо известно [48], что, вычислив значения тангенциальных составляющих полного поля на любой замкнутой поверхности, охватывающей рассеиватель, можно с помощью квадратур получить значение рассеянного поля в любой точке вне охватывающей поверхности. Метод расчета характеристик рассеяния объектов с изломами поверхности основан на предварительном разбиении поверхности, охватывающей объект, на некоторые окрестности изломов (поперечные размеры которых лежат в резонансной области) и гладкую часть поверхности объекта (вне этих окрестностей). Для расчета рассеянного поля используются интегральные представления типа Кирхгофа. Таким образом, поверхность интегрирования, охватывающая рассеиватель, в этих интегральных представлениях выбирается совпадающей с поверхностью объекта везде за исключением некоторой окрестности изломов.

Рассмотрим плоскую электромагнитную монохроматическую волну единичной амплитуды с ортом поляризации  $\vec{p}^0$  и направлением распространения, характеризуемым ортом  $\vec{R}^0$ ,

$$\vec{E}^{0}(\vec{x}) = \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right),$$
$$\vec{H}^{0}(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}}\left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}^{0}\right)\exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right),$$
(2.1)

которая падает на поверхность объекта, расположенного в свобод-

ном пространстве (рис. 2.11). Здесь  $k_0$  – волновое число в свободном пространстве ( $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина падающей монохроматической волны),  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума,  $\vec{x}$  – радиус-вектор текущей точки. Поле, рассеянное объектом в направлении  $\vec{r}^0$  (проекция на направление  $\vec{p}$ ), с помощью леммы Лоренца может быть представлено в виде [28]

$$\vec{p} \cdot \vec{E}_{S} = -jk_{0} \frac{\exp\left(jk_{0}R\right)}{4\pi R} \cdot \int_{S} \left(\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \left(\vec{p} \cdot \vec{H}^{\perp}\right) + \left(\vec{p} \times \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{E}^{\perp}\right) \exp\left(-jk_{0}\left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) dS, \qquad (2.2)$$

где R – расстояние от объекта до точки наблюдения,  $\vec{E}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{E}$ ,  $\vec{H}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{H}$ ,  $(\vec{E}, \vec{H})$  – полное поле,  $\vec{n}$  – орт внешней нормали к поверхности интегрирования S, охватывающей рассматриваемый объект. Выберем S так, чтобы она совпадала с поверхностью объекта везде за исключением окрестностей изломов, где она проходит по тороидальной поверхности кругового сечения, "натянутого" на излом (рис. 2.11). При этом указанный тор охватывает кромку и радиопоглощающее покрытие, которое расположено на ребре. Радиус сечения тора выбирается из условия, чтобы поле в точках пересечении тора с гранями кромки уже практически не содержало вкладов, вызванных рассеянием от кромки, и могло рассчитываться в приближении физической оптики, как для гладких участков поверхности. В этом случае поверхность S можно представить в виде суммы  $S=S_1+S_0$ , где  $S_1$  совпадает с гладкими (вообще говоря, неидеально проводящими участками поверхности), а  $S_0$  – совокупность тороидальных окрестностей кромок. Таким образом, интеграл в (2.2) представляет собой сумму интегралов по поверхностям S<sub>1</sub> и S<sub>0</sub>.

#### 2.2.1. Рассеяние на гладких участках поверхности объекта

Поле, рассеянное гладкой поверхностью, можно получить с помощью квадратур, зная значение тангенциальных составляющих полного поля  $(\vec{E}^T, \vec{H}^T)$  на поверхности объекта [48]. Учитывая, что в радиолокационном случае обычно характерные размеры гладких участков объектов много больше длины волны облучения (высокочастотный диапазон), естественно находить значения  $\vec{E}^T$ ,  $\vec{H}^T$  приближенно. Так для гладких идеально проводящих участков поверхности, покрытых слоем РПМ,  $\vec{E}^T$ ,  $\vec{H}^T$  полагаются равными соответствующим их значениям на поверхности подстроенного в рассматриваемой точке плоского слоя (из того же материала) на идеально проводящей подложке. Поле, рассеянное гладкой частью поверхности объекта  $S_1$  в направлении  $\vec{r}^0$ , может быть представлено в виде части выражения (2.2)

$$\vec{p} \cdot \vec{E}_{S_1} = -jk_0 \frac{exp(jk_0R)}{4\pi R} \cdot \int_{S_1} \left( \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left( \vec{p} \cdot \vec{H}^\perp \right) + \left( \vec{p} \times \vec{r}^0 \right) \cdot \vec{E}^\perp \right) exp\left( -jk_0 \left( \vec{r}^0 \cdot \vec{x} \right) \right) dS.$$
(2.3)

В локационном случае, обычно, гладкие участки поверхности объекта имеют большие электрические размеры и малые кривизны. В приближении физической оптики [28] повернутые на 90 градусов в касательной плоскости тангенциальные составляющие поля  $\vec{E}^{\perp}(\vec{x})$ ,  $\vec{H}^{\perp}(\vec{x})$  в (2.2) могут быть заменены соответствующими значениями  $\tilde{\vec{E}}^{\perp}(\vec{x})$ ,  $\tilde{\vec{H}}^{\perp}(\vec{x})$  на плоскости, касательной к поверхности  $S_1$  в точке  $\vec{x}$ . При этом для идеально проводящих участков поверхности объекта, покрытых слоем радиопоглощающего материала, подстраиваемая плоскость представляет собой поверхность плоскопараллельного слоя РПМ, расположенного на
идеально проводящей подложке. В точках х поверхности, ограничивающей части объекта, полностью выполненные из композиционного материала, подстраиваются полупространства с электродинамическими характеристиками данного материала. Это оправдано тем обстоятельством, что волна, прошедшая в достаточно протяженную область, заполненную композитом, практически полностью затухает. Так, например, передняя кромка фюзеляжа самолета В2 состоит из многослойного РПМ толщиной более 200 мм, покрывающего металлическую сотовую конструкцию, ячейки которой заполнены радиопоглощающим материалом с плотностью, повышающейся в направлении от переднего края ячейки к заднему [49]. В результате электромагнитные волны частично поглощаются многослойным покрытием, а затем наполнителем в ячейках сот и ослабляется при многократном отражении от ее внутренних стенок. Крылья самолета полностью выполнены из композиционных материалов. Таким образом, для получения значения поля, рассеянного гладкой частью поверхности объекта, в приближении физической оптики необходимо решить две модельных задачи: о рассеянии плоской монохроматической волны (2.1) проводящей покрытой РПМ идеально плоскостью, слоем (рис. 2.12 а), и о рассеянии той же плоской волны на полупространстве из композиционного материала (рис. 2.12 б).

Обычно решение данных задач [50] сводится к нахождению отраженного поля для двух взаимно ортогональных поляризаций падающей волны, связанных с вектором  $\vec{R}^0$  и ортом оси  $Ox_2$ . Изза этого возникают сложности с получением решений, равномерно пригодных для любых углов падения и поляризаций зондирующей волны. Так, при углах падения, близких к нормальным, разложение падающего поля на две ортогональные составляющие приводит к появлению неопределенностей. Однако именно отражение от участков поверхности объекта, для которых ракурсы облучения близки к нормальным, вносит наибольший вклад в общее рассеянное объектом поле. В связи с этим необходимо иметь решение,

равномерно пригодное для широкого диапазона углов облучения, в том числе, и для ракурсов облучения, близких к нормальным.



Рис. 2.12. Рассеяние на неидеально отражающей поверхности

Рассмотрим решение модельной задачи о рассеянии плоской монохроматической волны на плоскопараллельном поглощающем слое, расположенном на идеально проводящей подложке (рис.2.12 а). Решение будем искать в виде [32]

$$\begin{pmatrix} \tilde{\vec{E}}(\vec{x}) \\ \tilde{\vec{H}}(\vec{x}) \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} \vec{p}^{0} \\ (\vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0}) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \end{pmatrix} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x})) + \\ + \begin{pmatrix} \vec{p}^{1} \\ (\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1}) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \end{pmatrix} exp(jk_{0}(\vec{R}^{1} \cdot \vec{x})), \quad x_{2} < 0, \qquad (2.4) \\ \begin{pmatrix} \tilde{\vec{e}}(x_{2}) \\ \tilde{\vec{\mathcal{H}}}(x_{2}) \end{pmatrix} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0T} \cdot \vec{x})), \quad 0 < x_{2} < \delta, \end{cases}$$

где  $\vec{R}^1 = \vec{R}^0 - 2\vec{n}(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}), \ \vec{R}^{0T} = \vec{R}^0 - \vec{n}(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}).$ 

Поскольку для данной задачи важным является нахождение

именно отраженного поля, решение сводится к определению комплексного вектора  $\vec{p}^1$ .

Подставив выражение для полного поля внутри слоя в волновое уравнение Гельмгольца, получим обыкновенные дифференциальные уравнения для тангенциальных составляющих векторов  $\vec{\varepsilon}(x_2)$  и  $\vec{\mathcal{H}}(x_2)$ 

$$\frac{d^{2}\vec{\mathscr{E}}^{T}}{dx_{2}^{2}} + k_{1}^{2}\cos^{2}\theta_{1}\vec{\mathscr{E}}^{T} = 0, 
\frac{d^{2}\vec{\mathscr{H}}^{T}}{dx_{2}^{2}} + k_{1}^{2}\cos^{2}\theta_{1}\vec{\mathscr{H}}^{T} = 0,$$
(2.5)

Где  $\cos^2 \theta_1 = 1 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_1' \mu_1'}; \quad k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_1' \mu_1'}; \quad \varepsilon_1', \quad \mu_1'$  – относительная

диэлектрическая и магнитная проницаемости материала поглотителя; θ – угол падения волны на слой.

Запишем граничные условия для тангенциальных составляющих поля  $(\vec{e}(x_2), \vec{\mathcal{H}}(x_2))$  на идеально отражающей поверхности  $(x_2 = \delta)$ :

$$\vec{\mathscr{E}}^{T}(\delta) = 0, \qquad \frac{d \, \vec{\mathscr{H}}^{T}(\delta)}{d \, x_{2}} = 0.$$
 (2.6)

Используя граничные условия (2.6), из выражения (2.5) можно получить

$$\vec{\varepsilon}^{T}(x_{2}) = \vec{U}^{T} \sin(k_{1} \cos \theta_{1} (\delta - x_{2})),$$

$$\vec{\mathcal{H}}^{T}(x_{2}) = \vec{V}^{T} \cos(k_{1} \cos \theta_{1} (\delta - x_{2})),$$
(2.7)

где векторы  $\vec{U}^T$ ,  $\vec{V}^T$  подлежат нахождению. Из уравнений Максвелла вытекает, что между  $\vec{U}^T$  и  $\vec{V}^{\perp}$  существует линейная связь:

$$\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \ j \cos \theta_1 \vec{V}^\perp = \vec{U}^T - \frac{\vec{R}^{0\perp} \left( \vec{R}^{0\perp} \cdot \vec{U}^T \right)}{\epsilon_1' \, \mu_1'}, \tag{2.8}$$

где  $\vec{R}^{0\perp} = \left(\vec{n} \times \vec{R}^0\right).$ 

Запишем граничные условия для поверхности поглощающего слоя (  $x_2 = 0$  ):

$$\vec{p}^{0T} + \vec{p}^{1T} = \vec{U}^T \sin\left(k_1 \cos\theta_1 \delta\right),$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \vec{n} \times \left[ \left( \vec{R}^0 \times \vec{p}^0 \right) + \left( \vec{R}^1 \times \vec{p}^1 \right) \right] = \vec{V}^\perp \cos(k_1 \cos\theta_1 \delta).$$
(2.9)

Тогда из выражения (2.8) и граничных условий (2.9) получим уравнение относительно вектора  $\vec{p}^{1T}$ 

$$jc\left[\left(\vec{p}^{1T} - \vec{p}^{0T}\right)cos\theta + \frac{1}{cos\theta}\vec{R}^{0T}\cdot\left(\left(\vec{p}^{1T} - \vec{p}^{0T}\right)\cdot\vec{R}^{0T}\right)\right] = \left(\vec{p}^{1T} + \vec{p}^{0T}\right) - \frac{1}{\varepsilon_{1}'\mu_{1}'}\vec{R}^{0\perp}\cdot\left(\left(\vec{p}^{1T} + \vec{p}^{0T}\right)\cdot\vec{R}^{0\perp}\right), \quad (2.10)$$

где  $c = \sqrt{\frac{\mu_1'}{\varepsilon_1'}} \cos \theta_1 tg(k_1 \delta \cos \theta_1).$ 

Решив уравнение (2.10), найдем окончательно:

$$\vec{p}^{1T} = \frac{jc\cos\theta + 1}{jc\cos\theta - 1}\vec{p}^{0T} - \frac{2jc}{jc\cos\theta - 1} \left[ \vec{R}^{0T} \frac{\left(\vec{R}^{0T} \cdot \vec{p}^{0}\right)}{jc - \cos\theta} + \vec{R}^{0\perp} \frac{\left(\vec{R}^{0\perp} \cdot \vec{p}^{0}\right)}{\varepsilon_{1}'\mu_{1}'\left(jc - \frac{\cos^{2}\theta_{1}}{\cos\theta}\right)} \right].$$
(2.11)

Учитывая связь между тангенциальной и нормальной

составляющими вектора  $\vec{p}$ , получим:

$$\vec{p}^{1} = \vec{p}^{1T} - \vec{n} \frac{\left(\vec{p}^{1T} \cdot \vec{R}^{0}\right)}{\cos \theta}.$$
 (2.12)

Отметим, что аналогичная процедура может быть проведена при решении модельной задачи о рассеянии плоской монохроматической волны на полупростанстве из композиционных материалов (рис.2.12 б). В этом случае при выводе расчетных соотношений толщина слоя из материала поглотителя  $\delta \rightarrow \infty$ . При этом все соотношения останутся прежними за исключением выражения (2.11) для  $\vec{p}^{1T}$ , которое примет следующий вид:

$$\vec{p}^{1T} = \frac{c\cos\theta - 1}{c\cos\theta + 1}\vec{p}^{0T} + \frac{2c}{c\cos\theta + 1}\left[\vec{R}^{0T}\frac{\left(\vec{R}^{0T}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{c+\cos\theta} + \vec{R}^{0\perp}\frac{\left(\vec{R}^{0\perp}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{\epsilon_{1}^{\prime}\mu_{1}^{\prime}\left(c + \frac{\cos^{2}\theta_{1}}{\cos\theta}\right)}\right].$$
(2.13)  
rge  $c = \sqrt{\frac{\mu_{1}^{\prime}}{\epsilon_{1}^{\prime}}\cos\theta_{1}}.$ 

Выражения (2.11) – (2.13) уже пригодны для расчета рассеянного поля с помощью (2.4) при любой поляризации падающей волны и любых направлений облучения (кроме близких к касательным). В частности, для углов  $\theta$  близких к нулю, выражение (2.10) для комплексного (в общем случае) векторного коэффициента отражения  $\vec{p}^1$  не содержит неопределенности и при  $\theta = 0$  формулы (2.11) – (2.13) переходят в хорошо известные формулы [50] для нормального падения. Вычисление векторов  $\vec{\varepsilon}$  и  $\vec{\mathcal{H}}$  не является необходимым условием для нахождения поля на поверхности радиопоглощающего слоя ( $x_2 = 0$ ), поэтому вычисление  $\vec{\varepsilon}$ 

и  $\vec{\mathcal{H}}$  приводиться не будет.

В приближении физической оптики поле на "неосвещенной" поверхности объекта тождественно равно нулю. Поэтому, заменив поверхность  $S_1$  ее освещенной частью  $S'_1$  и подставив найденные выражения для  $\tilde{\vec{E}}(\vec{x})$ ,  $\tilde{\vec{H}}(\vec{x})$  в (2.3), получим приближенное выражение для рассеянного поля:

$$\vec{p} \cdot \vec{E} \left( R \, \vec{r}^{\,0} \right) \approx -jk_0 \, \frac{\exp\left(jk_0 R\right)}{4\pi \, R} \int_{S_1'} f\left(\vec{x}\right) \exp\left(ik_0 \Omega\left(\vec{x}\right)\right) dS \,, \qquad (2.14)$$

где  $f(\vec{x}) = \vec{h}(\vec{x}) \cdot \vec{p} + \vec{e}(\vec{x}) \cdot (\vec{p} \times \vec{r}^{0}), \ \Omega(\vec{x}) = (\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}) \cdot \vec{x},$  $\vec{h}(\vec{x}) = \vec{n} \times [(\vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0}) + (\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1})], \ \vec{e}(\vec{x}) = \vec{n} \times (\vec{p}^{0} + \vec{p}^{1}).$ 

Вычисление интеграла, входящего в (2.14), требует применения специальных кубатурных формул, так как его подынтегральная функция является быстроосциллирующей. В [51] были получены кубатурные формулы для аналогичных интегралов, основанные на линейных аппроксимациях функций  $f(\vec{x})$  и  $\Omega(\vec{x})$ .

## 2.2.2. Кубатурная формула для поверхностных интегралов от быстроосциллирующих функций

Зададим на поверхности  $S'_1$  систему точек  $A_i$  (i = 1, 2, ..., n), плотно расположенных на поверхности. При этом точки могут быть заданы нерегулярным образом, что является весьма полезным, а иногда, и необходимым условием при аппроксимации гладких участков поверхности реальных объектов. Известны также значения функций  $f(\vec{x})$  и  $\Omega(\vec{x})$  в этих точках. В этом случае можно произвести триангуляцию – покрыть область  $S'_1$  системой треугольников ( $\Delta_1$ ),...,( $\Delta_m$ ) с вершинами в точках { $A_i$ } с тем, чтобы приближенно представить интеграл M, входящий в (2.14) суммой интегралов по { $\Delta_i$ }:

$$M = \int_{S_1'} f(\vec{x}) \exp\left(jk_0 \Omega(\vec{x})\right) dS \approx \sum_{i=1}^m \int_{(\Delta_i)} f(\vec{x}) \exp\left(jk_0 \Omega(\vec{x})\right) dS . \quad (2.15)$$

Приближенность представления (2.15) обусловлена двумя причинами: заменой  $S'_1$  плоскими треугольниками, если сама поверхность неплоская, и неточностью аппроксимации  $S'_1$  системой треугольников  $\{\Delta_i\}$  вблизи края  $S'_1$ , вызванного, например, наличием нерегулярностей поверхности объекта (рис. 2.13).



Рис. 2.13. К вопросу о точности аппроксимации гладкой поверхности с помощью треугольников

Рассмотрим интеграл  $M_{\Delta}$  по плоскому треугольнику  $\Delta$  с вершинами  $A_0, A_1, A_2$ , радиус-векторы которых  $\vec{a}_0, \vec{a}_1, \vec{a}_2$ . Опишем положение произвольной точки  $\vec{x} \in \Delta$  посредством ее "барицентрических" координат:

$$\vec{x} = W_0 \vec{a}_0 + W_1 \vec{a}_1 + W_2 \vec{a}_2, \qquad (2.16)$$

где  $W_0, W_1, W_2$  – неотрицательные параметры, такие, что  $W_0 + W_1 + W_2 = 1$ . Тогда выражение (2.16) можно переписать в виде

$$\vec{x} = W_1(\vec{a}_1 - \vec{a}_0) + W_2(\vec{a}_2 - \vec{a}_0) + \vec{a}_0.$$
(2.17)

В рассматриваемом интеграле

$$M_{\Delta} = \int_{(\Delta)} f(\bar{x}) exp(jk_0 \Omega(\bar{x})) dS$$
(2.18)

воспользуемся (2.17) и перейдем к барицентрическим координатам  $W_1, W_2$ :

$$M_{\Delta} = \left| \frac{\partial \bar{x}}{\partial W_1} \times \frac{\partial \bar{x}}{\partial W_2} \right|_{\Sigma} f[W_1, W_2] exp(jk_0 \Omega[W_1, W_2]) dW_1 dW_2, \quad (2.19)$$

где

$$f[W_1, W_2] = f(W_1(\vec{a}_1 - \vec{a}_0) + W_2(\vec{a}_2 - \vec{a}_0) + \vec{a}_0), \qquad (2.20)$$

$$\Omega[W_1, W_2] = \Omega(W_1(\vec{a}_1 - \vec{a}_0) + W_2(\vec{a}_2 - \vec{a}_0) + \vec{a}_0), \qquad (2.21)$$

Σ – единичный треугольник, представленный на рис. 2.14.

Множитель перед интегралом в (2.19) представляет собой удвоенную площадь треугольника  $\Delta$ 

$$\left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial W_1} \times \frac{\partial \vec{x}}{\partial W_2} \right| = 2S_{\Delta} .$$
(2.22)



Рис. 2.14. Единичный треугольник в барицентрических координатах

Кубатурную формулу для интеграла  $M_{\Delta}$  можно получить с помощью аппроксимации поверхностей  $f[W_1, W_2]$ ,  $\Omega[W_1, W_2]$  плоскостями, проходящими через три точки: (1, 0, f[1,0]), (0, 1, f[0,1]), (0, 0, f[0,0]) и (1, 0,  $\Omega[1,0]$ ), (0, 1,  $\Omega[0,1]$ ), (0, 0,  $\Omega[0,0]$ ), соответственно. В этом случае (2.20) и (2.21) могут быть представлены в виде

$$f[W_1, W_2] \approx (f[1,0] - f[0,0])W_1 + (f[1,0] - f[0,0])W_2 + f[0,0], \quad (2.23)$$

$$k_0 \Omega[W_1, W_2] \approx pW_1 + qW_2 + k_0 \Omega[0, 0],$$
 (2.24)

где  $p = k_0 (\Omega[1,0] - \Omega[0,0]), q = k_0 (\Omega[0,1] - \Omega[0,0]).$ 

В этом случае для интеграла  $M_\Delta$  можно записать следующее выражение:

$$\begin{split} M_{\Delta} &\approx 2S_{\Delta} \exp\left(jk_{0}\Omega[0,0]\right) \left(\left(f[1,0] - f[0,0]\right)I_{10} + \left(f[0,1] - f[0,0]\right)I_{01} + f[0,0]I_{00}\right), \end{split} \tag{2.25}$$

где величины  $I_{00}, I_{01}, I_{10}$ , могут быть вычислены с помощью следующих интегралов

$$I_{00} = \int_{0}^{1} dW_{1} \int_{0}^{1-W_{1}} exp(j(pW_{1}+qW_{2}))dW_{2},$$
  

$$I_{10} = \int_{0}^{1} W_{1}dW_{1} \int_{0}^{1-W_{1}} exp(j(pW_{1}+qW_{2}))dW_{2},$$
  

$$I_{01} = \int_{0}^{1} W_{2}dW_{2} \int_{0}^{1-W_{2}} exp(j(pW_{1}+qW_{2}))dW_{1}.$$
(2.26)

Вычислив интегралы, получим следующие окончательные выражения:

$$I_{00} = \frac{1}{j(p-q)} \left( \frac{exp(jp)-1}{jp} - \frac{exp(jp)-1}{jq} \right),$$

$$I_{10} = -\frac{1}{(p-q)^2} \left( \frac{exp(jp)-1}{jp} - \frac{exp(jp)-1}{jq} - \frac{exp(jp)-1}{jq} - \frac{p-q}{jq^2} (jq \exp(jp) - \exp(jp) + 1) \right),$$

$$I_{01} = -\frac{1}{(p-q)^2} \left( \frac{exp(jp)-1}{jq} - \frac{exp(jp)-1}{jp} - \frac{exp(jp)-1}{jp} - \frac{q-p}{jp^2} (jp \exp(jp) - \exp(jp) + 1) \right),$$
(2.27)

которые, совместно с соотношением (2.25) дают представление интеграла  $M_{\Lambda}$  с помощью кубатурных формул.

Используя, далее, представление (2.14), с помощью формул (2.15), (2.25), (2.27) можно рассчитать поле, рассеянное гладкой частью  $S_1$  поверхности объекта. Для приблизительной оценки необходимой плотности разбиений можно воспользоваться приведенной в [52] оценкой.

В рассматриваемом высокочастотном диапазоне поле, рассеянное гладкой частью поверхности объекта, является быстроосциллирующей функцией частоты, что обусловлено сильно изменяющейся картиной зон Френеля на поверхности объекта даже при незначительном изменении частоты зондирующего сигнала. Поэтому для того, чтобы получить устойчивые значения амплитуды рассеянного поля (используемого при вычислении ЭПР), необходимо провести усреднение этой величины в некотором частотном диапазоне зондирования. Также, несмотря на определенные преимущества применяемой кубатурной формулы, с уменьшением длины волны облучения, как и следовало ожидать, возрастает необходимое количество разбиений поверхности интегрирования. Проблема состоит в том, что для объекта очень больших электрических размеров (каковым является, например, самолет) весьма сложно провести достаточно мелкое разбиение поверхности. В этом случае приходится удовлетворяться усредненными по полосе частот значениями рассеянного поля и ЭПР. Как показывают расчеты, проведенные для объектов простой формы (сфера, эллипсоид), зафиксировав количество разбиений поверхности, можно так подобрать ширину полосы частот (с заданным наперед средним значением), что значение, полученное усреднением ЭПР по этой полосе, достаточно близко к соответствующему среднему значению для реальной поверхности.

## 2.2.3. Асимптотический метод расчета вторичного излучения гладких участков поверхности объекта в бистатическом случае

Изложенная в п.п. 2.2.1, 2.2.2 методика численного расчета вторичного излучения гладких участков поверхности объекта основана на использовании специальных кубатурных формул для интегралов от быстроосциллирующих функций. Эта методика представляет собой разновидность "токового" метода.

В настоящем пункте рассмотрим альтернативную методику расчета, основанную на получении "лучевых" асимптотик соответствующих интегралов, в общем бистатическом случае.

Из формулы (2.3) (п.2.2.1) можно получить следующее выражение для рассеянного гладкой частью S<sub>1</sub> поля:

$$\vec{E}_{S_1} = -j k_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{exp(j k_0 R)}{4\pi R} \vec{I}(\vec{r}_0), \qquad (2.28)$$

где

$$\vec{I}\left(\vec{r}_{0}\right) = \int_{S_{1}} \left[\vec{H}^{\perp} - \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left(\vec{E}^{\perp} \times \vec{r}^{0}\right)\right] exp\left(-jk_{0}\left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) dS. \qquad (2.28')$$

Таким образом, для оценки вклада "гладких" участков поверхности в суммарное рассеянное поле необходимо произвести вычисление интеграла  $\vec{I}(\vec{r}^0)$ . Так как все геометрические параметры (линейные размеры, радиусы кривизны) "гладких" участков поверхности велики по сравнению с длиной волны падающего поля, а ближайшие к кромкам граничные контуры этих участков расположены вне той окрестности, в которой заметную роль играет неравномерная составляющая плотности поверхностного тока, то допустимо рассчитывать вклад этих участков какими-либо асимптотическими методами коротковолновой дифракции.

В настоящем пункте будет рассмотрена поверхность рассеивателя, содержащая при разнесенном приеме эллиптические точки стационарной фазы как на идеально проводящих, так и на снабженных радиопоглощающим покрытием участках поверхности.

Рассмотрим вначале случай идеально проводящего гладкого выпуклого участка поверхности, содержащего эллиптическую точку стационарной фазы при разнесенном приеме и оценим его вклад в суммарное рассеянное поле. В случае идеально проводящей области *S*<sub>1</sub> соотношение (2.28') переходит в

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{0}\right) = \int_{S_{1}} exp\left(-jk_{0}\left(\vec{r}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right)\vec{v}\left(\vec{x},k_{0}\right)dS, \qquad (2.29)$$

где  $\vec{v}(\vec{x},k_0) = \left[\vec{n}_s \times \vec{H}\right]$ .

Ради простоты поместим начало координат в точку стационарной фазы на  $S_1$  (точка  $\vec{x} = 0$ ). Итерационный метод для интегрального уравнения Фока в области  $S_1$  позволяет представить  $\vec{v}(\vec{x},k_0)$  асимптотической (при больших  $k_0$ ) формулой

$$\vec{v} (\vec{x}, k_0) \sim 2 \left( \vec{v}^{0}(\vec{x}, k_0) \right) + \int_{S_1} \left[ \frac{\partial f(\vec{x}, \vec{\xi})}{\partial n_s} \vec{v}^{0}(\vec{\xi}, k_0) - \vec{\nabla}_S f(\vec{x}, \vec{\xi}) (\vec{n}_s \cdot \vec{v}^{0}(\vec{\xi}, k_0)) \right] dS_{\xi}.$$

$$(2.30)$$

Итерированием уравнения Фока могут быть получены последовательные члены лучевой асимптотики плотности поверхностного тока. Следуя в общем этой методике, мы приводим ниже вычисление двух членов асимптотики  $\vec{v}(\vec{x},k_0)$ , вносимых поверхностной точкой стационарной фазы эллиптического типа.

Учитывая, что

$$\vec{v}^0(\vec{x},k_0) = (\vec{n}_s \times \vec{p}^0) exp(jk_0 \vec{R}^0 \cdot (\vec{a}+\vec{x})),$$

где  $\vec{p}^0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (\vec{R}^0 \times \vec{p}), \quad \vec{a}$  – радиус-вектор точки стационарной

фазы в системе координат, связанной с источником облучения, из (2.30) нетрудно увидеть, что

$$\vec{V}(\vec{x},k_0) = \exp(j\,k_0\,\vec{R}^0\cdot(\vec{a}+\vec{x}))\vec{v}(\vec{x},k_0), \qquad (2.31)$$

причем

$$\vec{V}(\vec{x},k_0) \sim 2(\vec{n}_s \times \vec{p}^0) + \frac{1}{\pi} \int_{S_1} \vec{Z}(\vec{\xi},\vec{x}) \left( jk_0 - \frac{1}{\left|\vec{\xi} - \vec{x}\right|} \right) exp(jk_0 \left| \left|\vec{\xi} - \vec{x}\right| + \vec{R}^0 \cdot \left(\vec{\xi} - \vec{x}\right) \right|) dS_{\xi}, \quad (2.32)$$

где

$$\vec{Z}\left(\vec{\xi}, \vec{x}\right) = \frac{\partial \ln \left|\vec{\xi} - \vec{x}\right|}{\partial n_s} \left(\vec{n}_{\xi} \times \vec{p}^0\right) - \frac{\vec{\xi} - \vec{x}}{\left|\vec{\xi} - \vec{x}\right|} \left(\left(\vec{n}_s \times \vec{n}_{\xi}\right) \cdot \vec{p}^0\right).$$
(2.33)

Отсюда следует, что

$$\vec{V}(\vec{x},k_0) \sim \vec{V}_0(\vec{x}) + \frac{1}{jk_0}\vec{V}_1(\vec{x}),$$

где

$$\vec{V}_0(\vec{x}) \sim 2(\vec{n}_s \times \vec{p}^0),$$

а  $\vec{V}_1(\vec{x})/jk_0$  – главный член асимптотики интеграла в (2.32).

Из (2.29), (2.31), (2.33) следует, что при больших  $k_0$  имеет место асимптотическое представление

$$\vec{I}(\vec{r}^{0}) \times \vec{r}^{0} \sim exp(jk_{0}|\vec{a}|) \int_{S_{1}} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{0})\cdot\vec{x}) \left[\vec{W}_{0}(\vec{x}) + \frac{1}{jk_{0}}\vec{W}_{1}(\vec{x})\right] dS,$$
(2.34)

в котором

$$\vec{W}_{0}(\vec{x}) = 2(\vec{n}_{s} \times \vec{p}^{0}) \times \vec{r}^{0},$$
  
$$\vec{W}_{1}(\vec{x}) = \vec{V}_{1}(\vec{x}) \times r^{0}.$$
 (2.35)

Введем цилиндрические координаты  $(\rho, \phi, \zeta)$ :  $\xi_1 = \rho \cos \phi$ ,  $\xi_2 = \rho \sin \phi$ . Тогда поверхность  $S_1$  вблизи  $\vec{x} = 0$  имеет уравнение

$$\zeta = \zeta(\rho, \varphi) = \sum_{m=2}^{4} \frac{g_m(\varphi)}{m!} \rho^m + o(\rho^4), \qquad (2.36)$$

где, например,

$$g_2(\varphi) = \alpha_1 \cos^2 \varphi + \alpha_2 \sin^2 \varphi$$

 $(x_1, x_2 - главные кривизны <math>S_1$  в точке  $\vec{x} = 0$ ). Так как  $\vec{x} = (\xi_1, \xi_2, \zeta)$ , то

$$\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{0}\right)\cdot\vec{x}=2\cos\theta\zeta(\rho,\phi),\quad \left(\vec{x}\cdot\vec{n}_{0}\right)=\zeta(\rho,\phi),\qquad(2.37)$$

где  $\theta$  - половина угла разноса между приемником и передатчиком,  $\vec{n}_0$  – внутренняя нормаль к поверхности  $S_1$  в точке  $\vec{x} = 0$ . Далее,

$$dS = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \xi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \xi_2}\right)^2} \rho \, d\rho \, d\phi =$$
$$= \left(1 + \frac{1}{2}h_2(\phi)\rho^2 + O(\rho^2)\right)\rho \, d\rho \, d\phi , \qquad (2.38)$$

причем

$$h_2(\varphi) = \mathfrak{a}_1 \cos^2 \varphi + \mathfrak{a}_2 \sin^2 \varphi.$$

Кроме того, вблизи точки  $\vec{x} = 0$ 

$$\vec{W}_{0}(\vec{x}) = \vec{W}_{0}(0) + \rho \vec{W}_{01}(\phi) + \rho^{2} \vec{W}_{02}(\phi) + o(\rho^{2}), \qquad (2.39)$$

$$\vec{W}_{1}(\vec{x}) = \vec{W}_{1}(0) + O(\rho), \qquad (2.40)$$

где

$$\vec{W}_{0}(0) = 2\left(\vec{n}_{0} \times \vec{p}^{0}\right) \times \vec{r}^{0} = 2\cos\theta\left(-\vec{p}^{0} + 2\left(\vec{p}^{0} \cdot \vec{n}_{0}\right)\vec{n}_{0}\right) = -2\cos\theta\vec{p}_{omp}^{0},$$

$$\rho\vec{W}_{01}(\phi) = \left(\frac{\partial\vec{W}_{0}}{\partial\xi_{1}}\right)_{0}\rho\cos\phi + \left(\frac{\partial\vec{W}_{0}}{\partial\xi_{2}}\right)_{0}\rho\sin\phi. \qquad (2.41)$$

Используя формулу Френе, из (2.39) получим окончательно

$$\vec{W}_{01}(\varphi) = 2 \left[ \mathfrak{a}_1 \left( \vec{\tau}_1 \times \vec{p}^0 \right) \times \vec{r}^0 \cos \varphi + \mathfrak{a}_2 \left( \vec{\tau}_2 \times \vec{p}^0 \right) \times \vec{r}^0 \sin \varphi \right], \quad (2.42)$$

$$\vec{W}_{02}\left(\varphi\right) = h_{2}\left(\varphi\right)\vec{p}_{omp}^{0}\cos\theta. \qquad (2.43)$$

Здесь  $\vec{\tau}_1$ ,  $\vec{\tau}_2$  – орты главных направлений в точке  $\vec{x} = 0$ , причем  $(\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \vec{n}_0)$  образуют правую тройку векторов. Вектор  $\vec{W}_1(0)$  будет вычислен ниже. В нашем случае  $\mathfrak{a}_1, \mathfrak{a}_2 > 0$ . Тогда, приняв во внимание формулы (2.36)...(2.43), применим метод стационарной фазы к асимптотической оценке интеграла (2.34), домноженного на  $j k_0$ 

$$jk_{0}\vec{I}(\vec{r}^{0})\times\vec{r}^{0} \sim jk_{0}\exp(jk_{0}|\vec{a}|)\int_{S_{1}}\exp(jk_{0}2\cos\theta\zeta(\rho,\varphi))\times \times \left[\vec{W}_{0}(0)+\rho\vec{W}_{01}(\varphi)+\frac{1}{jk_{0}}\vec{W}_{1}(0)\right]\left(1+\frac{1}{2}\rho^{2}h_{2}(\varphi)+...\right)\rho\,d\rho\,d\,\varphi.$$
 (2.44)

Проведя ряд асимптотических оценок и преобразований в (2.44), получим:

$$j k_0 \vec{I} (\vec{r}^0) \times \vec{r}^0 \sim exp(j k_0 | \vec{a} |) \left( \frac{2\pi}{\sqrt{\varpi_1 \varpi_2}} \vec{p}_{omp}^0 + \frac{1}{j k_0} \vec{T} (\vec{r}^0) \right), \quad (2.45)$$

где

$$\vec{T}(\vec{r}^{0}) = -\int_{0}^{2\pi} \left\{ \vec{W}_{1}(0) - \vec{W}_{0}(0) \frac{h_{2}(\phi)}{2g_{2}(\phi)\cos\theta} + \frac{2}{g_{2}^{2}(\phi)\cos\theta} \left\{ \vec{W}_{0}(0) \frac{g_{4}(\phi)}{12} + \vec{W}_{01}(\phi) \frac{g_{3}(\phi)}{3} \right\} \frac{d\phi}{2g_{2}(\phi)\cos\theta} \right\}$$

В том случае, если поверхность  $\zeta$  представима полиномом второго порядка, т. е.  $g_3 = g_4 = 0$ ,

$$\vec{T}\left(\vec{r}^{0}\right) = -\frac{\vec{W}_{1}(0)}{2\cos\theta} \int_{0}^{2\pi} \frac{d\varphi}{g_{2}(\varphi)} + \frac{\vec{W}_{0}(0)}{4\cos^{2}\theta} \int_{0}^{2\pi} \frac{h_{2}(\varphi)}{g_{2}^{2}(\varphi)} d\varphi.$$
(2.46)

Интегралы в (2.46) могут быть вычислены явно и тогда

$$\vec{T}\left(\vec{r}^{0}\right) = \left\{-\vec{W}_{1}(0) - \frac{\vec{P}_{omp}^{0}}{2}\left(\mathbf{x}_{1} + \mathbf{x}_{2}\right)\right\} \frac{2\pi}{\sqrt{\mathbf{x}_{1}\mathbf{x}_{2}}}.$$
(2.47)

Выражение (2.47) содержит вектор  $\vec{W}_1(0)$ , явного выражения которого еще не было найдено. Так как

$$\vec{W}_1(0) = \vec{V}_1(0) \times \vec{r}^0$$
,

то нам надлежит найти в точке  $\vec{x} = 0$  главный член  $\vec{V}_1(0)/jk_0$ асимптотики интеграла  $\vec{J}$ , входящего в (2.32). Этот интеграл можно оценить асимптотически как

$$\vec{J} \sim \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} d\phi \int_{0} \vec{Z} \left( \vec{\xi}, 0 \right) \left( j k_0 - \frac{1}{\rho} \right) exp(j k_0 \rho (1 + c_0 (\phi))) \rho d\rho , \qquad (2.48)$$

где  $c_0(\varphi) = sin \theta cos(\varphi - \alpha)$ , а  $\alpha$  – угол, образованный проекцией орта  $\vec{R}^0$  на плоскость  $\xi_1 O \xi_2$  с осью  $O \xi_1$ . Далее, осуществив переход

$$\vec{Z}(\vec{\xi},0) = \vec{Z}(\rho,\phi),$$

и, проведя необходимые выкладки, получим

$$\lim_{\rho \to 0} \vec{Z}(\vec{\xi}, 0) = \vec{Z}_0(\phi) = \frac{1}{2} \vec{\tau}_1 \Big[ p_2^0 \big( \mathfrak{a}_2 \sin^2 \phi - \mathfrak{a}_1 \cos^2 \phi \big) + p_1^0 \mathfrak{a}_2 \sin^2 \phi \Big] + \frac{1}{2} \vec{\tau}_2 \Big[ p_1^0 \big( \mathfrak{a}_1 \cos^2 \phi - \mathfrak{a}_2 \sin^2 \phi \big) - p_2^0 \mathfrak{a}_1 \sin^2 \phi \Big], \quad p_l^0 = \vec{\tau}_l \cdot \vec{p}^0.$$

Поэтому

$$\vec{J} \sim \frac{1}{j \pi k_0} \int_{0}^{2\pi} \vec{Z}_0(\varphi) \frac{2 + c_0(\varphi)}{(1 + c_0(\varphi))^2} d\varphi$$

и, следовательно,

$$\vec{V}_{1}(0) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{2 + c_{0}(\phi)}{(1 + c_{0}(\phi))^{2}} \vec{Z}_{0}(\phi) d\phi . \qquad (2.49)$$

Вычислив явно интеграл в (2.49), получим

$$\vec{V}_1(0) = \overline{\tau}_1 \vec{V}_{11}(\theta) + \overline{\tau}_2 \vec{V}_{12}(\theta), \qquad (2.50)$$

где

$$V_{11}(\theta) = \Phi_0\left(\theta\right) \left[ \frac{p_1^0 \, \mathfrak{w}_2}{2} \sin 2\alpha - \frac{p_2^0 \left(\mathfrak{w}_1 + \mathfrak{w}_2\right)}{4} \cos 2\alpha \right] + \frac{p_2^0}{4} \left(\mathfrak{w}_2 - \mathfrak{w}_1\right) \Phi_1(\theta), \qquad (2.51)$$

$$V_{12}(\theta) = \Phi_0(\theta) \left[ -\frac{p_2^0 \alpha_1}{2} \sin 2\alpha - \frac{p_1^0 (\alpha_1 + \alpha_2)}{4} \cos 2\alpha \right] + \frac{p_1^0}{4} (\alpha_2 - \alpha_1) \Phi_1(\theta), \qquad (2.52)$$

$$\Phi_0(\theta) = 2 \left[ \frac{tg^2(\theta/2)}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \left( 2 + \frac{3\sin^2 \theta - 2}{\cos^3 \theta} \right) \right],$$
  
$$\Phi_0(0) = 0,$$
  
$$\Phi_1(\theta) = 2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos^3 \theta}.$$

Учитывая соотношения (2.50) – (2.52), получим

$$\vec{W}_{1}(0) = \vec{\tau}_{1} \cos \theta V_{12}(\theta) - \vec{\tau}_{2} \cos \theta V_{11}(\theta) + \vec{n}_{0} \sin \theta \times \times (\sin \alpha V_{11}(\theta) - \cos \alpha V_{12}(\theta)).$$
(2.53)

Таким образом, соотношения (2.45), (2.47), (2.50) – (2.53) и определяют искомое значение интеграла (2.29).

Пусть, далее, радиус-вектор точки стационарной фазы в некоторой системе координат, связанной с целью –  $\vec{y}^0$ , а  $|\vec{a}| = d_1$ ,  $|\vec{x}_0| = d_2$ . Тогда, воспользовавшись соотношением (2.28), получим оценку вклада поверхности  $S_1$ , в суммарное рассеянное поле:

$$\vec{E}_{S_{1}} \sim -\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \frac{exp\left(jk_{0}\left(d_{1}+d_{2}+\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{0}\right)\cdot\vec{y}^{0}\right)\right)}{2d_{2}\sqrt{\varepsilon_{1}\varepsilon_{2}}} \times \left[\vec{p}_{omp}^{0}+\frac{1}{jk_{0}}\frac{1}{2\cos\theta}\left(-\tau_{1}\cos\theta V_{12}\left(\theta\right)+\tau_{2}\cos\theta V_{11}\left(\theta\right)\right)-\vec{n}_{0}\left(\sin\alpha V_{11}\left(\theta\right)-\cos\alpha V_{12}\left(\theta\right)\right)\sin\theta-\frac{\vec{p}_{omp}^{0}}{2}\left(\varepsilon_{1}+\varepsilon_{2}\right)\right].$$

$$(2.54)$$

Пусть теперь поверхность  $S_1$  (либо вся, либо ее определенная часть, содержащая точку стационарной фазы) снабжена тонким эквидистантным радиопоглощающим покрытием. В этом случае поверхность  $S_1$  уже не является идеально проводящей (по крайней мере в некоторой окрестности точки стационарной фазы) и  $\vec{E}^{\perp} \neq 0$  в интеграле (2.28'). При этом, вопрос оценки интеграла (2.28') связан, в первую очередь, с определением значений векторов  $\vec{E}^{\perp}$ ,  $\vec{H}^{\perp}$ , входящих в подынтегральное выражение. Пусть, далее, радиус-вектор  $\vec{X}$  точки на поверхности рассеивателя в окрестности точки стационарной фазы (т. е. точки, в которой  $(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}) = -(\vec{r}^0 \cdot \vec{n})$ ) представлен в виде суммы векторов

$$\vec{X} = \vec{y}^0 + \vec{x}$$
, (2.55)

где  $\vec{y}^0$  – радиус-вектор точки стационарной фазы в некоторой системе координат, связанной с целью. Тогда первичное падающее поле (2.1) можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{0} \\ \vec{H}^{0} \end{pmatrix} = exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{y}^{0}\right)\right) \left( \frac{\vec{p}^{0}exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right)}{\sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}}\left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}^{0}\right)exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right)} \right).$$
(2.56)

В силу линейности задачи эквивалентные плотности токов в окрестности точки зеркального отражения можно представить аналогичным образом

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{\perp}(\vec{x}) \\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x}) \end{pmatrix} = exp(jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{y}^0)) \begin{pmatrix} \vec{E}^{\perp}(\vec{x}) \\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x}) \end{pmatrix}.$$
(2.57)

Значения  $\vec{E}^{\perp}(\vec{x})$ ,  $\vec{H}^{\perp}(\vec{x})$  могут быть приближенно (асимптотически) определены как соответствующие компоненты поля на поверхности касательного (в точке стационарной фазы) плоскопараллельного слоя из материала покрытия на металлической подложке [54, 55]. Указанные соотношения имеют вид:

$$\vec{E}^{\perp}(\vec{x}) = \left(\vec{n} \times \vec{p}^{0}\right) exp\left(j k_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) + \left(\vec{n} \times \vec{p}^{1}\right) exp\left(j k_{0}\left(\vec{R}^{1} \cdot \vec{x}\right)\right), \quad (2.58)$$
$$\vec{H}^{\perp}(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left[\vec{n} \times \left(\vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0}\right)\right] exp\left(j k_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) + \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left[\vec{n} \times \left(\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1}\right)\right] exp\left(j k_{0}\left(\vec{R}^{1} \cdot \vec{x}\right)\right). \quad (2.59)$$

Здесь  $\vec{n}$  – орт внешней нормали к поверхности  $S_1$  в точке зеркального отражения;  $\vec{R}^1 = \vec{R}^0 - 2\vec{n} (\vec{R}^0 \cdot \vec{n});$ 

$$\vec{p}^{1} = \vec{p}^{1T} - \vec{n} \frac{\left(\vec{p}^{1T} \cdot \vec{R}^{0}\right)}{\cos \theta},$$
(2.60)

где

$$\vec{p}^{1T} = \frac{jc\cos\theta + 1}{jc\cos\theta - 1}\vec{p}^{0T} - \frac{2jc}{jc\cos\theta - 1}\left[\vec{R}^{0T}\frac{\left(\vec{R}^{0T}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{jc-\cos\theta} + \vec{R}^{0\perp}\frac{\left(\vec{R}^{0\perp}\cdot\vec{p}^{0}\right)}{\epsilon_{1}'\mu_{1}'\left(jc-\frac{\cos^{2}\theta_{1}}{\cos\theta}\right)}\right]; \qquad (2.61)$$

$$c = \sqrt{\frac{\mu_1'}{\varepsilon_1'}} \cos \theta_1 \cdot tg \left[ k_0 \sqrt{\varepsilon_1' \mu_1'} \delta \cos \theta_1 \right]; \quad \cos \theta_1 = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_1}{\varepsilon_1' \mu_1'}};$$

δ – толщина слоя поглотителя;

 $\epsilon_1',\ \mu_1'$  – относительные проницаемости поглощающего материала.

Отметим, что в окрестности точки зеркального отражения справедливо следующее соотношение

$$\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\approx\left(\vec{R}^{0T}\cdot\vec{x}\right)=\left(\vec{R}^{1}\cdot\vec{x}\right).$$
(2.62)

Воспользовавшись (2.62), можно переписать соотношения (2.58), (2.59) в виде:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{\perp}(\vec{x}) \\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x}) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \vec{n} \times \left( \vec{p}^{0} + \vec{p}^{1} \right) \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left[ \vec{n} \times \left( \left( \vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0} \right) + \left( \vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1} \right) \right) \right] \end{pmatrix} exp\left( j k_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x} \right) \right).$$
(2.63)

Поскольку основной вклад в интеграл (2.28') дает окрестность точки стационарной фазы, то последовательной подстановкой (2.63) в (2.57) и затем в (2.28') этот интеграл можно привести к виду

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{0}\right) \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{0}\right)\cdot\vec{y}_{0}\right) \int_{S_{1}} \vec{A} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{0}\right)\cdot\vec{x}\right) dS , \quad (2.64)$$

где

$$\vec{A} = \vec{R}^0 \left( \vec{p} \cdot \vec{n} \right) - 2 \vec{p}^1 \cos \theta + \vec{R}^1 \left( \vec{p}^1 \cdot \vec{n} \right) + \vec{n} \left( \vec{p} \cdot \vec{R}^1 \right), \ \cos \theta = -\left( \vec{R}^0 \cdot \vec{n} \right)$$

Амплитудный множитель  $\vec{A}$  в подынтегральном выражении является медленно меняющейся функцией точки на поверхности рассеивателя и, следовательно, он может быть с достаточной степенью точности заменен его значением в точке стационарной фазы и вынесен за знак интеграла. Очевидно также, что при этом  $\vec{R}^1 = \vec{r}^0$ . И, таким образом,

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{0}\right) \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{0}\right)\cdot\vec{y}_{0}\right)\vec{A}_{cm}\int_{S_{1}}\exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}-\vec{r}^{0}\right)\cdot\vec{x}\right)dS.$$
(2.65)

После асимптотического вычисления интеграла, стоящего в правой части (2.65) (методом стационарной фазы), и проведения соответствующих преобразований для выражения вектора  $\vec{A}$  в точке стационарной фазы  $(\vec{A}_{cm})$ , получим окончательно:

$$\vec{I}\left(\vec{r}^{0}\right) = -\sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right)\cdot\vec{y}_{0}\right) \frac{2\pi}{jk_{0}\sqrt{\varpi_{1}\varpi_{2}}}\cdot\vec{p}^{1}, \qquad (2.66)$$

где  $\mathfrak{a}_1$  и  $\mathfrak{a}_2$  – главные кривизны поверхности в точке зеркального отражения. Воспользовавшись соотношением (2.28), (2.66), далее можно получить вклад эллиптического локального центра рассеяния с радиопоглощающим покрытием в суммарное рассеянное поле.

## 2.2.4. Рассеяние на кромочных локальных участках поверхности объекта с радиопоглощающими покрытиями

Расчет характеристик рассеяния нерегулярностей поверхности объекта в виде изломов связан с решением дифракционных задач. Строгое решение задач о дифракции электромагнитной волны на изломе поверхности сопряжено с большими математическими и вычислительными трудностями. Поэтому на практике для этих целей используются асимптотические методы высокочастотной дифракции [4].

Решение задач высокочастотной дифракции на объектах с ребрами базируется в первую очередь на методе краевых волн (физической теории дифракции П.Я. Уфимцева [7, 8]). С его помощью находится поле, порождаемое неравномерной частью тока, возникающего на геометрических неоднородностях объекта типа кромок и изломов поверхности. Нахождение этих полейпоправок к полю, соответствующему приближению Кирхгофа, производится непосредственно в дальней зоне рассеивателя. Это делает необходимым проведение всех рассмотрений в каждом из геометрооптических секторов и, особенно непросто, в пограничных областях между этими секторами. Этим обусловлена и необходимость получения решения ключевой задачи о дифракции на клине в дальней зоне. Все это затрудняет использование метода краевых волн при возникающих на практике усложнениях, таких как разнесенный прием, наличие неидеально проводящих участков поверхности (покрытых радиопоглощающим материалом). В этом случае метод физической теории дифракции нуждается в модификации, связанной с заменой ключевой (модельной) задачи.

Ниже изложен метод расчета, применяемый для оценки вклада кромочных локальных участков рассеяния, снабженных РПП, во вторичное излучение объекта [33, 55]. При этом использовано решение модельной задачи о произвольном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре [45]. Рассчитанная на использование в случае разнесенного приема (наклонное падение плоской волны на клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре) она не может быть сведена к суперпозиции двух независимых двумерных задач, как это сделано в [7]. Следует так же отметить, что решение модельной задачи получено вблизи ребра клина, что позволило использовать разложения, равномерно пригодные во всех секторах. С этим связано и отсутствие в разработанном методе разбиения поверхностного тока на равномерную и неравномерную составляющие. В этом состоит главное методологическое отличие предложенного метода от метода краевых волн.

Выражение для поля, рассеянного кромочными локальными участками рассеяния можно представить в виде

$$\vec{p} \cdot \vec{E}_{S_0} = -jk_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\exp\left(jk_0R\right)}{4\pi R} \left(\vec{p} \cdot \vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right)\right),$$
$$\vec{F}(\vec{r}^{\,0}) = \int_{S_0} \left[\vec{H}^{\perp} - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(\vec{E}^{\perp} \times \vec{r}^{\,0}\right)\right] \exp\left(-jk_0\left(\vec{r}^{\,0} \cdot \vec{x}\right)\right) dS.$$
(2.67)

В качестве поверхности интегрирования  $S_0$  выберем тороидальную поверхность, "натянутую" на кромку. Как показано на рис. 2.15 в сечении, ортогональном кромке, поверхность интегрирования представляет собой часть окружности радиуса  $z_0$  с центром в точке O, охватывающей поверхность поглощающего покрытия кромки.

В дальнейшем будем предполагать, что граница поглощающего покрытия в том же сечении является также частью окружности радиуса  $z \le z_0$  с центром в точке O. Значения z и  $z_0$ определяются так, чтобы выполнялось условие  $z \le z_0 < \lambda$  ( $\lambda$  – длина падающей монохроматической волны).



Рис. 2.15. Сечение поверхности интегрирования S<sub>0</sub> вблизи излома поверхности

Для определения  $\vec{F}(\vec{r}^{0})$  в (2.67) нам необходимо знать распределение тангенциальных составляющих полного поля  $(\vec{E}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{E}, \vec{H}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{H})$  на поверхности  $S_{0}$ . Введем декартову систему координат  $Ox_{1}x_{2}x_{3}$ , связанную с кромкой (рис. 2.15) так, что

$$\vec{X} = \vec{x}(\upsilon) + \vec{\tau}(z_0, \theta), \qquad (2.68)$$

где  $\vec{x}(\upsilon)$  — радиус-вектор точки на изломе *Y* с дуговой координатой  $\upsilon$ , а  $\vec{\tau}(z_0, \theta)$  — ортогональный кромке в этой точке вектор, имеющий постоянную длину  $z_0$  и направление, определяемое углом  $\theta$  ( $0 \le \theta \le \phi \pi$ ). Здесь  $\phi \pi$  — угол раствора клина, подстроенного касательным образом к кромке в точке с соответствующей дуговой координатой  $\upsilon$ .

Пусть на объект падает плоская волна (2.1). В силу линейности задачи величины  $\vec{H}^{\perp}$ ,  $\vec{E}^{\perp}$  на  $S_0$  в точке ( $\upsilon$ ,  $\vec{\tau}$ ) могут быть представлены в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{\perp}(\vec{x}) \\ \vec{H}^{\perp}(\vec{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \widetilde{\vec{E}}^{\perp}(\vec{\tau}) \\ \widetilde{\vec{H}}^{\perp}(\vec{\tau}) \end{pmatrix} \cdot exp(jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}(\upsilon))),$$
(2.69)

где  $\tilde{\vec{H}}(\vec{\tau}), \tilde{\vec{E}}(\vec{\tau})$  – векторы напряженности поля, возбуждаемого на поверхности  $S_0$  плоской волной

$$\widetilde{\vec{E}}^{0}(\vec{\tau}) = \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{\tau}\right)\right),$$

$$\widetilde{\vec{H}}^{0}(\vec{\tau}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}^{0}\right) \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{\tau}\right)\right).$$
(2.70)

Теперь с учетом (2.69) интеграл  $\vec{F}(\vec{r}^{\,0})$  можно представить в виде

$$\vec{F}\left(\vec{r}^{\,0}\right) = \int_{\mathbf{Y}} \exp\left[j\,k_0\left(\left(\vec{R}^{\,0} - \vec{r}^{\,0}\right) \cdot \vec{x}(\mathbf{v})\right)\right] \vec{D}\left(\mathbf{v}, \vec{r}^{\,0}\right) d\mathbf{v}\,,\qquad(2.71)$$

где

$$\vec{D}(\mathbf{v}, \vec{r}^{0}) = \int_{S_{0}} exp\left[-j k_{0}\left(\vec{r}^{0} \cdot \vec{\tau}\right)\right] \vec{B}(\vec{\tau}) dc , \qquad (2.72)$$

 $S'_0$  — линия (часть окружности) на поверхности  $S_0$ , лежащая в плоскости, ортогональной к Y,  $dc = z_0 d\theta$  — элемент дуги  $S'_0$ ,

$$\vec{B}(\vec{\tau}) = \vec{H}^{\perp}(\vec{\tau}) - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left[ \vec{E}^{\perp}(\vec{\tau}) \times \vec{r}^0 \right].$$
(2.73)

Оценивая интеграл (2.71) методом стационарной фазы, можно показать, что, по крайней мере, для кромки, представляющей собой выпуклую замкнутую плоскую кривую, всегда должны существовать две точки стационарной фазы (за исключением "особого" случая, который будет оговорен ниже). Такие кромки (изломы) обычно присутствуют на телах вращения. В общем случае уравнение для нахождения точек стационарной фазы  $\upsilon_0$ имеет вид

$$y'(v_0) = (\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{q}(v_0) = 0$$
, (2.74)

где  $\vec{q}(\upsilon_0)$  – орт касательной к Y в точке  $\upsilon_0$ . Заметим, что в точке  $\upsilon_0$ 

$$y''(\upsilon_0) = \mathbf{x}(\upsilon_0) [\! \left( \vec{R}^0 - \vec{r}^0 \right) \cdot \vec{v}(\upsilon_0) ] , \qquad (2.75)$$

где  $\mathfrak{a}(\upsilon_0)$  – кривизна *Y* в точке  $\upsilon_0$ ,  $\vec{\nu}(\upsilon_0)$  – орт главной нормали к *Y* в точке  $\upsilon_0$ . В дальнейшем будем предполагать для определенности, что  $\mathfrak{a}(\upsilon_0) > 0$ . Таким образом, "особым" случаем, когда нельзя применять метод стационарной фазы, является ситуация, при которой выполняется условие

$$(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{v}(v_0) << 1,$$
 (2.76)

(например, для тела вращения с кромками — это случай осевого зондирования и совмещенного приема). В этом случае значение  $\vec{F}(\vec{r}^0)$  можно получить численным интегрированием, что также является несложной задачей, если учесть, что  $z_0/\lambda$  меньше единицы. После нахождения с помощью уравнения (2.74) точек стационарной фазы необходимо осуществить их проверку на "видимость" при облучении рассеивателя плоской волной с волновым вектором  $\vec{R}^0$  и волной, имеющей направление прихода  $(-\vec{r}^0)$ . С этой целью в обоих случаях находятся терминатор (граница "свет-тень") и тем самым освещенная область, и последовательно проверяется попадание точки в каждую из этих областей. Если оказывается, что точка стационарной фазы не попадает хоть в одну из освещенных областей, то ее вклад в рассеянное поле не вычисляется и не учитывается. Такой анализ проводится для каждой кромки (излома). Применив метод стационарной фазы к интегралу в (2.71), получим окончательную расчетную формулу

$$\vec{F}(\vec{r}^{0}) \approx \sum_{(\upsilon_{0})} exp\left[ j k_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{x}(\upsilon)\right) + \delta j \frac{\pi}{4}\right] \vec{D}(\upsilon, \vec{r}^{0}) \times \left(\sqrt{\frac{2\pi}{k_{0} \boldsymbol{x}(\upsilon_{0}) \left|\left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{v}(\upsilon_{0})\right|}}\right], \quad (2.77)$$

где  $\delta = sgn[(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{v}(\upsilon_0)]$ , а символ ( $\upsilon_0$ ) означает, что суммирование ведется по всем "видимым" точкам стационарной фазы. В силу того, что подынтегральное выражение в (2.72) является достаточно плавной функцией, значение  $\vec{D}(v, \vec{r}^0)$  может быть найдено с помощью одномерного численного интегрирования. Учитывая большие электрические размеры объекта и малые кривизны, можно приближенно положить значения  $\tilde{\vec{H}}^{\perp}(\vec{\tau}), \ \tilde{\vec{E}}^{\perp}(\vec{\tau})$  на линии S<sub>0</sub>, равными соответствующим значениям на поверхности поглощающего цилиндра, закрывающего ребро подстроенного в точке υ<sub>0</sub> касательного идеально проводящего клина  $(z=z_0).$ Таким образом, модельная задача, которую необходимо решить для расчета вклада кромочных локальных центров рассеяния в рассеянное поле - это задача о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре.

Эта задача является принципиально трехмерной. Ее решение не может быть представлено в виде суперпозиции двух независимых двумерных задач, как в задаче о наклонном падении плоской волны на идеально проводящий клин или в задаче о нормальном (к ребру) падении плоской волны на рассматриваемую структуру. Однако можно показать, что эта задача может быть сведена к системе двух двумерных задач, решения которых связаны граничными условиями (посредством некоторого матричнодифференциального оператора) [28, 45].

Если  $E_3 = u(x_1, x_2) exp(jk_0 x_3 R_3^0)$ ,  $H_3 = v(x_1, x_2) exp(jk_0 x_3 R_3^0)$ ,  $\vec{w} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ , то вектор  $\vec{w}$  может быть представлен в виде рядов

Фурье-Бесселя с (2х2) матричными коэффициентами. Например, вне поглощающего цилиндра

$$\vec{w} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m J_{\gamma_m}(\eta_0 r) + C_m H_{\gamma_m}^{(1)}(\eta_0 r) \right] \vec{f}_m(\theta), \qquad (2.78)$$

где  $J_{\gamma_m}$  – функция Бесселя,  $H_{\gamma_m}^{(1)}$  – функция Ханкеля,

$$\vec{f}_m(\phi) = \begin{pmatrix} \sin(\gamma_m \ \theta) \\ \cos(\gamma_m \ \theta) \end{pmatrix}, \ \eta_0 = k_0 \sqrt{1 - (R_3^0)^2}, \ \gamma_m = m/\phi,$$

 $\phi \pi$  – угол раскрыва клина ( $0 \le \theta \le \phi \pi$ ). Матричные коэффициенты  $A_m$ ,  $C_m$  определяются из граничных условий для функций u, v и их производных на поверхности поглощающего цилиндра. Ряды типа (2.78) хорошо сходятся для небольших значений r ( $z \le r \le z_0$ ) [45].

Необходимо отметить, что для прямолинейных кромок выражение (2.77) не может быть применено, так как кривизна  $\mathfrak{x}(\upsilon_0)$ линии излома в этом случае равна нулю. Запишем параметрическое уравнение для прямолинейной кромки (рис. 2.16)

$$\vec{x}(\upsilon) = \begin{cases} a_0 + \upsilon_1^0 t, \\ b_0 + \upsilon_2^0 t, \\ c_0 + \upsilon_3^0 t, \end{cases}$$
(2.79)

где  $\alpha \le t \le \beta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  – крайние точки прямолинейной кромки.

Если считать, что прямолинейный участок кромки составляет хотя бы несколько длин волн, так что краевыми эффектами можно пренебречь, то значение функции  $D(v, \vec{r}^{0})$  можно приближенно считать постоянным вдоль всей кромки Y и его вычисление провести с помощью решения модельной задачи о рассеянии плоской монохроматической волны, наклонно падающей на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре [45]. В связи с этим выражение (2.71) может быть представлено в виде

$$\vec{F}(\vec{r}^{\,0}) = \vec{D}_0 \int_{Y} exp\left[ j \, k_0 \left( \left( \vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0} \right) \cdot \vec{x}(v) \right) \right] dv \,.$$
(2.80)



Рис. 2.16. Прямолинейная кромка, покрытая РПМ

Если разность векторов  $\vec{R}^0 - \vec{r}^0$  представить в виде  $\vec{R}^0 - \vec{r}^0 = (r_1, r_2, r_3)$ , то с учетом (2.79) интеграл (2.80) будет иметь вид

$$\vec{F}(\vec{r}^{0}) = \vec{D}_{0} \int_{Y} exp[jk_{0}(l+qt)] d\upsilon.$$
(2.81)

где 
$$l = r_1 a_0 + r_2 b_0 + r_3 c_0$$
,  $q = r_1 \upsilon_1^0 + r_2 \upsilon_2^0 + r_3 \upsilon_3^0$ , a

 $d\upsilon = \sqrt{\upsilon_1^{0^2} + \upsilon_2^{0^2} + \upsilon_3^{0^2}} dt = dt$ . Таким образом вычисление выражения (2.81) сводится к вычислению одномерного интеграла

$$\vec{F}(\vec{r}^{0}) = \vec{D}_{0} \exp(jk_{0}l) \int_{\alpha}^{\beta} \exp(jk_{0}qt) dt =$$

$$= \vec{D}_{0} \exp(jk_{0}l) \frac{\exp(jk_{0}q\alpha)}{jk_{0}q} (\exp(jk_{0}q(\beta - \alpha)) - 1). \qquad (2.82)$$

Выражение (2.82) позволяет вычислить интеграл  $\vec{F}(\vec{r}^0)$  и с помощью (2.67) вычислить поле, рассеянное прямолинейными кромочными локальными участками рассеяния с РПМ на ребре в общем случае бистатического приема.

## 2.2.5. Расчет характеристик рассеяния модели крылатой ракеты

Опишем принятую в монографии систему зондирования исследуемых объектов, схема которой приведена на рис. 2.17.



Рис. 2.17. Система зондирования исследуемых объектов

исследуемым объектом связана система координат С  $Ox_1x_2x_3$ . Ось  $Ox_3$  совпадает с осью объекта,  $Ox_1$  перпендикулярна плоскости крыльев, орт оси Ох, дополняет систему координат до правой системы. В выбранной системе координат вектор направления облучения  $\vec{R}^0$  определяется углом места  $\phi$  между этим вектором и плоскостью  $Ox_2x_3$ , а также азимутом  $\theta$  – углом между осью  $Ox_3$  и проекцией вектора  $-\vec{R}^0$  на плоскость  $Ox_2x_3$ . В этом случае вектор  $\vec{R}^0 = \{-\sin\varphi, -\cos\varphi\sin\theta, -\cos\varphi\cos\varphi\}$ . Вектор направления приема  $\vec{r}^0$  определяется углом места  $\phi_1$  и углом разноса (бистатическим углом)  $\beta$  между проекциями векторов –  $\vec{R}^0$  и  $\vec{r}^0$  на плос-KOCTE  $Ox_2x_3$ .  $\vec{r}^0 = \{sin(\phi_1), cos(\phi)cos(\theta + \beta), cos(\phi)cos(\theta + \beta)\}$ . Bekтор горизонтальной поляризации зондирующего сигнала  $\vec{p}_2$  параллелен плоскости Ox<sub>2</sub>x<sub>3</sub>, вектор вертикальной поляризации зондирующего сигнала  $\vec{p}_{e}$  дополняет тройку векторов  $\left(\vec{p}_{e}, \vec{p}_{e}, \vec{R}^{0}\right)$  до правой. Аналогичным образом определяются понятия горизонтальной и вертикальной поляризаций для направления приема  $\vec{r}^{0}$  (рис. 2.17).

Приведем результаты расчета ЭПР модели крылатой ракеты, изображенной на рис. 2.18, в зависимости от направления облучения при совмещенном приеме и от угла разноса.

Расчеты проводились для идеально проводящей модели и для модели, снабженной РПМ. Гладкие участки поверхности были покрыты тонким (толщиной 1,3 мм) слоем РПМ с относительными проницаемостями  $\varepsilon'_1 = 20 + j0.1$ ,  $\mu'_1 = 1.35 + j0.8$ . Кромки крыльев модели, снабженной РПМ, были закрыты тороидальным поглощающим покрытием радиусом 1 мм из того же материала. Зондирование проводилось на длине волны  $\lambda = 3$  см (частота f = 10 ГГц). Длина ракеты вдоль оси – 6300 мм, размах крыльев – 3400 мм.



Рис. 2.18. Модель поверхности крылатой ракеты

На рис. 2.19 представлены зависимости ЭПР от азимута зондирования цели при совмещенном приеме. Угол места  $\phi = 0^{\circ}$ . Зондирование и прием проводились на вертикальной (малиновая линия) и горизонтальной (синяя линия) поляризациях. ЭПР модели минимальна при лобовых ракурсах ( $\theta \approx 0^\circ$ ) и постепенно возрастает до максимума при зондировании модели сбоку ( $\theta \approx 90^\circ$ ). Как видно, почти во всем диапазоне азимутов зондирования значения ЭПР совпадают для обеих поляризаций. Исключения составляют азимуты, на которых существенный вклад в ЭПР модели вносят кромочные локальные участки рассеяния. Так, при азимутах  $\theta \approx 10^\circ$  и  $\theta \approx 24^\circ$  ЭПР на горизонтальной поляризации выше ЭПР на вертикальной поляризации, что связано с отражением от горизонтальных кромок крыльев и стабилизаторов. При значениях азимута больше 75° значения ЭПР на вертикальной поляризации может становиться больше значений ЭПР на горизонтальной поляризации, что обусловлено отражением от кромок вертикального оперения.

В рассматриваемом высокочастотном диапазоне ЭПР объекта, также как и рассеянное поле, является быстроосциллирующей функцией частоты (рис. 2.20). Это обусловлено зависимостью от частоты разности фаз сигналов, отраженных различными участками поверхности модели, а также сильно изменяющейся картиной зон Френеля на поверхности объекта даже при незначительном изменении частоты зондирующего сигнала. Поэтому для того, чтобы получить устойчивые оценки ЭПР, необходимо провести усреднение этой величины в частотном диапазоне, в несколько раз превышающем период колебаний зависимости ЭПР от частоты (рис. 2.20).



Рис. 2.19. Зависимость ЭПР модели крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла



Рис. 2.20. Зависимость ЭПР модели крылатой ракеть от частоты ( $\phi = 0^\circ$ ,  $\theta = 20^\circ$ )

На рис. 2.21 приведены зависимости усредненной ЭПР, аналогичные представленным на рис. 2.19. Усреднение проводилось в диапазоне f = 9.95...10.05 ГГц по 50 значениям частоты. Так же, как и на рис. 2.22, 2.23 тонкой линией здесь изображен случай зондирования и приема на вертикальной поляризации, жирной линией – на горизонтальной.

Глава 2. Методы расчета характеристик рассеяния объектов ...

Отметим, что при численных расчетах ЭПР по предложенным методам основное время тратится на расчет поля, отраженного от гладких участков поверхности. В связи с этим необходимость усреднения значений в частотном диапазоне с целью получения устойчивых оценок ЭПР требует значительного увеличения времени расчета. Одним из факторов, делающим ЭПР быстроосциллирующей функцией частоты и ракурса зондирования, является зависимость от этих параметров разности фаз, с которыми складываются отклики от различных участков поверхности объекта. Для снижения влияния этого фактора предлагается в качестве устойчивой оценки ЭПР использовать сумму ЭПР отдельных участков поверхности исследуемого объекта. Поскольку данная сумма при расчете не учитывает фазовых набегов от разных участков, такая оценка ЭПР ниже будет называться "некогерентной" ЭПР. Соответственно, ЭПР объекта в общепринятом смысле (с учетом фазовых набегов) ниже будет называться "когерентной" ЭПР.



Рис. 2.21. Зависимость ЭПР, усредненной в диапазоне частот, для модели крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла

В частности, модель поверхности крылатой ракеты (рис. 2.18) разбивается на 11 гладких и 15 кромочных участков поверхности. Например, фюзеляж разбивается на 6 частей, 3 – образуют верхнюю часть поверхности (нос, основная часть, хвост) и 3 части образуют днище фюзеляжа. Отдельными гладкими частями являются поверхность крыльев стабилизаторов и руля за исключением некоторых окрестностей острых кромок.

На рис. 2.22 показана зависимость некогерентной ЭПР модели крылатой ракеты. Условия зондирования аналогичны использованным выше.

Приведенная зависимость некогерентной ЭПР от азимута практически не отличается от зависимости когерентной ЭПР, усредненной в диапазоне частот зондирования, приведенной на рис. 2.21. Можно сказать, что значения некогерентной ЭПР являются хорошей и достаточно устойчивой оценкой ЭПР в определенном диапазоне зондирующих частот и ракурсов облучения цели. Кроме того, данные значения некогерентной ЭПР получены при расчете на одной частоте, что существенно снижает временные затраты для получения конечного результата.



Рис. 2.22. Зависимость некогерентной ЭПР модели крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла

На рис. 2.23 представлены зависимости некогерентной ЭПР для различных ракурсов зондирования и углов разноса. На рис. 2.23а показана зависимость ЭПР от азимута зондирования при угле места –20° (зондирование из нижней полусферы), на рис. 2.236 – зависимость ЭПР от азимута зондирования при угле места +20° (зондирование из верхней полусферы). При зондировании снизу средний уровень ЭПР ниже, чем при зондировании сверху. Пики зависимостей имеют примерно одинаковую ампли-
туду, что определяется рассеянием падающей волны кромочными локальными участками. ЭПР вне указанных пиков определяется рассеянием на гладкой части поверхности объекта. Поскольку нижняя часть фюзеляжа модели крылатой ракеты имеет кривизну меньшую, чем у верхней части, уровень отраженного сигнала при зондировании снизу ниже, чем при зондировании сверху. На рис. 2.23в показана зависимость ЭПР от угла места зондирования при азимуте 0°.

На рис. 2.23г приведена зависимость ЭПР модели от угла разноса (бистатического угла) при углах места облучения и приема 0° и азимуте направления облучения 0° (облучение вдоль оси объекта, прием в плоскости крыла).



Рис. 2.23. Зависимости некогерентной ЭПР для различных ракурсов зондирования и углов разноса

144

Приведенный график практически полностью повторяет поведение графика на рис. 2.22, только он растянут по оси аргумента в два раза. Так на рис. 2.22 основные пики графика, определяемые рассеянием на кромочных локальных участках, приходятся на азимуты  $10^{\circ}$  и  $24^{\circ}$ . Аналогичные пики на рис. 2.23г приходятся на углы разноса  $20^{\circ}$  и  $48^{\circ}$ , соответственно. При азимуте зондирования  $0^{\circ}$  именно при таких углах разноса происходит зеркальное отражение от кромочных участков поверхности, отвечающих за пики ЭПР на азимутах  $10^{\circ}$  и  $24^{\circ}$  при совмещенном приеме. То есть при зондировании вдоль оси модели и разнесенном приеме пики ЭПР находятся на углах разноса, в два раза превышающих азимуты соответствующих пиков ЭПР при совмещенном приеме.

На рис. 2.24 представлены зависимости некогерентной ЭПР модели от азимута зондирования при горизонтальной поляризации приемника и излучателя. ЭПР идеально проводящей модели показана толстой линией, ЭПР модели с неидеально отражающей поверхностью – тонкой линией. Использование РПП на гладкой поверхности приводит к существенному (на порядок) снижению уровня ЭПР.

Применение РПМ на кромочных участках поверхности приводит к снижению уровня отраженного сигнала в соответствующих секторах в 2...3 раза.



Рис. 2.24. Зависимости ЭПР для идеально проводящей модели и модели с РПП

На рис. 2.25 представлены зависимости некогерентной ЭПР для различных ракурсов зондирования и углов разноса при использовании РПП на поверхности модели. Ракурсы зондирования и углы разноса аналогичны приведенным на рис. 2.23. Зондирование и прием осуществлялись на горизонтальной поляризации. Толстой линией показана зависимость ЭПР для идеально проводящей модели, тонкой линией – ЭПР модели, снабженной РПП.





Анализ графиков, приведенных на рис. 2.25, показывает, что использование данного РПП на гладкой поверхности исследуемой модели при совмещенном приеме приводит к снижению ЭПР в среднем на порядок. При разнесенном приеме (рис. 2.25г) использование РПП при углах разноса больше 50° приводит к 146 несколько меньшему снижению ЭПР. Использование тороидальных РПП на поверхности кромочных участков поверхности модели приводит к снижению отражения от кромок в 1,4...5 раз.

Приведенные результаты расчетов показывают, что предлагаемые методы позволяют оценивать ЭПР уединенных объектов, имеющих нерегулярности поверхности и снабженных РПП, для случаев совмещенного и разнесенного приемов.

В [41] была описана машинная программа RECOTA фирмы Воеing Aerospace, которая предназначена для расчета ЭПР сложных радиолокационных целей. С целью верификации программы были получены экспериментальные зависимости ЭПР модели крылатой ракеты от углов зондирования. Модель крылатой ракеты, представленная на рис. 2.26, имела идеально проводящую поверхность. По приведенным данным с помощью моделирования поверхности объекта сложной формы, изложенному в п.3.1, была построена аналогичная модель крылатой ракеты, представленная на рис. 2.27. Моделирование поверхности было осуществлено с помощью участков 12 эллипсоидов и 15 прямолинейных кромок.



Рис. 2.26. Модель крылатой ракеты Boeing Aerospace



Рис. 2.27. Модель крылатой ракеты, использованная при математическом моделировании

На рис. 2.28, 2.29 приведены результаты расчета ЭПР модели крылатой ракеты с помощью предложенного в данном разделе метода (черная линия) и измеренные ЭПР (серая линия), полученные в Boeing Aerospace для аналогичной модели.



Рис. 2.28. Зависимости расчетной и измеренной ЭПР крылатой ракеты от азимута при зондировании в плоскости крыла и вертикальной поляризации



Рис. 2.29. Зависимости расчетной и измеренной ЭПР крылатой ракеты от азимута при зондировании под углом –10,5° к плоскости крыла (зондирование из нижней полусферы) и горизонтальной поляризации

Анализ приведенных зависимостей показывает достаточно хорошее согласование результатов математического и физического моделирования. Имеющиеся несовпадения (например, при азимутах больше 100°) можно объяснить неполным соответствием между реальным макетом и моделью, созданной для математического моделирования, особенно в области хвостового оперения и законцовки фюзеляжа крылатой ракеты. На схожие факторы указывается и в [41] как на причину различий между результатами эксперимента и результатами расчета ЭПР по программе RECOTA.

Необходимо отметить, что результаты математического моделирования характеристик рассеяния модели крылатой ракеты, полученные с помощью предложенного метода расчета, также весьма хорошо соответствуют результатам расчета ЭПР по программе RECOTA. Это является косвенным подтверждением адекватности предложенного метода реальным физическим процессам рассеяния электромагнитных волн объектами сложной формы.

### 2.2.6. Снижение средней ЭПР объекта сложной формы за счет оптимального распределения ограниченного количества РПМ на его поверхности

Существенный вклад в значение ЭПР объекта сложной формы вносят участки локального рассеяния на гладких выпуклых элементах поверхности [32, 33]. В целях маскировки именно эти участки поверхности объектов сложной формы покрывают РПМ. РПП обычно имеет довольно значительные вес и стоимость. В связи с этим возникает задача наиболее эффективного расположения РПМ на поверхности объекта с целью снижения ЭПР для определенных ракурсов облучения и приема при ограничении на количество используемого РПМ.

В данном подразделе предлагается метод покрытия поверхности объекта сложной формы РПМ, позволяющий заметно снизить среднюю ЭПР объекта в заданном диапазоне направлений облучения и приема при ограничении на площадь поверхности, снабженной РПП. Указанный квазиоптимальный выбор нанесения РПП осуществляется путем решения некоторой задачи целочисленного линейного программирования. Также приводятся результаты оптимизации нанесения РПП для упрощенной модели самолета и оценивается выигрыш в ЭПР модели для различных секторов облучения и приема.

Конструкционные особенности объекта и технология нанесения РПМ определяют разбиение поверхности на ряд участков, каждый из которых либо снабжен РПП, либо является идеально проводящим. При этом ЭПР объекта (некогерентная) приближенно может быть представлена в виде суммы парциальных ЭПР указанных участков

$$\sigma(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i(\theta), \qquad (2.83)$$

где *N* – количество участков разбиения поверхности объекта, θ – 150

угол облучения или приема, функцией которого является ЭПР. Поскольку в конечном итоге нас будут интересовать значения ЭПР объекта, усредненные в некотором диапазоне углов облучения или приема, то приближенное представление ЭПР формулой (2.83) вполне приемлемо для проведения расчетов. При этом для расчета парциальных ЭПР отдельных участков использован метод, предложенный в п. 2.2.1.

Введем среднюю ЭПР всего объекта и среднюю ЭПР *i*-го участка поверхности для диапазона углов  $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$ :

$$\overline{\sigma} = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sigma(\theta) d\theta, \qquad (2.84)$$

$$\overline{\sigma}_i = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sigma_i(\theta) d\theta .$$
(2.85)

Проведя усреднение в указанном диапазоне для соотношения (2.83), получим

$$\overline{\sigma} = \sum_{i=1}^{N} \overline{\sigma}_i . \qquad (2.86)$$

Именно сумму парциальных ЭПР отдельных участков поверхности (2.86), усредненных в конечном диапазоне углов облучения или приема, и будем минимизировать. Введем обозначения для ЭПР *i*-го участка поверхности объекта сложной формы:  $\overline{\sigma}_{i1}$  – средняя ЭПР *i*-го участка в случае идеально проводящей поверхности в указанном диапазоне углов,  $\overline{\sigma}_{i2}$  – средняя ЭПР этого же участка в случае использования на его поверхности РПМ. В таком случае для ЭПР объекта сложной формы, полностью покрытого РПМ, можно записать

$$\overline{\sigma}_2 = \sum_{i=1}^N \overline{\sigma}_{i2} . \qquad (2.87)$$

Вычитая (2.87) из (2.86), получим:

$$\overline{\sigma} - \overline{\sigma}_2 = \sum_{i=1}^{N} \left( \overline{\sigma}_i - \overline{\sigma}_{i2} \right) = \sum_{i=1}^{N} \kappa_i \left( \overline{\sigma}_{i1} - \overline{\sigma}_{i2} \right) = \sum_{i=1}^{N} \kappa_i \Delta \sigma_i .$$
(2.88)

Здесь к<sub>i</sub> — целочисленный коэффициент, равный нулю, если *i*-ый участок поверхности объекта покрыт РПМ, и единице, если этот участок идеально проводящий.

Пусть  $S_0$  — максимально возможная площадь поверхности объекта, допускающая покрытие РПМ, S — полная площадь поверхности объекта ( $S_0 < S$ ), причем

$$S = \sum_{i=1}^{N} S_i .$$
 (2.89)

Запишем ограничение на площадь используемого РПП с помощью  $\kappa_i$  (*i* = 1,...,*N*):

$$\sum_{i=1}^{N} (1 - \kappa_i) S_i \le S_0 \tag{2.90}$$

или

$$\sum_{i=1}^{N} \kappa_i S_i \ge S - S_0.$$
(2.91)

Решение задачи квазиоптимального размещения РПМ на поверхности объекта свелось к задаче целочисленного программирования — нахождению набора бинарных коэффициентов  $\kappa_i$ , минимизирующего выражение (2.88) и удовлетворяющего ограничительному условию (2.91). Решение указанной задачи целочислен-

ного линейного программирования может быть проведено одним из стандартных методов, например, аддитивным алгоритмом либо методом ветвей и границ [56].

В качестве иллюстрации применения метода была использована упрощенная модель самолета (рис. 2.30), состоящая из четырех трехосных эллипсоидов. Размеры полуосей эллипсоидов: фюзеляж – a = 1,25 м, b = 1,25 м, c = 9 м; крылья – a = 0,5 м, b = 11 м, c = 2 м; горизонтальный стабилизатор – a = 0,3 м, b = 3 м, c = 1 м; вертикальный стабилизатор – a = 3 м, b = 0,3 м, c = 1 м. Центры эллипсоидов фюзеляжа и крыльев совмещены и смещены относительно центров эллипсоидов стабилизаторов на расстояние 7,6 м.

ЭПР модели рассчитывалась при частоте зондирующего сигнала 10 ГГц. При расчетах использован РПМ толщиной 1,3 мм с относительными проницаемостями  $\varepsilon'_1 = 20 + j0,1$ ,  $\mu'_1 = 1.35 + j0,8$ . Данный материал обеспечивает снижение коэффициента отражения проводящей пластины на 15 дБ при нормальном падении и зондирующем сигнале с указанной частотой.



Рис. 2.30. Модель самолета

Для оценки ЭПР частично покрытой модели самолета поверхность объекта была разбита на 140 частей с площадями от 0,3 до 4,5 м<sup>2</sup>. Были получены значения средних парциальных ЭПР для каждого участка поверхности при наличии и отсутствии РПМ для различных диапазонов углов облучения и приема.

На рис. 2.31 представлена зависимость средней ЭПР модели самолета от площади оптимально использованного РПМ для азимута –10°...+10° относительно оси самолета и углов места 0°...-8° относительно плоскости крыла (совмещенный прием при облучении из нижней полусферы).



Рис. 2.31. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при совмещенном приеме

На рис. 2.32 приведена аналогичная зависимость средней ЭПР для разнесенного приема при лобовом зондировании и бистатическом угле, изменяющемся в области: по азимуту –10°...+10° и по углу места 0°...-8°. Значение средней ЭПР при разнесенном приеме снижается быстрее чем при совмещенном приеме.



Рис. 2.32. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при разнесенном приеме

154

Очевидно, это связано с меньшими перемещениями локальных центров рассеяния на поверхности объекта и, соответственно, несколько иным оптимальным распределением РПМ на поверхности самолета. Приемлемые значения ЭПР достигаются при оптимальном покрытии РПМ всего лишь 20–25% поверхности модели.

Результаты, аналогичные приведенным выше, но полученные при большем телесном угле усреднения, представлены на рис. 2.33, 2.34 соответственно для совмещенного и разнесенного приема.



Рис. 2.33. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при совмещенном приеме и большем телесном угле усреднения



Рис. 2.34. Зависимость средней ЭПР от площади оптимально размещенного РПП при разнесенном приеме и большем телесном угле усреднения

В этом случае усреднение по азимуту проводилось в диапазоне углов –20°...+20°, а по углу места – 0°...–20°. Необходимо отметить, что при площади РПМ 50...60 м<sup>2</sup> оптимальное размещение позволяет получить ЭПР, практически равную ЭПР полностью покрытой модели.

В качестве примера квазиоптимального размещения РПМ рассмотрим распределение покрытия по поверхности самолета в двух случаях. На рис. 2.35 представлено оптимальное распределение РПМ для усреднения ЭПР при совмещенном приеме в диапазоне изменения азимута  $-5^{\circ}...+5^{\circ}$  и угла места  $-3^{\circ}...+3^{\circ}$ . Вид самолета из верхней полусферы представлен на рис. 2.35а, вид из нижней полусферы – на рис. 2.35б. Места размещения РПМ показаны серым цветом и обведены рамкой.



Рис. 2.35. Оптимальное распределение для усреднения ЭПР при совмещенном приеме в диапазоне изменения азимута -5°...+5° и угла места -3°...+3°

Площадь РПМ –  $40 \text{m}^2$ . ЭПР самолета с таким расположением РПМ для лобового ракурса составляет 0,68 m<sup>2</sup> при ЭПР полностью покрытой модели 0,26 m<sup>2</sup>, а идеально проводящей 8,11 m<sup>2</sup>.

На рис. 2.36 представлено оптимальное распределение РПМ для усреднения ЭПР при совмещенном приеме в диапазоне изменения азимута  $-20^{\circ}...+20^{\circ}$  и угла места  $0^{\circ}...-20^{\circ}$ .

Площадь РПМ также составляет 40 м<sup>2</sup>. Средняя ЭПР самолета в заданном телесном угле с таким расположением РПМ

составляет 0,74 м<sup>2</sup> при ЭПР полностью покрытой модели 0,23 м<sup>2</sup>, а идеально проводящей – 6,81 м<sup>2</sup>. Анализ рисунков показывает существенное отличие между вариантами оптимального распределения ограниченного количества РПМ для двух различных диапазонов углов облучения самолета.



Рис. 2.36. Оптимальное распределение для усреднения ЭПР в диапазоне изменения азимута -20°...+20° и угла места 0°...-20°

Предложенный метод оптимизации использования РПМ на поверхности объекта сложной формы является простым и легко реализуемым в виде алгоритмов и программ для ЭВМ. С его помощью получена приближенная оценка снижения ЭПР в конечных диапазонах изменения ракурсов облучения и приема при оптимальном использовании РПМ на части поверхности объекта. Можно сделать вывод, что для широкого диапазона ракурсов можно достичь существенного снижения ЭПР, использовав РПМ только на 20–25% поверхности модели.

# 2.2.7 Снижение уровня вторичного излучения кромочного локального участка рассеяния за счет изменения его формы

В данном пункте предлагается способ снижения обратного вторичного излучения кромочного локального участка рассеяния. В основе предлагаемого способа лежит метод расчета характеристик рассеяния изломов поверхности радиолокационных объектов, описанный в п.2.2.4. Проводится анализ результатов расчетов эффективной поверхности рассеяния модельной кромки в зависимости от ее формы.

Практически все радиолокационные объекты (аэродинамические и наземные) имеют на своей поверхности изломы (острые кромки). Наличие изломов на поверхности может приводить к увеличению ЭПР объекта. В связи с этим необходимо, во-первых, учитывать вклад кромочных локальных участков в общее поле, рассеянное объектом, во-вторых, принимать меры по снижению уровня вторичного излучения кромок.

При расчетах использован метод оценки вклада кромочных локальных участков рассеяния, снабженных радиопоглощающими покрытиями, во вторичное излучение объекта [33, 55]. В основе использованного метода лежит решение модельной задачи о произвольном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с радиопоглощающим цилиндром на ребре [45]. В качестве примера рассмотрим острую прямолинейную кромку 0,6 м (рис. 2.37). Внешний угол кромки равен 360° ллиной (кромка плоская). Облучение проводилось в плоскости граней кромки, азимут 0° соответствует нормальному падению зондирующей волны на кромку. Азимуты -90° и 90° соответствуют зондированию вдоль линии прямой кромки. Вектор поляризации падающей волны  $\vec{p}$  параллелен плоскостям граней кромки. Длина зондирующей волны равна 3 см. На рис. 2.38 приведена зависимость ЭПР прямолинейной кромки от азимута зондирования.

Зависимость ЭПР имеет главный максимум при нормальном падении зондирующей волны на кромку (0,08 м<sup>2</sup>). Ширина главного максимума порядка полутора градусов по уровню 0,5. Несмотря на достаточно узкий диапазон углов, в котором данная кромка может вносить вклад в общее поле, рассеянное объектом, может возникнуть задача, требующая снижения максимального уровня ЭПР при зондировании данного кромочного участка при любых ракурсах зондирования либо в заданном диапазоне углов (например, снижение ЭПР при нулевом азимуте).



Рис. 2.37. Прямолинейная кромка



Рис. 2.38. Зависимость ЭПР прямолинейной кромки от азимута

В качестве альтернативы прямой кромке рассмотрены следующие варианты: пилообразный излом кромки (рис. 2.39а), три пилообразных излома кромки (рис. 2.39б), кромка в виде участка окружности (рис. 2.39в), кромка в виде трех одинаковых участков окружности (рис. 2.39г). Во всех рассматриваемых случаях расстояние d между крайними точками кромок фиксировано. В качестве изменяемого параметра для всех четырех вариантов принята высота зубца (сегмента окружности) h.

На рис. 2.40 представлены зависимости ЭПР от азимута для кромки в виде одного пилообразного излома (рис. 2.39,а). Тонкой линией приведена зависимость ЭПР при высоте зубца h=0,05 м, толстой линией – при высоте зубца излома h=0,10 м. Максимумы рассеяния соответствуют направлениям ортогонального зондирования участков кромки.



Рис. 2.39. Варианты изменения формы кромочного локального участка рассеяния



Рис. 2.40. Зависимости ЭПР одного пилообразного излома от азимута зондирования

Как следует из приведенных графиков, использование пилообразного излома приводит к снижению максимального уровня ЭПР в четыре раза и уходу направлений максимумов рассеяния с нулевого азимута. "Платой" за этот выигрыш является появление двух направлений зондирования, на которых ЭПР максимальна, а также расширение главных максимумов до 4°. Амплитуда и ширина максимумов при описанных изменениях высоты зубца h практически не изменяется, поскольку эти параметры определяются длиной участков кромки.

На рис. 2.41 приведены зависимости ЭПР от азимута зондирования для кромки в виде трех пилообразных изломов. Изломы именно такого вида использованы при снижении ЭПР кромок воздухозаборников бомбардировщика В2 [47]. Тонкой линией приведена зависимость ЭПР при высоте зубца h=0,02 м, толстой линией – при высоте зубца излома h=0,05 м. Также как и в случае одного пилообразного излома, максимумы рассеяния соответствуют направлениям зондирования, перпендикулярным парциальным участкам кромки. Значения максимумов ЭПР ниже, чем для кромки в виде одного излома. Разница в амплитудах главных максимумов определяется когерентным сложением вкладов участков кромки. Ширина максимумов ЭПР составляет уже величину порядка 10°, что объясняется уменьшением длины прямолинейных участков изломов.



Рис. 2.41. Зависимости ЭПР трех пилообразных изломов от азимута зондирования

При оценке вклада прямолинейных изломов и изломов с эллиптической кромкой в общее поле, рассеянное объектом слож-

ной формы [33], было показано, что криволинейные изломы вносят меньший по величине вклад, однако в более широком диапазоне углов зондирования.

На рис. 2.42 представлены зависимости ЭПР от азимута для кромки в виде одного участка окружности (рис. 2.39в). На рис. 2.42а серой линией приведена зависимость ЭПР кромки при высоте сегмента окружности 0,02 м, тонкой линией – зависимость ЭПР при высоте сегмента окружности 0,05 м, толстой черной линией – зависимость ЭПР при высоте сегмента окружности h = 0,07 м. На рис. 2.426 толстой черной линией приведена зависимость ЭПР при высоте сегмента окружности 0,09 м, тонкой линией – ЭПР при высоте сегмента окружности 0,10 м, серой линией – ЭПР при высоте сегмента окружности 0,15 м.





Рис. 2.42. Зависимости ЭПР от азимута для кромки в виде участка окружности

162

Как видно из приведенных зависимостей, уже при использовании сегмента высотой h=0,02 м происходит снижение ЭПР при нулевом азимуте в восемь раз по сравнению с ЭПР прямолинейной кромки, однако при этом происходит расширение главного максимума до 12°. Увеличение высоты сегмента приводит к дальнейшему расширению диапазона азимутов зондирования, при которых ЭПР кромки превышает 0,001 м<sup>2</sup>.

Анализ графиков на рис. 2.42 показывает, что более приемлемой является высота сегмента h=0,07 м. Ширина диапазона азимутов зондирования, при котором ЭПР кромки превышает 0,001 м<sup>2</sup>, составляет 50°, при этом практически во всем диапазоне зависимость ЭПР колеблется в районе 0,002 м<sup>2</sup>, за исключением двух локальных максимумов (0,0035 м<sup>2</sup>). Необходимо отметить, что высота сегмента должна выбираться исходя из конструктивных особенностей того объекта, на котором расположен оптимизируемый кромочный локальный участок рассеяния. При этом использование кромок в виде участка окружности с любой высотой сегмента большей 5 см также является приемлемым с точки зрения снижения вторичного излучения излома поверхности, поскольку ЭПР такой кромки при любом ракурсе зондирования не превышает 0,005 м<sup>2</sup>.



На рис. 2.43. приведены зависимости ЭПР от азимута для кромки в виде трех участков окружностей (рис. 2.39г).

Рис. 2.43. Зависимости ЭПР от азимута для кромки в виде трех участков окружности

Зависимость ЭПР для кромки из трех сегментов высотой 1 см приведена тонкой линией, для сегментов высотой 2 см – черной толстой линией, для сегментов высотой 5 см – серой линией. Все приведенные зависимости имеют осциллирующий характер, определяемый когерентным сложением откликов от отдельных сегментов. Максимумы ЭПР для большинства зависимостей превышают 0,01 м<sup>2</sup>, что существенно выше, чем для кромки, образованной одним сегментом. При этом ширина максимумов не превышает 2°, а при диапазоне азимутов зондирования  $-40^\circ...40^\circ$  зависимость ЭПР имеет 17 пиков, большинство из которых по амплитуде превышает 0,005 м<sup>2</sup>. При этом максимумы зависимости ЭПР излома при высоте сегментов 2 см сконцентрированы в диапазоне ракурсов  $-15^\circ...15^\circ$  и их амплитуда не превышает 0,01 м<sup>2</sup>.

Так как кромка состоит из трех сегментов, на каждом их которых практически при любом угле зондирования возникает локальный центр рассеяния ("блестящая точка"), то можно сказать, что величина максимумов будет существенно изменяться от длины зондирующей волны. В связи с этим использование излома в виде конкретной конфигурации из нескольких секторов приводит к снижению его ЭПР в довольно узком частотном диапазоне зондирующих сигналов.

Изменение формы кромочного локального участка рассеяния позволяет существенно снизить максимальный уровень его ЭПР. Выбор формы кромки определяется требованиями, выдвигаемыми к максимальным значениям ЭПР излома и к характеру зависимости ЭПР от азимута зондирования.

# 2.3. Метод расчета характеристик рассеяния наземных объектов сложной формы

Предлагаемый метод основывается на методе расчета характеристик рассеяния уединенного объекта, представленном в подразделе 2.1, но дополнительно позволяет учитывать наличие и влияние подстилающей поверхности с заданными электромагнитными характеристиками. Из-за наличия границы раздела "воздухземля" на поверхности объекта возникают две взаимнопересекающиеся освещенные области, первая из которых вызвана прямой волной, падающей из точки облучения, а вторая – волной, отраженной от земной поверхности. Полученные интегральные представления позволяют указать на 4 главных пути распространения электромагнитных волн в описываемой системе (рис. 2.44): "передатчик-объект-приемник", "передатчик-объект-земля-прием-"передатчик-земля-объект-земля-приемник", "передатчикник". земля-объект-приемник". Для наземных объектов метод также позволяет рассчитывать характеристики рассеяния при наличии радиопоглощающих покрытий и изломов поверхности.



Рис. 2.44. Главные пути распространения электромагнитных волн при зондировании наземного объекта

### 2.3.1. Рассеяние плоской электромагнитной волны на идеально проводящем объекте, находящемся вблизи границы однородного полупространства

Ниже предлагается приближенная методика расчета характеристик обратного рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально проводящем объекте больших электрических размеров (и малых кривизн), который находится вблизи границы однородного полупространства (возможно, с комплексными параметрами). Актуальность такой постановки задачи обусловлена, в частности, необходимостью получения априорной информации о характеристиках вторичного излучения наземных объектов в интересах решения задачи их локального обнаружения и распознавания.

Методика основана на получаемых из леммы Лоренца интегральных представлениях полей, учитывающих электродинамические взаимодействия между идеально проводящим рассеивателем и границей однородного полупространства.

Для расчетов вторичного излучения объекта, находящегося вблизи подстилающей поверхности, необходимо учитывать взаимное влияние этих объектов между собой, т.е. следует рассматривать систему "идеально проводящий объект – полупространство с параметрами земли" (рис. 2.45) с учетом внутрисистемных взаимодействий.



Рис. 2.45. Система "объект - земля"

Для учета влияния подстилающей поверхности необходимо рассматривать четыре указанных выше наиболее существенных пути распространения электромагнитной волны. Многократными переотражениями, как эффектами второго порядка малости, в первом приближении можно пренебречь. Пусть  $\vec{\varepsilon}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$ ,  $\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$  – поле, порожденное точечным диполем, расположенным в точке  $x_0$  с вектор-моментом  $\vec{p}$  в присутствии полупространства  $V^1$ . Поле  $\vec{\varepsilon}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$ ,  $\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$ удовлетворяет системе уравнений Максвелла:

$$rot\vec{\mathcal{E}} = j\omega\mu_{0}\vec{\mathcal{H}} rot\vec{\mathcal{H}} = -j\omega\varepsilon\vec{\mathcal{E}} - j\omega\vec{p}\delta(\vec{x} - \vec{x}_{0}) \bigg\}, \qquad (2.92)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon_0, x_0 \in V^0, \\ \varepsilon_1, x_0 \in V^1. \end{cases}$ 

Отметим, что если основная часть спектра зондирующего сигнала расположена выше 50 МГц, то дисперсионными свойствами среды с параметрами земли можно пренебречь [57].

Система уравнений (2.92) дополняется граничными условиями на поверхности раздела сред *D*:

$$\vec{\mathcal{E}}^{+T} = \vec{\mathcal{E}}^{-T}; \qquad \vec{\mathcal{H}}^{+T} = \vec{\mathcal{H}}^{-T}.$$
(2.93)

Рассмотрим поле  $\vec{E}(\vec{x})$ ,  $\vec{H}(\vec{x})$ , порожденное заданным распределением объемной плотности тока  $\vec{J}$  в  $V^0$  при наличии полупространства  $V^1$  и идеально проводящего рассеивателя *S*. Для этого случая уравнения Максвелла будут иметь следующий вид:

$$rot\vec{E} = j\omega\mu_{0}\vec{H}$$
  
$$rot\vec{H} = -j\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J}$$
(2.94)

Отметим, что границей области  $V^0$  является  $D \bigcup S$  (рис. 2.45). Граничные условия на поверхности раздела сред D

$$\vec{E}^{+T} = \vec{E}^{-T}, \qquad \vec{H}^{+T} = \vec{H}^{-T}$$
 (2.95)

дополняются требованием равенства нулю тангенциальной

167

составляющей электрической напряженности на поверхности S :

$$\left. \vec{E}^T \right|_S = 0 \,. \tag{2.96}$$

Применим лемму Лоренца к полям  $\vec{E}(\vec{x})$ ,  $\vec{H}(\vec{x})$  и  $\vec{\varepsilon}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$ ,  $\vec{\mathscr{H}}(\vec{x}|\vec{x}_0,\vec{p})$  в области  $V^0$  при условии  $x_0 \in V^0$ :

$$\int_{D} \left( \vec{E}^{-T} \cdot \vec{\mathcal{H}}^{-\perp} - \vec{\varepsilon}^{-T} \cdot \vec{H}^{-\perp} \right) dl - \int_{S} \vec{\varepsilon}^{-T} \cdot \vec{H}^{-\perp} dS =$$
$$= -\int_{V^{0}} \left( j\omega\delta\left(\vec{x} - \vec{x}_{0}\right)\vec{p} \cdot \vec{E} + \vec{J} \cdot \vec{\varepsilon} \right) dv \qquad (2.97)$$

и на основании принципа суперпозиции, используя фильтрующее свойство δ-функции, получим

$$j\omega\vec{p}\left(\vec{E}(\vec{x}_{0})-\vec{e}(\vec{x}_{0})\right)=\int_{S}\vec{e}^{T}\cdot\vec{H}^{\perp}(\vec{x})ds-\int_{D}\left(\vec{E}^{-T}\cdot\vec{\mathcal{H}}^{-\perp}-\vec{e}^{-T}\cdot\vec{H}^{-\perp}\right)dl\,,\,(2.98)$$

где  $\vec{\varepsilon}(\vec{x}_0)$  – поле, порожденное в полупространстве  $V^0$  заданным распределением сторонних токов  $\vec{J}$  в отсутствие рассеивателя S.

Применив лемму Лоренца к тем же полям в области  $V^1$ , можно получить

$$\int_{D} \left( \vec{E}^{+T} \cdot \vec{\mathcal{H}}^{+\perp} - \vec{\mathcal{E}}^{+T} \cdot \vec{H}^{+\perp} \right) dl = 0.$$
(2.99)

Здесь  $\vec{A}^T = \vec{A} - \vec{n} (\vec{A} \cdot \vec{n}), \ \vec{B}^\perp = (\vec{n} \times \vec{B}), \ \vec{n}$  – орт нормали к соответствующей границе.

Складывая почленно соотношения (2.98) и (2.99) и учитывая граничные условия (2.93), (2.95), (2.96), можно получить следующее интегральное представление:

$$j\omega\vec{p}\cdot\left(\vec{E}(\vec{x}_0)-\vec{e}(\vec{x}_0)\right)=\int_{S}\vec{e}(\vec{x}\mid\vec{x}_0,\vec{p})\cdot\vec{H}^{\perp}(x)dS. \qquad (2.100)$$

Пусть вектор  $\vec{x}_0$  имеет направление на источник излучения -  $\vec{R}^0$  и по длине равен *r* :

$$\vec{x}_0 = -r\vec{R}^0.$$
(2.101)

Устремив  $r \to \infty$ , представим (2.100) в следующем виде:

$$j\omega\vec{p}\cdot\left(\vec{E}\left(\vec{R}^{0}\right)-\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{R}^{0}\right)\right)=\int_{S}\vec{\mathscr{E}}^{T}\left(x|\vec{R}^{0},\vec{p}\right)\cdot\vec{H}^{\perp}(x)dS,\qquad(2.102)$$

где  $\vec{\mathscr{E}}^{T}(x|\vec{R}^{0},\vec{p})$  – поле, порожденное плоской волной

$$\vec{\varepsilon_0}\left(x \mid \vec{R}^0, \vec{p}\right) = k_0^2 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \vec{p}^0 \exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}\right)\right) \cdot \Omega(k_0 r), \qquad (2.103)$$
$$\Omega(k_0 r) = \frac{1}{4\pi} \frac{\exp\left(jk_0 r\right)}{r}, \quad \vec{p}^0 = \vec{p} - \vec{R}^0\left(\vec{p} \cdot \vec{R}^0\right),$$

распространяющейся в направлении  $\vec{R}^0$ , при наличии лишь полупространства  $V^1$  (при отсутствии рассеивателя S);  $\vec{E}(\vec{R}^0)$ ,  $\vec{e}(\vec{R}^0)$  – диаграммы вторичного обратного рассеяния рассматриваемой системы при наличии и отсутствии рассеивателя S, соответственно.

Выражение для падающей плоской волны (2.103) получено в результате предельного перехода к вектор-функции

$$\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x}\,|\,\vec{x}_{0},\,\vec{p}\,\right) = \frac{1}{\varepsilon_{0}} \left[\vec{\nabla}\left(\vec{p}\,\vec{\nabla}g\right) + k_{0}^{2}\,\vec{p}\,g\right], \left(g\left(\vec{x},\,\vec{x}_{0}\right) = \frac{\exp\left(jk_{0}\left|\vec{x}\,-\vec{x}_{0}\right|\right)}{4\pi\left|\vec{x}\,-\vec{x}_{0}\right|}\right),$$

выражающей поле электрического диполя, расположенного в свободном пространстве и локализованного в точке  $x_0 \in V^0$  при удалении  $x_0$  в бесконечность. При этом используется асимптотическое разложение функции  $g(\vec{x}, \vec{x}_0)$  при  $r \rightarrow \infty$ :

$$g(\vec{x},\vec{x}_0) \sim k_0 \Omega(k_0 r) exp(jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x})).$$

В общем случае плоская волна (2.103) падает наклонно на границу раздела сред D. В этой ситуации отраженное поле в направлении  $-\vec{R}^0$  можно положить равным нулю. Таким образом, выражение для поля над поверхностью D в отсутствие рассеивателя S можно записать в виде:

$$\vec{\varepsilon} \left( \vec{x} \,|\, \vec{R}^{0}, \vec{p} \right) = k_{0}^{2} \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \cdot \left[ \vec{p}^{0} \exp\left( jk_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x} \right) \right) + \vec{p}^{1} \exp\left( jk_{0} \left( \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \right) \right) \right] \Omega(k_{0} x_{0}), \qquad (2.104)$$

где  $\bar{R}^1 = \bar{R}^0 - 2\bar{n} \left( \bar{R}^0 \cdot \bar{n} \right)$  – направление распространения отраженной от плоскости *D* волны,  $\bar{p}^1$  – векторный коэффициент отражения от подстилающей поверхности, рассчитываемый с помощью выражений (2.12), (2.13) по методике, приведенной в [28].

Таким образом, будем считать, что поверхность S облучается, во-первых, исходной плоской волной, распространяющейся в направлении  $\vec{R}^0$  и, во-вторых, волной, переотраженной плоскостью D.

При этом необходимо учитывать фазовые набеги, связанные с отражением от границы D. Пусть в некоторой системе координат  $Ox_1x_2x_2$  точка M на поверхности объекта имеет радиус-вектор  $\vec{x}$  и пусть точка A – точка зеркального отражения на плоскости D, отраженный луч из которой проходит через точку M на S (рис. 2.46).

Плоскость D описывается равенством

$$(\vec{x} \cdot \vec{n}) + h = 0$$
, (2.105)

где *h* – расстояние от плоскости *D* до начала координат вдоль

направления орта нормали  $\vec{n}$  к плоскости D;  $\vec{x}$  – радиус-вектор точки плоскости.



Рис. 2.46. К вопросу отражения падающей волны от подстилающей поверхности

Введем обозначения  $\vec{a} = \vec{OA} = \vec{x} - \rho \vec{R}^1$ ,  $\vec{\xi} = \vec{AM} = \vec{x} - \vec{a} = \rho \vec{R}^1$ , где значение  $\rho$  определяется из условия принадлежности точки A плоскости D:

$$\rho = \frac{(\vec{x} \cdot \vec{n}) + h}{\left(\vec{R}^1 \cdot \vec{n}\right)}.$$
(2.106)

Тогда падающая волна (2.103) может быть представлена в виде

$$\vec{\epsilon_0} \left( \vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p} \right) = k_0^2 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \vec{p}^0 \exp\left(jk_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \left( \vec{a} + \vec{\xi} \right) \right) \right) \Omega(k_0 x_0) =$$
$$= k_0^2 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \Omega(k_0 x_0) \vec{p}^0 \exp\left(jk_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{a} \right) \right) \exp\left(jk_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{\xi} \right) \right) = \vec{p}^0 \exp\left(jk_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{\xi} \right) \right),$$

171

а волна, отраженная от плоскости D, соответственно,

$$\vec{\varepsilon}(\vec{x}|\vec{R}^{1},\vec{p}^{1}) = \hat{\vec{p}}^{1} exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{1}\cdot\vec{\xi}\right)\right) =$$

$$= k_{0}^{2}\omega\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}}\Omega(k_{0}x_{0})\vec{p}^{1}exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{a}\right)\right)exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{1}\cdot\vec{\xi}\right)\right) =$$

$$= k_{0}^{2}\omega\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}}\Omega(k_{0}x_{0})\vec{p}^{1}exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0}-\vec{R}^{1}\right)\vec{a}+\vec{R}^{1}\cdot\vec{x}\right)\right).$$

Таким образом, полное поле в точке  $\vec{x}$  поверхности объекта *S* с учетом фазовых набегов, вызванных отражением первичной волны от плоскости *D*, можно переписать в виде

$$\vec{\varepsilon} \left( \vec{x} | \vec{R}^{0}, \vec{p} \right) = k_{0}^{2} \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \Omega(k_{0}r) \times \\ \times \left[ \vec{p}^{0} \exp\left( jk_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x} \right) \right) + \vec{p}^{1} \exp\left( jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{a} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \right) \right) \right] .$$
(2.107)

Тогда из (2.103) с учетом (2.107) получаем

$$\vec{p}\vec{E}\left(\vec{R}^{0}\right) = -j\Omega\left(k_{0}r\right)k_{0}^{2}\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}}\int_{S}\left[\vec{p}^{0}\exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{1}\exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0}-\vec{R}^{1}\right)\cdot\vec{a}+\vec{R}^{1}\cdot\vec{x}\right)\right)\right]H^{\perp}\left(\vec{x}\right)dS.$$
(2.108)

Отметим, что  $\bar{H}^{\perp}(\bar{x})$  – плотность поверхностного тока на *S*, порожденная распространяющейся в направлении  $\bar{R}^0$  плоской волной в присутствии границы *D* полупространства  $V^1$ . Наличие в рассматриваемой системе полупространства  $V^1$  приводит к тому, что на поверхность объекта *S* дополнительно падает волна, отраженная от поверхности *D* и распространяющаяся в направлении  $\bar{R}^1$ . Поэтому на поверхности объекта локализуются две взаимнопересекающиеся (в общем случае) "освещенные" области  $Q_0$  и  $Q_1$  (рис. 2.45). В приближении физической оптики плотность 172 поверхностного тока на гладкой части поверхности *S* можно представить в виде:

$$\bar{H}^{\perp}(\bar{x}) = \begin{cases} 2\bar{n}_{S} \times \bar{H}_{1}^{0}, \, \bar{x} \in Q_{0}, \\ 2\bar{n}_{S} \times \bar{H}_{2}^{0}, \, \bar{x} \in Q_{1}, \end{cases}$$
(2.109)

где

$$\bar{H}_{1}^{0} = \left(\bar{R}^{0} \times \bar{p}^{0}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{0} \cdot \bar{x}\right)\right),$$
$$\bar{H}_{2}^{0} = \left(\bar{R}^{1} \times \bar{p}^{1}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{0} - \bar{R}^{1}\right) \cdot \bar{a}\right) exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{1} \cdot \bar{x}\right)\right).$$
(2.110)

Таким образом, правую часть (2.108) можно представить в виде суммы четырех интегралов вида  $\Gamma = \int_{Q} f(\vec{x}) exp(jk_0\Theta(\vec{x})) dS$ :

$$\begin{split} \vec{p} \cdot \vec{E}(\vec{R}^{0}) &= -jk_{0} \frac{exp(jk_{0}r)}{2\pi r} \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\epsilon_{0}}} \times \\ \times \left\{ \int_{Q_{0}} \vec{p}^{0} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x})) \cdot (\vec{n}_{S} \times (\vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0})) \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x})) dS + \right. \\ \left. + \int_{Q_{0}} \vec{p}^{1} exp(jk_{0}((\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{a} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x})) \cdot (\vec{n}_{S} \times (\vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0})) \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x})) dS + \\ \left. + \int_{Q_{1}} \vec{p}^{0} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x})) \cdot (\vec{n}_{S} \times (\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1})) \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp(jk_{0}((\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{a} + \vec{R}^{1}\vec{x})) dS + \\ \left. + \int_{Q_{1}} \vec{p}^{1} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{a} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}) \cdot (\vec{n}_{S} \times (\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1})) \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{c} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}) dS + \\ \left. + \int_{Q_{1}} \vec{p}^{1} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{a} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}) \cdot (\vec{n}_{S} \times (\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1})) \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{c} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}) dS + \\ \left. + \int_{Q_{1}} \vec{p}^{1} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{a} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}) \cdot (\vec{n}_{S} \times (\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1})) \sqrt{\frac{\epsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{c} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}) dS \right\}. \end{aligned}$$

$$(2.111)$$

При этом интегрирование для первых двух интегралов проводится по "освещенной" области  $Q_0$ , а для двух других интегралов – по "освещенной" области  $Q_1$ .

Функции, соответствующие  $f(\vec{x})$  и  $\Theta(\vec{x})$  в каждом интеграле, являются медленно меняющимися. Подынтегральные же функции в (2.111) являются быстроосциллирующими и требуют применения кубатурных формул, описанных в п. 2.2.2.

Аналогичным образом может быть получена расчетная формула для поля, рассеянного локальными участками кромочного типа с учетом подстилающей поверхности. При этом используется решение задачи о бистатическом рассеянии на локальном участке рассеяния кромочного типа [30].

В п. 2.3.3 будет изложен метод оценки вклада кромочных локальных участков рассеяния с радиопоглощающими покрытиями в ЭПР наземного объекта с неидеально отражающей поверхностью.

Используя полученные значения полей, рассеянные гладкими и кромочными элементами поверхности, оценивается полное рассеянное поле объекта, расположенного вблизи подстилающей поверхности.

#### 2.3.2. Характеристики рассеяния идеально проводящей модели наземного объекта

Для проверки работоспособности предложенной методики расчета было проведено математическое моделирование рассеяния плоской электромагнитной волны на модели танка (рис. 2.47), расположенного на поверхности земли.

Длина модели – 8 м, ширина 3 м, высота – 2 м. В качестве подстилающей поверхности использовался каштановый суглинок с эквивалентной сухой плотностью  $1,2 \text{ г/см}^2$ . Параметры сухой почвы (влажность 1%):  $\varepsilon' = 3 + j0,38$ ,  $\mu' = 1 + j0$ ; для влажной

(влажность 20%) почвы  $\varepsilon' = 17 + j0.9$ ,  $\mu' = 1 + j0$ .



Рис. 2.47. Модель танка

Под углом места будем понимать угол между вектором направления зондирования и нормалью к подстилающей поверхности. При зондировании параллельно плоскости земли угол места равен 0°. Азимут зондирования отсчитывался от лобового направления.

Расчет ЭПР модели проводился в диапазоне азимутальных углов 0°...90°. Угол места 30°. Частота зондирующего сигнала 10 ГГц ( $\lambda = 0.03$  м).

На рис. 2.48 изображены зависимости когерентной ЭПР идеально проводящей модели танка на сухой земле. ЭПР при горизонтальной поляризации изображена жирной линией, а ЭПР при вертикальной поляризации – тонкой линией. На рис. 2.49 изображены зависимости ЭПР модели танка на влажной земле.

Наибольшие значения ЭПР модели достигаются при лобовом и боковом зондировании независимо от типа почвы и поляризации зондирующего сигнала. ЭПР при вертикальной поляризации почти во всем диапазоне ракурсов зондирования ниже, чем ЭПР при горизонтальной поляризации. Это объясняется меньшим вкладом подстилающей поверхности при вертикальной поляризации зондирующего сигнала. Локальные превышения ЭПР при вертикальной поляризации можно объяснить более сильным рассеянием на вертикальных кромочных локальных участках поверхности, чем на горизонтальных. При влажной земле ЭПР модели выше, чем при сухой. Это особенно заметно при горизонтальной поляризации зондирующего сигнала.



Рис. 2.48. Когерентная ЭПР модели танка на сухой земле



Рис. 2.49. Когерентная ЭПР модели танка на влажной земле

В рассматриваемом высокочастотном диапазоне ЭПР объекта, также как и рассеянное поле, является быстроосциллирующей функцией частоты.

При зондировании объектов реальными сигналами происходит усреднение ЭПР в частотном диапазоне, соответствующем ширине спектра зондирующего сигнала. Как показано на рис. 2.20 для получения устойчивых оценок ЭПР, необходимо провести усреднение этой величины в частотном диапазоне не менее 5 МГц. На рис. 2.50 приведены зависимости усредненной ЭПР модели при сухой земле, аналогичные представленным на рис. 2.48. Усреднение проводилось в диапазоне f = 9.95...10.05 ГГц по 50 значениям частоты. На рис.2. 51. приведены зависимости усредненной ЭПР модели при влажной земле, аналогичные представленным на рис. 2.49. ЭПР при горизонтальной поляризации приведена толстой линией, а ЭПР при вертикальной поляризации – тонкой линией.



Рис. 2.50. Усредненная ЭПР модели танка на сухой земле



Рис. 2.51. Усредненная ЭПР модели танка на влажной земле

Графики, приведенные на рис. 2.50...2.51, являются более гладкими по сравнению с графиками на рис. 2.48...2.49. Это объясняется усреднением значений по частоте и снижением влияния когерентного сложения откликов от различных участков поверхности модели.

С целью уменьшения временных затрат при получении устойчивых оценок ЭПР были рассчитаны значения некогерентной ЭПР. На рис. 2.52 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на сухой земле. На рис. 2.53 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на влажной земле.



Рис. 2.52. Некогерентная ЭПР модели танка при сухой земле



Рис. 2.53. Некогерентная ЭПР модели танка на влажной земле

Приведенные зависимости некогерентной ЭПР от азимута являются даже более гладкими, чем зависимости усредненной в диапазоне частот ЭПР, приведенные на рис. 2.50...2.51. Значения некогерентной ЭПР являются хорошей и достаточно устойчивой оценкой ЭПР в определенном диапазоне зондирующих частот и ракурсов облучения цели. Также необходимо отметить, что значения некогерентной ЭПР получены при расчете на одной частоте, что существенно снижает временные затраты для получения конечного результата.

На рис. 2.54...2.56 представлены зависимости некогерентной ЭПР модели танка при различных углах места зондирования.



Рис. 2.54. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 0° (а – сухая земля, б – влажная земля)



Рис. 2.55. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 10° (а – сухая земля, б – влажная земля)

179


Рис. 2.56. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 75° (а – сухая земля, б – влажная земля)

Приведенные графики показывают, что при зондировании вдоль поверхности земли нет разницы между ЭПР при вертикальной и горизонтальной поляризациями. Это происходит в силу того, что при направлениях зондирования, близких к касательным относительно поверхности земли, коэффициент отражения близок к единице при любой поляризации для всех рассматриваемых путей распространения падающей электромагнитной волны, а изломы поверхности исследуемого объекта в большинстве своем затенены либо не рассеивают в обратном направлении. При зондировании под углами места близкими к 90° значения ЭПР на горизонтальной и вертикальной поляризации также близки в силу того, что наибольший вклад в суммарное рассеяние вносит волна, распространяющаяся по пути "РЛС-объект-РЛС" без отражения от подстилающей поверхности. Наибольшие различия между значениями ЭПР на вертикальной и горизонтальной поляризациях имеет место при углах места 10° и 30° (рис. 2.53, 2.54, 2.55), когда различия между коэффициентами отражения от земной поверхности на разных поляризациях существенна. Именно поэтому для углов места 10° и 30° ЭПР модели танка на влажной земле выше, чем ЭПР модели на сухой земле. При малых или больших углах места влияние типа почвы на уровень ЭПР существенно ниже.

## 2.3.3. Метод расчета ЭПР наземного объекта с неидеально отражающей поверхностью

Предлагаемый метод основан на получаемых из леммы Лоренца интегральных представлениях полей, учитывающих электродинамические взаимодействия между рассеивателем и границей однородного полупространства. Кроме того, учитывается наличие неоднородностей (острые кромки и радиопоглощающие покрытия) на поверхности исследуемого объекта.

Рассмотрим падение плоской монохроматической волны (2.1) на неидеально отражающий наземный объект. Воспользовавшись леммой Лоренца [10], можно получить выражение для поля, рассеянного объектом с поверхностью *S*:

$$\vec{p} \cdot \vec{E}(x_0) = \frac{1}{j\omega} \int_{S} \left[ \vec{H}^{\perp}(x) \cdot \vec{\mathcal{E}}(x \mid x_0, \vec{p}) + \vec{E}^{\perp}(x) \cdot \vec{\mathcal{H}}(x \mid x_0, \vec{p}) \right] dS_x , (2.112)$$

где  $\vec{k}, \vec{\mathcal{H}}(x | x_0, \vec{p})$  – поле электрического диполя, расположенного в точке  $x_0$  с вектор-моментом  $\vec{p}$  в присутствии границы D полупространства  $V^1$  (рис. 2.45),  $(\vec{E}^{\perp}, \vec{H}^{\perp})$  – как и ранее, повернутые на 90° тангенциальные составляющие полного поля на поверхности объекта S. В частности, если неидеальность границы объекта связана с наличием эквидистантного радиопоглощающего слоя на идеально проводящей поверхности рассеивателя, то для нахождения поля  $(\vec{E}, \vec{H})$  можно воспользоваться решением модельной задачи, изложенным в подразделе 2.1. Отметим, что для случая обратного рассеяния  $\vec{x}_0 = -r \cdot \vec{R}^0$ . Если  $r \to \infty$ , то выражение для поля диполя асимптотически можно представить в виде:

$$\vec{\mathscr{E}} \left( \vec{x} \mid \vec{x}_0, \vec{p} \right) \sim \Omega(k_0 r) \vec{\mathscr{E}} \left( \vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p} \right), \vec{\mathscr{H}} \left( \vec{x} \mid \vec{x}_0, \vec{p} \right) \sim \Omega(k_0 r) \vec{\mathscr{H}} \left( \vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p} \right),$$
(2.113)

где

$$\Omega(k_0 r) = \frac{e^{jk_0 r}}{4\pi k_0 r} \, .$$

Поле  $\vec{\mathscr{E}}\left(\vec{x} \mid \vec{R}_{0}, \vec{p}\right), \ \vec{\mathscr{H}}\left(\vec{x} \mid \vec{R}_{0}, \vec{p}\right)$  порождено плоской волной

$$\vec{\epsilon_0} \left( \vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p} \right) = k_0^2 \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \vec{p}^{\mathrm{T}} \exp\left( jk_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right),$$
  
$$\vec{\mathcal{H}}_0 \left( \vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p} \right) = -k_0^2 \omega \vec{p}^{\mathrm{T}} \exp\left( jk_0 \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{x} \right) \right), \qquad (2.114)$$

где  $\vec{p}^{\perp} = \vec{R}^0 \times \vec{p}$ ,  $\vec{p}^{\rm T} = \vec{p} - \vec{R}^0 (\vec{R}^0 \cdot \vec{p})$ .

Следовательно, поле над поверхностью D в отсутствие рассеивателя S можно записать в виде

$$\vec{\varepsilon} \left( \vec{x} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p} \right) = k_{0}^{2} \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \left[ \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{1} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{1} \cdot \vec{x}\right)\right) \right], \quad (2.115)$$
  
$$\vec{\mathscr{H}} \left( \vec{x} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p} \right) = -k_{0}^{2} \omega \left[ \vec{p}^{0\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{1\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{1} \cdot \vec{x}\right)\right) \right], \quad (2.116)$$

где  $\vec{p}^{0\perp} = \vec{R}^0 \times \vec{p}^0$ ,  $\vec{p}^{1\perp} = \vec{R}^1 \times \vec{p}^1$ ,  $\vec{p}^0 = \vec{p}^T$ ,  $\vec{p}^1$  – вектор, рассчитываемый с помощью выражений (2.12), (2.13).

Таким образом, так же как и в п. 2.3.1, будем считать, что поверхность *S* облучается, во-первых, исходной плоской волной, распространяющейся в направлении  $\vec{R}^0$  и, во-вторых, волной переотраженной плоскостью *D*, распространяющейся в направлении  $\vec{R}^1$ , (рис. 2.45).

Учет фазовых набегов, связанных с отражением от границы D, происходит также как и для идеально проводящего объекта. Например, для электрической составляющей полного поля в точке  $\vec{x}$  поверхности объекта S с учетом фазовых набегов, вызванных отражением первичной волны от плоскости D, можно записать:

$$\vec{\varepsilon} \left( \vec{x} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p} \right) = k_{0}^{2} \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \Omega(k_{0}r) \times \\ \times \left[ \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{1} \exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{c} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}\right)\right) \right], \quad (2.117)$$

где  $\vec{c} = \vec{x} - \frac{(\vec{x} \cdot \vec{n}) + h}{(\vec{R}^1 \cdot \vec{n})} \vec{R}^1$ ,  $\vec{n}$  – нормаль к поверхности D, h –

расстояние от центра системы координат, связанной с объектом, до поверхности D (рис. 2.46). Аналогично с учетом фазовых набегов можно записать выражение для  $\vec{\mathcal{H}}(\vec{x} \mid \vec{R}^0, \vec{p})$ .

Тогда, из (2.112), с учетом полученных выражений для  $\vec{\varepsilon}(\vec{x} | \vec{R}^0, \vec{p}), \vec{\mathcal{H}}(\vec{x} | \vec{R}^0, \vec{p}),$  можно записать выражение для полного поля, рассеянного в направлении  $-\vec{R}^0$  (над поверхностью D), при наличии объекта S:

$$\vec{p} \cdot \vec{E} \left( \vec{R}^{0} \right) = -j \, k_{0} \, \Omega \left( k_{0} \, r \right) \times \int_{S} \left[ \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \left[ \vec{p}^{0} \exp \left( j k_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x} \right) \right) + \vec{p}^{1} \exp \left( j k_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{c} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \right) \right) \right] \vec{H}^{\perp} \left( \vec{x} \right) + \left[ \vec{p}^{0\perp} \exp \left( j k_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x} \right) \right) + \vec{p}^{1\perp} \exp \left( j k_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{c} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \right) \right) \right] \vec{E}^{\perp} \left( \vec{x} \right) \right] dS.$$

$$(2.118)$$

Отметим, что  $\vec{H}^{\perp}(\vec{x})$  представляет собой эквивалентную плотность электрического тока на поверхности *S* неидеально отражающего объекта. Плотность поверхностного тока  $\vec{H}^{\perp}(\vec{x})$ порождена распространяющейся в направлении  $\vec{R}^0$  плоской волной в присутствии границы *D* полупространства  $V^1$  (рис. 2.45). В приближении физической оптики  $\vec{H}^{\perp}(\vec{x})$  для гладких участков поверхности *S* может быть представлена в виде

$$\bar{H}^{\perp}(\vec{x}) = \begin{cases} \bar{n}_{s} \times \bar{H}_{1}, \ \vec{x} \in Q_{0}, \\ \bar{n}_{s} \times \bar{H}_{2}, \ \vec{x} \in Q_{1}, \end{cases}$$
(2.119)

где

$$\begin{split} \bar{H}_{1} = & \left(\bar{R}^{0} \times \bar{p}^{0}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{0} \cdot \bar{x}\right)\right) + \left(\bar{R}^{01} \times \bar{p}^{01}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{01} \cdot \bar{x}\right)\right), \\ \bar{H}_{2} = & \left(\bar{R}^{1} \times \bar{p}^{1}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{0} - \bar{R}^{1}\right) \cdot \bar{c}\right) exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{1} \cdot \bar{x}\right)\right) + \\ & + & \left(\bar{R}^{11} \times \bar{p}^{11}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{0} - \bar{R}^{1}\right) \cdot \bar{c}\right) exp\left(jk_{0}\left(\bar{R}^{11} \cdot \bar{x}\right)\right). \end{split}$$
(2.120)

Здесь  $\vec{n}_S$  — нормаль к поверхности *S* объекта;  $\vec{R}^{01} = \vec{R}^0 - 2\vec{n}_S(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}_S), \quad \vec{R}^{11} = \vec{R}^1 - 2\vec{n}_S(\vec{R}^1 \cdot \vec{n}_S), \quad \vec{p}^{01}, \quad \vec{p}^{11}$  — комплексные векторные коэффициенты отражения от неидеально отражающей поверхности объекта при облучении в направлениях  $\vec{R}^0$  и  $\vec{R}^1$ , соответственно. Векторы  $\vec{p}^{01}$  и  $\vec{p}^{11}$  могут быть получены с помощью методики, изложенной в подразделе 2.1.1.

В выражении (2.112)  $\vec{E}^{\perp}(\vec{x})$  представляет собой эквивалентную плотность магнитного тока на поверхности *S*. В приближении физической оптики  $\vec{E}^{\perp}(\vec{x})$  можно представить в виде

$$\vec{E}^{\perp}(\vec{x}) = \begin{cases} \vec{n}_S \times \vec{E}_1, \ \vec{x} \in Q_0, \\ \vec{n}_S \times \vec{E}_2, \ \vec{x} \in Q_1, \end{cases}$$
(2.121)

где

$$\vec{E}_{1} = \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{x}\right)\right) + \vec{p}^{01} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{01}\cdot\vec{x}\right)\right),$$
  
$$\vec{E}_{2} = \vec{p}^{1} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}-\vec{R}^{1}\right)\cdot\vec{c}\right) \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{1}\cdot\vec{x}\right)\right) +$$
  
$$+ \vec{p}^{11} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}-\vec{R}^{1}\right)\cdot\vec{c}\right) \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{11}\cdot\vec{x}\right)\right).$$
(2.122)

С учетом (2.119)...(2.122) выражение (2.118) может быть представлено в виде

$$\begin{split} \vec{p} \cdot \vec{E} \left( \vec{R}^{0} \right) &= -jk_{0} \frac{exp(jk_{0}r)}{2\pi r} \times \\ \times \left\{ \int_{Q_{0}} \left[ \vec{p}^{0} \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{H}_{1} \right) + \left( \vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0} \right) \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{E}_{1} \right) \right] exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x})) dS + \\ + \int_{Q_{0}} \left[ \vec{p}^{1} \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{H}_{1} \right) + \left( \vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1} \right) \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{E}_{1} \right) \right] exp\left( jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{c} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \right) \right) dS + \\ + \int_{Q} \left[ \vec{p}^{0} \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{H}_{2} \right) + \left( \vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0} \right) \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{E}_{2} \right) \right] exp\left( jk_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x} \right) \right) dS + \\ + \int_{Q} \left[ \vec{p}^{1} \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{H}_{2} \right) + \left( \vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1} \right) \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{E}_{2} \right) \right] exp\left( jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{c} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \right) \right) dS + \\ + \int_{Q} \left[ \vec{p}^{1} \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{H}_{2} \right) + \left( \vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1} \right) \cdot \left( \vec{n}_{S} \times \vec{E}_{2} \right) \right] exp\left( jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{c} - \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \right) \right) dS \right\}. \quad (2.123)$$

Интегрирование для двух первых интегралов проводится по "освещенной" области  $Q_0$ , а для двух других интегралов — по "освещенной" области  $Q_1$ . Подынтегральные функции в (2.123) являются быстроосциллирующими и требуют использования кубатурных формул, описанных в подразделе 2.1.

Применив кубатурную формулу (п.2.2.2) к интегралам, входящим в (2.123), можно рассчитать поле, рассеянное гладкой частью поверхности рассматриваемого объекта.

Для поля, рассеянного локальными участками кромочного типа наземного объекта, также воспользуемся выражением (2.112). Для полного поля в точке  $\vec{X}$  поверхности S, охватывающей объект, с учетом фазовых набегов, вызванных отражением первичной волны от плоскости D, можно записать:

$$\vec{\varepsilon} \left( \vec{X} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p} \right) = k_{0}^{2} \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \Omega(k_{0}r) \times \\ \times \left[ \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{X} \right) \right) + \vec{p}^{1} \exp\left(jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X} \right) \right) \right], \quad (2.124)$$

$$\vec{\mathcal{H}}\left(\vec{X} \mid \vec{R}^{0}, \vec{p}\right) = k_{0}^{2} \omega \Omega(k_{0}r) \times \\ \times \left[\vec{p}^{0\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X}\right)\right) + p^{1\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X}\right)\right)\right] , \quad (2.125)$$

где 
$$\Omega(k_0,r) = \frac{exp(jk_0r)}{4\pi k_0r}, \quad \vec{C} = \vec{X} - \frac{(\vec{X}\cdot\vec{n}) + h}{(\vec{R}^1\cdot\vec{n})}\vec{R}^1, \quad \vec{p}^{0\perp} = \vec{R}^0 \times \vec{p}^0,$$

 $\vec{p}^{1\perp} = \vec{R}^1 \times \vec{p}^1$ ,  $\vec{n}$  – нормаль к поверхности *D*, *h* – расстояние от центра системы координат, связанной с объектом, до поверхности *D* (рис. 2.46).

Тогда поле, рассеянное кромочными участками поверхности наземного объекта в направлении  $-\vec{R}^0$ , можно представить в виде:

$$\vec{p} \cdot \vec{E} \left( \vec{R}^0 \right) = -jk_0 \frac{exp(jk_0r)}{2\pi r} (F_0 + F_1), \qquad (2.126)$$

$$F_{0} = \int_{W_{0}} \left[ \vec{H}^{a\perp}(\vec{x}) \cdot \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \left[ \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X}\right)\right) + \vec{p}^{1} \exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X}\right)\right) \right] + \vec{E}^{a\perp}(\vec{x}) \cdot \left[ \vec{p}^{0\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X}\right)\right) + \vec{p}^{1\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X}\right)\right)\right) \right] dS , \qquad (2.127)$$

$$F_{1} = \int_{W_{1}} \left[ \vec{H}^{b\perp}(\vec{x}) \cdot \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \left[ \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X}\right)\right) + \vec{p}^{1} \exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X}\right)\right)\right] + \vec{E}^{b\perp}(\vec{x}) \cdot \left[ \vec{p}^{0\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X}\right)\right) + \vec{p}^{1\perp} \exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X}\right)\right)\right] \right] dS.$$
(2.128)

Здесь  $W_0$  – совокупность тороидальных поверхностей, охватывающих кромки, "освещенные" при облучении в направлении  $\vec{R}^0$  (рис. 2.57),  $W_1$  – совокупность тороидальных поверхностей, охватывающих кромки, "освещенные" волной, отраженной от поверхности D,  $\vec{E}^{a\perp} = (\vec{n}_0 \times \vec{E}^a)$  и  $\vec{H}^{a\perp} = (\vec{n}_0 \times \vec{H}^a)$  – плотности эквивалентных магнитного и электрических токов на поверхности  $W_0$  ( $\vec{n}_0$  – нормаль к поверхности  $W_0$ ) при облучении в направлении  $\vec{R}^0$ ,  $\vec{E}^{b\perp} = (\vec{n}_1 \times \vec{E}^b)$  и  $\vec{H}^{b\perp} = (\vec{n}_1 \times \vec{H}^b)$  – плотности эквивалентных магнитного и электрических токов на поверхности  $W_0$ ,  $\vec{E}^{b\perp} = (\vec{n}_1 \times \vec{E}^b)$  и  $\vec{H}^{b\perp} = (\vec{n}_1 \times \vec{H}^b)$  – плотности эквивалентных магнитного и электрических токов на поверхности  $W_1$  ( $\vec{n}_1$  – нормаль к поверхности  $W_1$ ) при облучении в направлении  $\vec{R}^1$ .



Рис. 2.57. К вопросу определения поверхностей  $W_0$  и  $W_1$ 

Рассмотрим интеграл  $F_0$  по поверхности  $W_0$ . Для этого введем выражение для координат точек  $\vec{X}$  на поверхности  $W_0$ :

$$\vec{X} = \vec{x}(\upsilon) + \vec{z}$$
, (2.129)

где  $\vec{x}(\upsilon)$  – радиус-вектор точки на изломе Y с параметром линии кромки  $\upsilon$ , а  $\vec{\tau}$  – ортогональный кромке в этой точке вектор, имеющий постоянную длину  $z_0$  и направление, определяемое углом  $\theta$  ( $0 \le \theta \le \phi \pi$ ) (рис. 2.15). Введем разбиение поправочного фазового векторного коэффициента  $\vec{C}$  на две части:

$$\vec{C} = \vec{c}_0(\vec{x}(v)) + \vec{c}_1(\vec{\tau})$$
, (2.130)

где 
$$\vec{c}_0(\vec{x}(\upsilon)) = \vec{x}(\upsilon) - \frac{(\vec{x}(\upsilon) \cdot \vec{n}) + h}{(\vec{R}^1 \cdot \vec{n})} \vec{R}^1; \ \vec{c}_1(\vec{\tau}) = \vec{\tau} - \frac{(\vec{\tau} \cdot \vec{n})}{(\vec{R}^1 \cdot \vec{n})} \vec{R}^1.$$

Тогда  $\vec{E}^a$  и  $\vec{H}^a$  могут быть представлены в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{a} \\ \vec{H}^{a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\vec{E}}^{a} \\ \tilde{\vec{H}}^{a} \end{pmatrix} exp(jk_{0}(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}(\upsilon))),$$
 (2.131)

где  $\tilde{\vec{E}}^a$ ,  $\tilde{\vec{H}}^a$  – векторы напряженности поля, возбуждаемого на  $W_0$  плоской волной

$$\widetilde{\vec{E}}^{0a}(\vec{\tau}) = \vec{p}^0 \exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}\right)\right),$$
$$\widetilde{\vec{H}}^{0a}(\vec{\tau}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left(\vec{R}^0\times\vec{p}^0\right)\exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0\cdot\vec{\tau}\right)\right).$$

С учетом вышесказанного для интеграла  $F_0$  по поверхности  $W_0$  можно записать:

$$F_{0} = \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \int_{W_{0}} \left[ \widetilde{\vec{H}}^{a\perp}(\vec{\tau}) \cdot \vec{p}^{0} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \widetilde{\vec{E}}^{a\perp} \cdot \left(\vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0}\right) \right] \times \\ \times exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{X}\right)\right) exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\left(\upsilon\right)\right)\right) dS + \\ + \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \int_{W_{0}} \left[ \widetilde{\vec{H}}^{a\perp}(\vec{\tau}) \cdot \vec{p}^{1} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \widetilde{\vec{E}}^{a\perp} \cdot \left(\vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1}\right) \right] \times \\ \times exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X}\right)\right) exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\left(\upsilon\right)\right)\right) dS .$$
(2.132)

Выражение для интеграла *F*<sub>0</sub> при замене поверхностного интеграла повторным будет иметь вид:

$$\begin{split} F_{0} &= \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \vec{p}^{0} \int_{Y_{0}} exp\left(jk_{0} 2\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\left(\upsilon\right)\right)\right) \vec{D}_{00} d\upsilon + \\ &+ \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \vec{p}^{1} \int_{Y_{0}} exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{c}_{0}\left(\vec{x}(\upsilon)\right)\right)\right) + \\ &+ \left(\vec{R}^{0} + \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{x}(\upsilon)\right) \vec{D}_{01} d\upsilon , \qquad (2.133) \\ \vec{D}_{00} &= \int_{W_{0}'} exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{\tau}\right)\right) \vec{B}_{00} dz , \\ \vec{B}_{00} &= \vec{H}^{a\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left(\vec{E}^{a\perp} \times \vec{R}^{0}\right), \qquad (2.134) \\ \vec{D}_{01} &= \int_{W_{0}'} exp\left(jk_{0}\left(\left(\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}\right) \cdot \vec{c}_{1}\left(\vec{\tau}\right) + \vec{R}^{1} \cdot \vec{\tau}\right)\right) \vec{B}_{01} dz , \\ \vec{B}_{01} &= \vec{H}^{a\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \left(\vec{E}^{a\perp} \times \vec{R}^{1}\right). \qquad (2.135) \end{split}$$

Здесь  $Y_0$  – совокупность линий изломов, охватываемых поверхностью  $W_0$ ,  $W_0'$  – линия пересечения поверхности  $W_0$  и плоскости, перпендикулярной кромке.

Отметим, что первое слагаемое в выражении для интеграла  $F_0$  аналогично соответствующему выражению для поля, рассеянного кромочным участком уединенного объекта.

Рассмотрим интеграл  $F_1$  по поверхности  $W_1$ . Поле  $\left(\vec{E}^b, \vec{H}^b\right)$  может быть представлено в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{E}^{b} \\ \vec{H}^{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\vec{E}}^{b} \\ \tilde{\vec{H}}^{b} \end{pmatrix} exp(jk_{0}((\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{c}_{0}(\vec{x}(\upsilon)) + (\vec{R}^{1} \cdot \vec{x}(\upsilon)))), \quad (2.136)$$

где  $\tilde{\vec{E}}^b$ ,  $\tilde{\vec{H}}^b$  – векторы напряженности поля, возбуждаемого на  $W_1$  плоской волной

$$\widetilde{\vec{E}}^{0b}(\vec{\tau}) = \vec{p}^1 \exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right) \cdot \vec{c}_1\left(\vec{\tau}\right) + \left(\vec{R}^1 \cdot \vec{\tau}\right)\right)\right),$$
$$\widetilde{\vec{H}}^{0b}(\vec{\tau}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(\vec{R}^1 \times \vec{p}^1\right) \exp\left(jk_0\left(\left(\vec{R}^0 - \vec{R}^1\right) \cdot \vec{c}_1\left(\vec{\tau}\right) + \left(\vec{R}^1 \cdot \vec{\tau}\right)\right)\right).$$

С учетом (2.88) выражение (2.81) для интеграла  $F_1$  можно записать в виде:

$$F_{1} = \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \int_{W_{1}} \left[ \vec{\tilde{H}}^{b\perp} \cdot \vec{p}^{0} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \vec{\tilde{E}}^{b\perp} \cdot \left( \vec{R}^{0} \times \vec{p}^{0} \right) \right] exp\left( jk_{0} \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{X} \right) \right) \times \\ \times exp\left( jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{c}_{0} \left( \vec{x} \left( \upsilon \right) \right) + \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \left( \upsilon \right) \right) \right) dS + \\ + \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} \int_{W_{1}} \left[ \vec{\tilde{H}}^{b\perp} \cdot \vec{p}^{1} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \vec{\tilde{E}}^{b\perp} \cdot \left( \vec{R}^{1} \times \vec{p}^{1} \right) \right] \times \\ \times exp\left( jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{C} + \vec{R}^{1} \cdot \vec{X} \right) \right) \times \\ \times exp\left( jk_{0} \left( \left( \vec{R}^{0} - \vec{R}^{1} \right) \cdot \vec{c}_{0} \left( \vec{x} \left( \upsilon \right) \right) + \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \left( \upsilon \right) \right) \right) dS .$$
(2.137)

Выражение для интеграла  $F_1$  в результате замены поверхностного интеграла повторным будет иметь вид:

$$F_{1} = \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\epsilon_{0}}} \vec{p}^{0} \int_{Y_{1}} exp(jk_{0}((\vec{R}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{c}_{0}(\vec{x}(\upsilon))) + (\vec{R}^{0} + \vec{R}^{1}) \cdot \vec{x}(\upsilon)))\vec{D}_{10}d\upsilon + (\vec{k}^{0} - \vec{R}^{1}) \cdot \vec{c}_{0}(\vec{x}(\upsilon)) + \vec{R}^{1} \cdot \vec{x}(\upsilon))\vec{D}_{11}d\upsilon, \quad (2.138)$$

$$\vec{D}_{10} = \int_{W_1'} exp\left(jk_0\left(\vec{R}^0 \cdot \vec{\tau}\right)\right) \vec{B}_{10} \, dz \,, \ \vec{B}_{10} = \widetilde{\vec{H}}^{b\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(\widetilde{\vec{E}}^{b\perp} \times \vec{R}^0\right), (2.139)$$

$$\vec{D}_{11} = \int_{W_1'} exp(jk_0 \left( \left( \vec{R}^0 - \vec{R}^1 \right) \cdot \vec{c}_1(\vec{\tau}) + \vec{R}^1 \cdot \vec{\tau} \right) \right) \vec{B}_{11} dz ,$$
  
$$\vec{B}_{11} = \tilde{\vec{H}}^{b\perp}(\vec{\tau}) + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left( \tilde{\vec{E}}^{b\perp} \times \vec{R}^1 \right), \qquad (2.140)$$

где  $Y_1$  – совокупность линий изломов, охватываемых поверхностью  $W_1$ ,  $W_1^{'}$  – линия пересечения поверхности  $W_1$  и плоскости, перпендикулярной линии излома.

Задача сводится к нахождению четырех векторных коэффициентов  $\vec{D}_{00}$ ,  $\vec{D}_{01}$ ,  $\vec{D}_{10}$ ,  $\vec{D}_{11}$ , что можно сделать аналогично описанному в подразделе 2.2.4 вычислению векторного коэффициента  $\vec{D}$  с помощью процедур численного интегрирования.

Как следует из выражений (2.133), (2.138), расчет рассеяния на кромочных участках наземного объекта также может быть проинтерпретирован в терминах четырехлучевой картины распространения электромагнитных волн, как и при рассеянии на гладкой части поверхности объекта.

Суммируя поля, рассеянные гладкими и кромочными элементами поверхности, можно оценить поле, рассеянное объектом, который находится на подстилающей поверхности.

## 2.3.4. Характеристики рассеяния неидеально отражающей модели наземного объекта

Для проверки работоспособности предложенной методики расчета было проведено математическое моделирование рассеяния плоской электромагнитной волны на неидеально отражающей модели танка (рис. 2.46), снабженного РПП и расположенного на поверхности земли.

Длина модели – 8 м, ширина 3 м, высота – 2 м. При моделировании использовалось РПП со следующими параметрами: относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости:  $\varepsilon' = 20 + j0,1$ ,  $\mu' = 1,35 + j0,8$ , толщина на гладких участках поверхности – 1,3 мм, радиус радиопоглощающего тора на линиях излома 1 мм. Была использована подстилающая поверхность с параметрами каштанового суглинка. Относительные проницаемости сухого каштанового суглинка (влажность 1%):  $\varepsilon' = 3 + j0,38$ ,  $\mu' = 1 + j0$ ; для влажного каштанового суглинка (влажность 20%):  $\varepsilon' = 17 + j0,9$ ,  $\mu' = 1 + j0$ .

Расчет ЭПР модели проводился в диапазоне азимутальных углов 0°..90° с шагом 1°. Частота зондирующего сигнала 10 ГГц ( $\lambda = 0.03$  м.).

На рис. 2.58 изображены зависимости когерентной ЭПР модели танка на сухой земле. ЭПР при горизонтальной поляризации зондирующего сигнала приведена черной толстой линией, а ЭПР при вертикальной поляризации – черной тонкой линией. На рис. 2.59 изображены зависимости когерентной ЭПР модели танка на влажной земле. Серыми линиями на графиках обозначены соответствующие зависимости для идеально проводящей модели.



Рис. 2.58. Когерентная ЭПР модели танка с РПП на сухой земле

Все основные качественные закономерности в поведении ЭПР объекта с РПП для обеих поляризаций зондирующего сигнала остаются теми же, что и для идеально проводящей модели (п.2.3.2).



Рис. 2.59. Когерентная ЭПР модели танка с РПП на влажной земле

Для уменьшения временных затрат и получения устойчивых оценок ЭПР были рассчитаны значения некогерентной ЭПР. На рис. 2.60 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на сухой земле. На рис. 2.61 показаны зависимости некогерентной ЭПР модели танка на влажной земле. ЭПР покрытой модели приведена черными линиями, зависимости для идеально проводящей модели приведена серыми линиями. ЭПР на горизонтальной поляризации приведена толстыми линиями, на вертикальной – тонкими.



Рис. 2.60. Некогерентная ЭПР модели танка на сухой земле

ЭПР покрытой модели в среднем на порядок меньше, чем ЭПР идеально проводящей модели. Значения ЭПР при вертикальной поляризации меньше значений ЭПР на горизонтальной поляризации, что наиболее заметно для влажной земли (рис. 2.61). Представленные зависимости некогерентной ЭПР от азимута являются более гладкими, чем зависимости когерентной ЭПР, и являются устойчивой оценкой ЭПР в некотором диапазоне зондирующих частот и ракурсов облучения цели.



Рис. 2.61. Некогерентная ЭПР модели танка на влажной земле

На рис. 2.62...2.64 представлены зависимости некогерентной ЭПР модели танка при различных углах места зондирования объекта. Приведенные графики показывают, что поведение зависимостей некогерентной ЭПР моделей с РПП практически полностью повторяет зависимости некогерентной ЭПР идеально проводящих моделей. Отличие только в общем уровне ЭПР, который при использовании данного РПП снижается на порядок почти во всем диапазоне углов места и азимутов зондирования.

Величина снижения ЭПР достигает 16 дБ. Различия между значениями ЭПР при разных типах подстилающей поверхности возрастают при увеличении угла места зондирования. Основные качественные выводы для модели наземного объекта с неидеально отражающей поверхностью совпадают со случаем наземного объекта с идеально отражающей поверхностью. В частности, при зондировании вдоль поверхности земли нет разницы между ЭПР при вертикальной и горизонтальной поляризациях – они практически совпадают, так как при направлениях зондирования, близких к касательным к поверхности земли, коэффициент отражения близок к единице при любой поляризации.







Рис. 2.63. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 10° (а – сухая земля, б – влажная земля)

При зондировании под углами места, близкими к 90°, значения ЭПР на горизонтальной и вертикальной поляризации также близки в силу того, что наибольший вклад в суммарное рассеяние вносит волна, распространяющаяся по прямому пути (без отражения от подстилающей поверхности). Так же как и в случае идеально проводящей модели наибольшие различия между значениями ЭПР на вертикальной и горизонтальной поляризациях существует при углах места 10° и 30°, когда имеется существенное различие в коэффициентах отражения от земной поверхности на разных поляризациях, а волны, распространяющиеся по путям, связанным с отражением от подстилающей поверхности, вносят заметный вклад в общее поле, рассеянное объектом. Для углов места  $10^{\circ}$  и  $30^{\circ}$ , так же как и для идеально проводящей модели, ЭПР танка на влажной земле выше, чем для сухой земли. При углах места, близких к  $0^{\circ}$  и  $90^{\circ}$ , влияние типа почвы на уровень ЭПР существенно ниже.



Рис. 2.64. Некогерентная ЭПР модели танка при угле места 75° (а – сухая земля, б – влажная земля)

#### 2.4. Характеристики рассеяния зеркальных антенных систем

В последние десятилетия возможности средств обнаружения как аэродинамических, так и наземных (надводных) целей резко возросли. Поэтому особое значение в настоящее время приобретает снижение радиолокационной заметности (РЛЗ) образцов вооружения.

Решению этой задачи посвящено много работ [58 – 66]. С помощью использования РПМ, придания образцу вооружения специальной формы, можно достичь существенного снижения РЛЗ. В этом случае антенные системы (AC) образца вооружения могут стать одним из основных демаскирующих его элементов. Это связано с тем, что исходя из основного предназначения антенны (излучение и прием радиоволн), поверхность антенной системы не может быть неотражающей. В связи с вышесказанным необходимо уметь рассчитывать характеристики рассеяния антенных систем. Данный раздел посвящен расчету характеристик рассеяния зеркальных антенных систем, в том числе с радиопрозрачными обтекателями, а также способу снижения РЛЗ зеркальных антенн для определенных ракурсов облучения и приема с помощью использования РПМ на отдельных элементах конструкции.

Зеркальные антенны (ЗА) получили широкое распространение в различных образцах вооружения и военной техники в основном из-за их высоких направленных свойств и простоте конструкции при относительно низкой стоимости. В этой связи огромный интерес для разработчиков вооружения и военной техники вызывает задача снижения радиолокационной заметности таких АС путем применения радиопоглощающих материалов на их отдельных элементах.

Бортовые РЛС переднего обзора, используемые на ряде боевых самолетов (Миг-29, Су-24), существенно увеличивают суммарную ЭПР объекта, особенно при наблюдении из передней полусферы. Развитие общего метода расчета ЭПР включает количественную оценку вклада антенных систем такого типа в ЭПР воздушного объекта. В разделе также предлагается метод расчета характеристик рассеяния антенных устройств, закрытых диэлектрическим обтекателем (рис. 2.65).

Поле, рассеянное системой в направлении, обратном облучению, представляется в виде суммы, в которой первое слагаемое соответствует рассеянию на одном лишь обтекателе (при отсутствии антенны), а второй, интегральный член, дает вклад, вносимый наличием антенны в поле, рассеянное системой "антеннаобтекатель" и включающий все внутрисистемные взаимодействия. При этом учитывается, что ток, наведенный на зеркале антенны, порожден волной, непосредственно прошедшей через стенку обтекателя и волной, однократно переотраженной внутренней поверхностью стенки обтекателя.



Рис.2.65. Модель антенной системы с коническим обтекателем

Использование асимптотических методов коротковолновой дифракции позволяет производить расчеты обтекателей, имеющих малую кривизну поверхности. Применяемые на практике носовые обтекатели оживальной формы, средней между конической и сферической, в окрестности "носика" указанным свойством не обладают. Кроме того, применение асимптотических лучевых и токовых методов связано с заметными трудностями, возникающими при учете многократных переотражений электромагнитной волны под обтекателем. Указанные недостатки приводят к необходимости разработки универсального расчетного метода, справедливого для обтекателей как с малой, так и с большой кривизной поверхности, а также учитывающего всевозможные переотражения между стенками обтекателя и расположенной под ним антенной системой. В данном разделе описан расчет двумерной системы "диэлектрический обтекатель – антенна", основанный на применении метода интегральных уравнений.

### 2.4.1. Расчет характеристик рассеяния электрически больших антенн и меры по снижению их заметности

Снижение радиолокационной заметности зеркальной антенны за счет придания ей специальной формы неприемлем, так как форма зеркала определяется необходимостью формирования направленного излучения антенны. В этой связи для зеркальных антенн на первое место выступает применение РПП на изломах поверхности. Основным изломом поверхности, присутствующим в любой ЗА, является кромка ее зеркала, поэтому данный пункт посвящен получению расчетных соотношений, позволяющих рассчитывать характеристики рассеяния ЗА, кромка зеркала которой покрыта РПМ.

Рассмотрим расположенную в свободном пространстве зеркальную антенну. Будем предполагать, что размеры антенны существенно больше длины волны падающего поля (что выполняется в случае остронаправленных антенн). Зеркало антенны представим в виде бесконечно тонкого экрана D, выполненного в форме параболоида вращения, края которого снабжены тороидальным радиопоглощающим покрытием с абсолютными диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\varepsilon_A$ ,  $\mu_A$  (рис. 2.66).



Рис. 2.66. Геометрия модели зеркальной антенны

Пусть на зеркало антенны падает плоская монохроматическая волна (2.1).

Здесь, как и везде в монографии, будем полагать, что временная зависимость поля имеет вид  $exp(-j\omega t)$ . 2.4.1.1. Основные математические соотношения для расчета электромагнитного поля, рассеянного электрически большой зеркальной антенной с радиопоглощающим покрытием кромки зеркала

Для решения поставленной задачи воспользуемся интегральным представлением рассеянного поля типа Стрэттона – Чу [28] (которое в свою очередь может быть получено, если воспользоваться леммой Лоренца [10, 67]):

$$\vec{H}^{pac}(\vec{x}_0) = \int_{S} \left[ -\left(\vec{H}^{\perp} \times \vec{\nabla}g\right) + j\omega\varepsilon_0 g\vec{E}^{\perp} - \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\vec{E}^{\perp} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{\nabla}g \right] ds , \quad (2.141)$$

где  $\vec{x}_0$  – радиус-вектор точки наблюдения, *S* – любая замкнутая поверхность, охватывающая экран *D* (рис. 2.66),  $\vec{E}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{E}$ ,  $\vec{H}^{\perp} = \vec{n} \times \vec{H}$  – тангенциальные составляющие полного поля на поверхности *S*,  $\vec{n}$  – внутренняя по отношению к *S* нормаль,  $g = \frac{exp(jk_0r)}{4\pi r}$ ,  $r = |\vec{x}_0 - \vec{x}|$ ,  $\vec{x}$  – радиус-вектор точки на поверхности *S*.

Устремим  $S \ \kappa D$  (рис. 2.67) везде, за исключением окрестности кромки. Вблизи же кромки устремим S' к тороидальной поверхности S', охватывающей поверхность поглотителя S''.



Рис. 2.67. Сечение экрана плоскостью хОг

В результате получим следующее выражение для рассеянного поля:

$$\vec{H}^{pac}(\vec{x}_0) = \int_{S'} \left[ -\left(\vec{H}^{\perp} \times \vec{\nabla}g\right) + j\omega\varepsilon_0 g\vec{E}^{\perp} - \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\vec{E}^{\perp} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{\nabla}g \right] ds - \int_{D'} \vec{K} \times \vec{\nabla}g \, ds \,, \qquad (2.142)$$

где D' – та часть поверхности D, которая не включает в себя окрестность кромки, ограниченной поверхностью S' (на рис. 2.67 поверхность D' выделена жирной линией). Входящая в (2.142) величина  $\vec{K}$  представляет собой скачок плотности поверхностного тока, индуцированного на D':

$$\vec{K} = \left(\vec{H}^{\perp}\right)^{+} - \left(\vec{H}^{\perp}\right)^{-},$$
 (2.143)

где  $(\vec{H}^{\perp})^{+}$  и  $(\vec{H}^{\perp})^{-}$  – плотности электрических токов на освещенной и затененной сторонах экрана, соответственно.

Получим соотношения для расчета поля, рассеянного экраном в дальней зоне. Для этого воспользуемся асимптотикой функций g и  $\nabla g$  при  $r \to \infty$  [67]:

$$g \mathop{\sim}_{r \to \infty} \frac{\exp\left(jk_0 |\vec{x}_0|\right) \exp\left[-jk_0 \left(\vec{r}^0 \cdot \vec{x}\right)\right]}{4\pi |\vec{x}_0|}, \qquad (2.144)$$

$$\vec{\nabla}g_{\substack{r\to\infty\\r\to\infty}} - jk_0 \frac{\exp\left(jk_0|\vec{x}_0|\right)\exp\left[-jk_0\left(\vec{r}^0\cdot\vec{x}\right)\right]}{4\pi|\vec{x}_0|}\vec{r}^0, \qquad (2.145)$$

где  $\vec{r}^0$  – орт направления на точку наблюдения.

С учетом (2.144) и (2.145) получаем:

$$\vec{H}^{pac}(\vec{r}^{0}) \approx jk_{0} \frac{exp(jk_{0}|\vec{x}_{0}|)}{4\pi |\vec{x}_{0}|} (\vec{I}_{S'} + \vec{I}_{D'}) \times \vec{r}^{0}, \qquad (2.146)$$

где

$$\vec{I}_{S'} = \int_{S'} \left[ \vec{H}^{\perp} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left( \vec{E}^{\perp} \times \vec{r}^{\,0} \right) \right] exp\left[ -jk_0 \left( \vec{r}^{\,0} \cdot \vec{x} \right) \right] ds , \qquad (2.147)$$

$$\vec{I}_{D'} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int_{D'} \vec{K} \exp[jk_0 (\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{x}] ds .$$
 (2.148)

Так как геометрические размеры поверхности D' велики по сравнению с длиной волны, и она не включает в себя окрестность кромки экрана, где существенную роль играет неравномерная составляющая плотности поверхностного тока, то вклад поверхности D' в рассеянное поле будем рассчитывать в приближении физической оптики. А именно:

$$\left(\vec{H}^{\perp}\right)^{+} = 2\left(\vec{n} \times \vec{H}^{0}\right), \quad \left(\vec{H}^{\perp}\right)^{-} = 0.$$
 (2.149)

С учетом (2.149) выражение (2.148) примет вид:

$$\vec{I}_{D'} = 2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int_{D'_+} \vec{n} \times \left(\vec{R}^0 \times \vec{p}^0\right) exp\left[jk_0\left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right) \cdot \vec{x}\right] ds , \qquad (2.150)$$

где  $D'_+$  – освещенная часть поверхности D'.

Так как подынтегральная функция в (2.150) имеет быстро осциллирующий экспоненциальный множитель вычисление данного интеграла целесообразно проводить с помощью полученной в п.2.2.2 кубатурной формулы (2.15) для интеграла вида  $M = \int_{S_1} f(\vec{x}) exp(jk_0 \Omega(\vec{x})) ds$ , в котором амплитудная и фазовая

функции в подынтегральном выражении имеют вид:  $f(\vec{x}) = \vec{n}(\vec{x}) \times (\vec{R}^0 \times \vec{p}^0)$  и  $\Omega(\vec{x}) = jk_0(\vec{R}^0 - \vec{r}^0) \cdot \vec{x}$ , соответственно. Заметим, что применение указанной кубатурной формулы требует проведения триангуляции поверхности  $D'_+$ , т. е. замены ее системой плоских треугольников  $\{\Delta_j\}$ . В пределах каждого треуголь-202 ника амплитудная и фазовая функции интерполируются линейными функциями. Интеграл *М* представляется суммой интегралов по всем треугольникам  $\Delta_i$ .

В работе [51] дана оценка остаточного члена кубатурной формулы (2.15), которая может быть использована для оценивания точности вычисления интеграла (2.14), либо для определения необходимого числа разбиений поверхности  $D'_+$ , обеспечивающего заданную точность.

Вклад кромочного участка зеркала в суммарное рассеянное поле определяется соотношением (2.147). Представим радиусвектор точки на поверхности S' в выражении (2.147) в виде суммы (см. рис. 2.68):

$$\vec{x} = \vec{X}(l) + \vec{\xi}(\varphi), \qquad (2.151)$$

где  $\vec{X}(l)$  – радиус-вектор точки на кромке, имеющей дуговую координату l,  $\vec{\xi}(\phi)$  – ортогональный кромке в точке l вектор, имеющий длину  $R \ge \rho$  и ориентацию, определяемую углом  $\phi$  $(0 \le \phi \le 2\pi)$ . Угол  $\phi$  отсчитывается от полуплоскости, подстроенной касательным образом к кромке зеркала в точке l.



Рис. 2.68. Пояснение процесса интегрирования по поверхности S'

На основании (2.151) величины  $\vec{H}^{\perp}$  и  $\vec{E}^{\perp}$  в точке с радиусвектором  $\vec{x}$  на поверхности S' могут быть представлены в виде:

$$\vec{H}^{\perp} = \vec{\tilde{H}}^{\perp}(\vec{\xi})exp(jk_0\vec{R}^0\cdot\vec{X}(l)),$$
  
$$\vec{E}^{\perp} = \vec{\tilde{E}}^{\perp}(\vec{\xi})exp(jk_0\vec{R}^0\cdot\vec{X}(l)),$$
 (2.152)

где  $\vec{H}^{\perp}(\vec{\xi})$  и  $\vec{E}^{\perp}(\vec{\xi})$  – плотности электрического и магнитного токов соответственно в точке на поверхности *S'*, возбуждаемые падающей волной:

$$\vec{\tilde{E}}^{0}\left(\vec{\xi}\right) = \vec{p}^{0} \exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{\xi}\right)\right),$$
$$\vec{\tilde{H}}^{0}\left(\vec{\xi}\right) = \sqrt{\varepsilon_{0}/\mu_{0}}\left(\vec{R}^{0}\times\vec{p}^{0}\right)\exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0}\cdot\vec{\xi}\right)\right).$$
(2.153)

Таким образом, поверхностный интеграл, входящий в выражение (2.147), можно представить в виде повторного, как это сделано в [30]. Внешнее интегрирование будем проводить по линии кромки *L*:

$$\vec{I}_{S'}(\vec{r}^{\,0}) = \int_{L} exp[jk_0(\vec{R}^0 - \vec{r}^{\,0}) \cdot \vec{X}(l)] \, \vec{M}(l, \vec{r}^{\,0}) dl \,, \qquad (2.154)$$

где dl – элемент дуги L. Внутреннее же интегрирование будем проводить по линии  $S_0$ , которая представляет собой линию пересечения поверхности интегрирования S' плоскостью, ортогональной к кромке в точке l. В нашем случае  $S_0$  представляет собой окружность радиуса R (рис. 2.68). Выражение для  $\vec{M}(l, \vec{r}^0)$  будет иметь вид:

$$\vec{M}(l,\vec{r}^{0}) = \int_{S_{0}} exp\left[-jk_{0}\left(\vec{r}^{0}\cdot\vec{\xi}\right)\right] \left(\vec{\tilde{H}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right) - \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}}\left(\vec{\tilde{E}}^{\perp}\left(\vec{\xi}\right)\times\vec{r}^{0}\right)\right) dq, \quad (2.155)$$

где  $dq = Rd\phi$  – элемент дуги окружности  $S_0$ . При проведении 204

расчетов радиус *R* выбирался равным половине длины волны падающего поля. Такой выбор *R* обусловлен тем, что, как показано в [28], на расстоянии большем половины длины волны от ребра клина значения полного поля на гранях клина практически не отличаются от соответствующих значений, вычисленных в приближении физической оптики.

Оценка интеграла (2.154) может быть получена методом стационарной фазы [24]. Уравнение для нахождения точек стационарной фазы  $l_0$  на кромке *L* имеет вид:

$$h'(l_0) = \left(\vec{R}^0 - \vec{r}^0\right) \cdot \vec{X}'(l_0) = 0.$$
(2.156)

Однако для кромки, представляющей собой окружность (что соответствует нашей модели), существует ситуация, когда метод стационарной фазы применять нельзя. Такая ситуация возникает в случае осевого зондирования и совмещенного приема. При этом "блестит" вся кромка, и значение интеграла  $\vec{I}_{S'}(\vec{r}^0)$  может быть получено численным интегрированием (в расчетах, результаты которых будут приведены ниже, использовалась составная пятиточечная формула Гаусса [68]).

После нахождения точек стационарной фазы необходимо проверить их на "видимость" как со стороны передатчика, так и со стороны приемника. Такую проверку будем проводить с использованием алгоритма трассировки лучей, описанного в [46]. Суть алгоритма рассмотрим на примере проверки на видимость точки стационарной фазы с координатами  $(x_0, y_0, z_0)$  в направлении  $\vec{R}^0$ . Для этого необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x = x_0 + R_x^0 t, \\ y = y_0 + R_y^0 t, \\ z = z_0 + R_z^0 t, \\ x^2 + y^2 - 4 fz = 0, \end{cases}$$
(2.157)

где  $R_x^0$ ,  $R_y^0$ ,  $R_z^0$  – проекции вектора  $\vec{R}^0$  на оси *x*, *y*, *z* соответственно, f – фокусное расстояние зеркала антенны.

В системе (2.157) первых три выражения параметрически описывают заданную прямую, проходящую через точку ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ) в направлении  $\vec{R}^0$ , четвертое уравнение описывает геометрическую форму зеркала антенны. В ходе решения системы (2.157) относительно *t* получаем квадратное уравнение с корнями  $t_1$ ,  $t_2$ . Один из корней всегда равен 0. Если отличный от нуля корень является отрицательным, это означает, что рассматриваемый луч пересекает зеркало антенны в точке, которая закрывает собой точку ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ). Аналогично осуществляется проверка на "видимость" из точки приема. Если точка стационарной фазы не видна хотя бы в одной из этих ситуаций, ее вклад в рассеянное поле не учитывается. Для случая совмещенного приема достаточно провести одну проверку. Проделав такую проверку для каждой точки стационарной фазы и применив собственно метод стационарной фазы, получим следующее выражение:

$$\vec{I}_{S'}(\vec{r}^{0}) \sim \sum_{l_{0}^{guo}} exp\left[jk_{0}\left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{x}(l_{0}) + sgn\left[\left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{n}_{L}(l_{0})\right]j\frac{\pi}{4}\right] \cdot \vec{M}\left(l_{0}, \vec{r}^{0}\right) \sqrt{\frac{2\pi}{k_{0} \boldsymbol{\varpi}(l_{0})\left(\vec{R}^{0} - \vec{r}^{0}\right) \cdot \vec{n}_{L}(l_{0})\right)}}, \qquad (2.158)$$

где  $\vec{n}_L(l_0)$  — орт главной нормали к L в точке  $l_0$ , символ  $l_0^{eud}$  означает, что суммирование проводится по всем "видимым" точкам стационарной фазы на кромке,  $\mathfrak{x}(l_0)$  — кривизна кривой L в точке  $l_0$ .

При вычислении интеграла (2.154) с помощью выражения (2.158) необходимо знать значение функции  $\vec{M}(l, \vec{r}^0)$  в точке  $l_0$ . В силу того, что подынтегральная функция в (2.155) является доста-

точно плавной,  $\vec{M}(l_0, \vec{r}^0)$  можно оценить с помощью одномерного численного интегрирования. При проведении расчетов будем пользоваться составной пятиточечной формулой Гаусса [68]. Для этого необходимо определить значения  $\vec{H}^{\perp}(\vec{\xi})$  и  $\vec{E}^{\perp}(\vec{\xi})$  на линии  $S_0$ . Учитывая тот факт, что зеркало имеет большие электрические размеры, а кромка – малую кривизну, значения  $\vec{H}^{\perp}(\vec{\xi})$  и  $\vec{E}^{\perp}(\vec{\xi})$  по аналогии с изложенным в п.2.2.4 можно приближенно положить равными соответствующим значениям на поверхности поглощающего цилиндра, закрывающего ребро подстроенной касательным образом к поверхности зеркала в точке  $l_0$  идеально проводящей полуплоскости.

Как и в п. 2.2.4, для вычисления значений  $\vec{H}^{\perp}(\vec{\xi})$  и  $\vec{E}^{\perp}(\vec{\xi})$ воспользуемся решением модельной задачи о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с тороидальным РПП на ребре [45] с той лишь особенностью, что внешний угол клина примем равным  $2\pi$ . В этом случае клин вырождается в полуплоскость (рис. 2.69).



Рис. 2.69. Полуплоскость с радиопоглощающим цилиндром на ребре

Как и в п. 2.2.4 представим  $\tilde{E}_3$  и  $\tilde{H}_3$  в виде  $\tilde{E}_3 = u(x'_1, x'_2) exp(jk_0x'_3R_3^0), \quad \tilde{H}_3 = v(x'_1, x'_2) exp(jk_0x'_3R_3^0)$  и введем в рассмотрение вектор  $\vec{w} = \begin{pmatrix} u(x'_1, x'_2) \\ v(x'_1, x'_2) \end{pmatrix}$ . В рассматриваемом случае  $\vec{w}$ вне поглощающего цилиндра записывается с помощью разложе-

вне поглощающего цилиндра записывается с помощью разложений в ряды (2.78), но по функциям Бесселя полуцелого индекса, что получается в результате принятия параметра ф, определяющего угол раствора клина, равным 2:

$$\vec{w} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r) + C_m H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r) \right] \vec{f}_m(\varphi), \qquad (2.159)$$

где  $J_{\frac{m}{2}}(\eta_0 r) - \phi$ ункция Бесселя,  $H_{\frac{m}{2}}^{(1)}(\eta_0 r) - \phi$ ункция Ганкеля,  $\eta_0 = k_0 \sqrt{1 - (R_3^0)^2}$ ,  $\vec{f}_m(\phi) = \begin{pmatrix} \sin(\phi m/2) \\ \cos(\phi m/2) \end{pmatrix}$ .

Выражения для матричных (2×2) коэффициентов  $A_m$ ,  $C_m$  получены в [45].

Зная  $u(x'_1, x'_2)$  и  $v(x'_1, x'_2)$ , воспользовавшись уравнениями Максвелла, можно найти остальные компоненты искомого поля.

Таким образом, используя выражение (2.159) для расчета  $\vec{M}(l,\vec{r}^0)$  по формуле (2.155) и учитывая, что  $\vec{H}^{\perp}(\vec{\xi}) = \vec{n} \times \vec{H}(\vec{\xi})$ ,  $\vec{E}^{\perp}(\vec{\xi}) = \vec{n} \times \vec{E}(\vec{\xi})$ , находим суммарный вклад всех видимых кромочных участков в полное рассеянное поле.

С целью проверки адекватности результатов, получаемых с помощью описанной методики, реальным процессам рассеяния плоской ЭМВ на зеркале антенны проведем сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, полученными в безэховой камере.

В качестве зеркала антенны использовался параболоид вращения с диаметром раскрыва 0,3 м и фокусным расстоянием

0,137 м. Расчеты проводились для длины волны  $\lambda = 0,032$  м.

Результаты эксперимента и расчета представлены на рис. 2.70.

Здесь представлена зависимость ЭПР параболоида вращения от угла обхода  $\theta$ , отсчитываемого от оси вращения зеркала в плоскости *уOz* (см. рис. 2.66). Вектор поляризации падающего поля был ориентирован вдоль оси *Ox* (далее такую ориентацию вектора поляризации будем называть вертикальной, а случай, когда вектор поляризации перпендикулярен оси *Ox*, будем называть горизонтальной поляризацией). Жирной линией показаны экспериментальные значения ЭПР, тонкой линией – расчетные.



Рис. 2.70. Диаграмма обратного вторичного излучения параболоида вращения

Как видно из этого рисунка расчетные данные достаточно хорошо совпадают с экспериментальными. Имеющее место небольшое расхождение между ними объясняется, во-первых, неточностью совмещения в вертикальной плоскости оси параболоида с направлением на приемную антенну при проведении измерений; во-вторых, тем, что при измерениях шаг по углу  $\theta$  был равен 2,5°, и поэтому некоторые провалы в диаграмме обратного вторичного излучения параболоида могли быть пропущены.

# 2.4.1.2. Исследование возможности снижения эффективной поверхности рассеяния зеркальных антенн за счет применения радиопоглощающего покрытия кромок

В настоящее время зеркальные антенные системы (AC) широко используются на многих воздушных объектах (в самолетах – антенная система переднего обзора, в различного типа и назначения ракетах – антенные системы радиолокационных головок наведения). Поэтому в данном пункте приведем результаты расчетов диаграмм обратного вторичного излучения параболических антенн различных геометрических размеров для случаев применения на кромках их зеркал радиопоглощающих покрытий различной толщины.

В первой главе приведено выражение для ЭПР конечного параболоида вращения в случае осевого зондирования и совмещенного приема в приближении физической оптики:

$$\sigma = 2\pi q^2 (1 - \cos(2k_0 d)), \qquad (2.160)$$

где *q* – параметр параболической антенны, равный удвоенному фокусному расстоянию параболоида, *d* – глубина параболоида.

Из (2.160) видно, что величина ЭПР имеет осциллирующий характер в зависимости от частоты (или волнового числа k) падающего поля. Поэтому, небольшие колебания частоты зондирующего сигнала могут заметно изменить величину ЭПР. В связи с этим, с целью получения устойчивых значений, ЭПР усредняется в некотором частотном диапазоне. Целесообразно выбирать частотный диапазон усреднения ЭПР АС воздушных объектов равным частотному диапазону РЛС обнаружения.

Одним из основных средств обнаружения воздушных целей в полете на данный момент являются самолеты дальнего радиолокационного обнаружения. Радиолокационная станция обнаружения самолета AWACS работает в s-диапазоне (7,5см...15см). Поэтому диапазон длин волн, в котором будем усреднять ЭПР рассматриваемых ниже AC, выберем внутри s-диапазона, а именно: 8,5см...9,5см. Следует отметить, что для данного диапазона длин волн бортовые AC действительно можно рассматривать как пассивный рассеиватель, так как для большинства из них длина волны радиолокатора обнаружения AWACS в среднем в 2–3 раза больше, чем рабочие длины волн рассматриваемых AC.

Геометрические параметры параболических зеркал, для которых выполнялись расчеты, представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Геометрические параметры бортовых зеркальных антенн

Номер	Диаметр	Фокусное расстояние
антенны	зеркала, м	зеркала, м
AC №1	0,63	0,233
AC №2	0,33	0,15
AC №3	0,365	0,166

Результаты расчетов диаграмм обратного вторичного излучения (ДОВИ) для трех рассматриваемых АС, представлены на рис. 2.71...2.73. Рис. 2.71 соответствует АС №1, рис. 2.72 – АС №2, а рис. 2.73 – АС №3. На всех трех рисунках буквой (а) обозначен случай вертикальной поляризации падающего поля, а буквой (б) – случай горизонтальной поляризации. Тонкой линией изображены ДОВИ для идеально проводящего зеркала, сплошной жирной линией – для случая, когда кромка зеркала была закрыта тороидальным РПП с радиусом 0,016 м, пунктирной линией – с радиусом 0,008 м.

Параметры поглотителя выбирались следующими:  $\varepsilon' = 1 + j10$ ,  $\mu' = 1 + j10$ . Это так называемый поглотитель зоммерфельдовского типа. Такие поглощающие материалы описаны в [17, 69]. Внутри такого поглотителя электромагнитное поле быстро затухает по мере удаления от поверхности, так как мнимые части в  $\varepsilon'$  и  $\mu'$ , обуславливающие потери в материале, велики. Для случая, когда внешнее поле падает по нормали к поверхности такого поглотителя, достигается полное согласование поверхности по-

глотителя с окружающей средой, так как  $Z = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = Z_0$  ( $Z_0$ 

 импеданс свободного пространства; Z – импеданс поверхности;
 ε<sub>a</sub>, μ<sub>a</sub> – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости поглощающего материала).



Рис. 2.71. Диаграммы обратного вторичного излучения AC №1 (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)



Рис. 2.72. Диаграммы обратного вторичного излучения AC №2 (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

При анализе ДОВИ на рис. 2.71...2.73 удобно условно выделить три участка углов обхода  $\theta$  (рис. 2.66). Первый – диапазон углов  $\theta$ , близких к осевому зондированию. Он соответствует либо пику, либо провалу в ДОВИ. На рис. 2.71 это диапазон углов  $0 \le \theta \le 5^\circ$ , на рис.  $2.72 - 0 \le \theta \le 7^\circ$ , а на рис.  $2.73 - 0 \le \theta \le 8^\circ$ . Для этих направлений применение РПП на кромках антенны может как

снизить ЭПР (рис. 2.71), так и увеличить уровень отраженного поля (рис. 2.72).





Рис. 2.73. Диаграммы обратного вторичного излучения AC №3 (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

Это связано с тем, что ЭПР конечного параболоида вращения для случая совмещенного приема и осевого зондирования

является осциллирующей функцией длины волны падающего поля. Указанное свойство видно уже из выражения (2.160), которое не учитывает неравномерную часть тока (вызванную краем зеркала). На рис. 2.74 представлена зависимость ЭПР параболоида от длины волны падающего поля, вычисленная по формуле (2.160). Здесь сплошной жирной линией изображена ЭПР АС №1, сплошной тонкой линией – АС №2, пунктирной линией – АС №2. Анализ рисунка 2.74 показывает, что для диапазона длин волн от 0,085 м до 0,095 м значения ЭПР АС №1 близки к максимальным.



Рис. 2.74. Зависимость ЭПР антенн в осевом направлении от длины волны падающего поля, вычисленная в приближении физической оптики (жирная линия – AC №1, сплошная тонкая линия – AC №2, пунктирная линия – AC №3)

Расчеты показали, что поля, рассеянные "гладким" и "кромочным" участками АС №1 в указанном диапазоне длин волн складываются практически синфазно, что и обуславливает наличие максимума в ЭПР. При этом закрытие кромки РПП приводит к снижению ЭПР в первом диапазоне углов θ.

Для AC №2 такого не происходит, так как в этом случае поля, рассеянные "кромочным" и "гладким" участками, складываются
практически противофазно, в результате чего в направлении  $\theta=0$  наблюдается минимум в ДОВИ. Применение РПП кромки уменьшает "кромочную" часть рассеянного поля, общее же поле, рассеянное параболоидом в направлении  $\theta=0$  увеличивается (рис. 2.72).

ЭПР АС №3 (пунктирная линия на рис. 2.74) не достигает своего минимального значения в рассматриваемом диапазоне длин волн. Поэтому, применение РПП с радиусом 0,008 м приводит к снижению ЭПР (рис. 2.73), а увеличение радиуса поглотителя до 0,016 м, наоборот, приводит к росту ЭПР (жирная линия на рис. 2.73).

Анализ рис. 2.74 показывает, что в первом диапазоне углов θ снижение ЭПР при использовании РПП на кромке следует ожидать для диапазонов длин волн, в которых наблюдаются максимумы ЭПР (рис. 2.74). Так, например, результаты расчета ДОВИ АС №2 для диапазона длин волн 0,055...0,065 м, представленные на рис. 2.75 (здесь графики аналогичны представленным на рис. 2.72), показывают эффективность применения РПП на кромках.

Второй диапазон углов  $\theta$  включает углы, при которых на "гладкой" части зеркала имеется точка зеркального отражения ("блестящая" точка), которая вносит основной вклад в рассеянное в обратном направлении поле. Для AC №1 этот диапазон включает углы  $5^{\circ} < \theta \le 28^{\circ}$ , для AC №2 –  $7^{\circ} < \theta \le 18^{\circ}$ , а для AC №3 –  $8^{\circ} < \theta \le 17^{\circ}$ . Как видно из рис. 2.71...2.73, применение поглощающего материала на крае зеркала не дает ощутимого снижения уровня рассеянного поля.

В третьем диапазоне углов обхода "блестящая" точка на "гладкой" части поверхности зеркала антенны отсутствует, поэтому существенный вклад в рассеянное поле вносят "кромочные" участки. Для AC №1 третьему диапазону соответствуют углы  $28^{\circ} < \theta \le 90^{\circ}$ , для AC №2 –  $18^{\circ} < \theta \le 90^{\circ}$ , а для AC №3 –  $17^{\circ} < \theta \le 90^{\circ}$ . Поэтому в третьем диапазоне углов  $\theta$  для рассматриваемых антенн использование РПП на краях зеркала приводит к значительному снижению ЭПР.

216



а



Рис. 2.75. Диаграммы обратного вторичного излучения AC №2 в диапазоне длин волн падающего поля 0,055...0,065 м (а – вертикальная поляризация, б – горизонтальная поляризация)

Таким образом, в каждом конкретном случае необходимо проводить отдельное исследование возможности снижения ЭПР

зеркальной антенны за счет выбора материала и толщины РПП кромок зеркала в конкретном диапазоне углов облучения.

# 2.4.2. Расчет характеристик рассеяния двумерных моделей бортовых антенных систем

В данном подразделе производится вывод интегральных уравнений для системы из незамкнутых идеально проводящих экранов в присутствии диэлектрического обтекателя, на основе которых построен численный метод расчета полей рассеяния для данной системы в двумерном случае. Получен ряд результатов расчетов полей рассеяния для двумерной модели "зеркальная антенна – диэлектрический обтекатель".

#### 2.4.2.1. Геометрия модели обтекателя

В двумерной модели обтекателя выделим две части: "носик", обладающий большой кривизной поверхности, и боковые стенки обтекателя (рис. 2.76).



Рис. 2.76. Геометрия двумерной модели обтекателя

218

Уравнение внутренней поверхности *S*<sub>1</sub> второй части обтекателя запишем как:

$$y = -\mu |x|^{\alpha} + \nu$$
, (2.161)

где  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $\nu$  – коэффициенты, характеризующие форму и размер обтекателя.

В окрестности "носика" форму обтекателя опишем дугой окружности, гладко сопрягающейся с кривой, описываемой уравнением (2.161). Величина носового участка и его радиус кривизны определяются расположением точки  $P(x_{\phi}, y_{\phi})$ , координаты которой удобно задавать с помощью некоторого угла  $\phi$ , отсчитываемого от оси OY(a – половина основания обтекателя):

$$x_{\phi} = a \sin \phi, \quad y_{\phi} = -\mu (a \sin \phi)^{\alpha} + v.$$
 (2.162)

Введя параметризацию координат обтекателя по оси абсцисс  $x = a \cos \theta$  (где  $\theta$  – угол, отсчитываемый от оси ОХ,  $0 \le \theta \le \pi$ ), запишем уравнение поверхности  $S_1$  в виде:

$$y = \begin{cases} -\mu(a\cos\theta)^{\alpha} + \nu, & \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right| \ge \phi, \\ \sqrt{R_{\phi}^{2} + (a\cos\theta)^{2}} + y_{\phi} + t_{0}\left(\vec{n}_{\phi}\right)_{y}, & \left|\theta - \frac{\pi}{2}\right| < \phi, \end{cases}$$

где  $t_0 = -x_{\phi} / (\vec{n}_{\phi})_x$ ,  $(\vec{n}_{\phi})_x - x$ -я компонента орта нормали  $\vec{n}_{\phi}$  к поверхности  $S_1$  для  $\theta = \pi / 2 \pm \phi$ .

Такое представление геометрии модели обтекателя позволяет изменять его форму от сферической до оживальной.

## 2.4.2.2. Интегральные и интегро-дифференциальные уравнения для системы незамкнутых экранов с диэлектрическим обтекателем

Будем рассматривать модель двумерной антенной системы, состоящую из двух незамкнутых параболических идеально проводящих и бесконечно тонких экранов  $S_{01}$  и  $S_{02}$  под монолитным оживальным диэлектрическим обтекателем  $D_2$ . В основании обтекателя  $D_2$  для моделирования аппаратуры, расположенной в основании антенной системы в реальных бортовых антенных системах, расположим дополнительный конечный идеально проводящий экран  $S_{03}$ , имеющий размер, соответствующий размеру основания обтекателя (см. рис. 2.77). Пусть стенки обтекателя выполнены из диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ .



Рис. 2.77. Двумерная модель двухзеркальной антенной системы, укрытой диэлектрическим обтекателем

Выведем систему интегральных уравнений для случая *E* поляризации. Будем полагать, что временная зависимость поля имеет вид  $exp(-j\omega t)$ . Введем в рассмотрение вспомогательный источник – токовую нить, расположенную в точке  $\vec{\xi}$  ( $\vec{\xi} \in D_1$ ) (рис. 2.77), *z*-ю компоненту поля которой можно записать в виде

$$G(\vec{X},\vec{\xi}) = H_0^{(1)}(k_0 | \vec{X} - \vec{\xi} |)/4j$$

где  $H_0^{(1)}(z)$  – функция Ханкеля,  $k_0$  – волновое число в свободном пространстве,  $\vec{X}$  – точка наблюдения.

Рассмотрим случай облучения системы извне E-поляризованной плоской волной. В этом случае первичное поле будет иметь вид  $E_z^0(\vec{X}) = exp(jk_0(\vec{R}_0 \cdot \vec{X}))$ , где  $\vec{R}_0 = (R_0^1, R_0^2)$  – орт направления распространения падающей волны.

Обозначим через  $E_z(\vec{\xi})$  полное поле в точке  $\vec{\xi}$ . Для случая *E*-поляризации полное поле должно удовлетворять граничным условиям

$$\begin{split} & E_{z}\left(\vec{\xi}\right)_{S_{0}} = 0, \\ & E_{z}^{+}\left(\vec{\xi}\right) = E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right), \\ & 1/\mu_{0} \times \partial E_{z}^{+}\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_{\xi} = 1/\mu_{1} \times \partial E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right)/\partial n_{\xi} \end{split}$$
(2.163)

где  $S_0 = S_{01} \cup S_{02} \cup S_{03}$ ,  $S = S_1 \cup S_2$ ,  $E_z^+(\vec{\xi})$ ,  $\partial E_z^+(\vec{\xi}) / \partial n_{\xi}$ ,  $E_z^-(\vec{\xi})$ ,  $\partial E_z^-(\vec{\xi}) / \partial n_{\xi}$  – граничные значения на  $S_0$  полного поля и его нормальной производной со стороны выбранного направления нормали  $\vec{n}$  и с противоположной стороны,  $\mu_0$  – относительная магнитная проницаемость свободного пространства,  $\mu_1$  – относительная магнитная проницаемость материала, из которого выполнен обтекатель.

Здесь и далее для рассматриваемых диэлектрических материалов  $\mu_1 = \mu_0 = 1$ .

Предположим, что точка наблюдения расположена в области  $D_1$  ( $\vec{X} \in D_1$ ).

Применив вторую формулу Грина [70] к функциям  $E_z(\vec{\xi})$  и  $G(\vec{X},\vec{\xi})$  в области  $D_4$ , с учетом выбранных направлений нормалей, получим следующее выражение:

$$\iint_{D_{4}} \left[ E_{z}\left(\vec{\xi}\right) \nabla^{2} G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) - G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) \nabla^{2} E_{z}\left(\vec{\xi}\right) \right] dS_{\xi} = \\
= \int_{S_{01}+S_{02}} \left( E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right) \frac{\partial G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} - G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) \frac{\partial E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} + \\
+ \int_{\Sigma} \left( E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right) \frac{\partial G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} - G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) \frac{\partial E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} , \qquad (2.164)$$

где  $dS_{\xi}$  – дифференциал площади,  $dl_{\xi}$  – дифференциал дуги.

Функции  $G(\vec{X},\vec{\xi})$  и  $E_z(\vec{\xi})$  в области  $D_4$ , должны отвечать следующим уравнениям Гельмгольца

$$\nabla^{2} E_{z}(\vec{\xi}) + k_{0}^{2} E_{z}(\vec{\xi}) = 0,$$
  

$$\nabla^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) + k_{0}^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) = 0.$$
(2.165)

С учетом уравнений (2.165) и граничных условий (2.163) перепишем выражение (2.164) в следующем виде

$$0 = -\int_{S_{01}+S_{02}} \left( G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) \frac{\partial E_z^-(\vec{\xi})}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi + \int_{\Sigma} \left( E_z^-(\vec{\xi}) \frac{\partial G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right)}{\partial n_\xi} - G\left(\vec{X},\vec{\xi}\right) \frac{\partial E_z^-(\vec{\xi})}{\partial n_\xi} \right) dl_\xi .$$
(2.166)

222

Теперь применим вторую формулу Грина к функциям  $E_z(\vec{\xi})$ и  $G(\vec{X},\vec{\xi})$  в области  $D_1$ , с учетом выбранных направлений нормалей получаем следующее выражение:

$$\iint_{D_{1}} \left[ E_{z}\left(\vec{\xi}\right) \nabla^{2} G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) - G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) \nabla^{2} E_{z}\left(\vec{\xi}\right) \right] dS_{\xi} = \\
= -\int_{S_{01} + S_{02}} \left( E_{z}^{+}\left(\vec{\xi}\right) \frac{\partial G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} - G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) \frac{\partial E_{z}^{+}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} - \\
- \int_{\Sigma} \left( E_{z}^{+}\left(\vec{\xi}\right) \frac{\partial G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} - G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) \frac{\partial E_{z}^{+}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} + \\
+ \int_{S_{03}} \left( E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right) \frac{\partial G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} - G\left(\vec{X}, \vec{\xi}\right) \frac{\partial E_{z}^{-}\left(\vec{\xi}\right)}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi}.$$
(2.167)

В области  $D_1$  функции  $G(\vec{X}, \vec{\xi})$  и  $E_z(\vec{\xi})$  должны отвечать следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^{2} E_{z}(\vec{\xi}) + k_{0}^{2} E_{z}(\vec{\xi}) = 0,$$
  

$$\nabla^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) + k_{0}^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) = \delta(\vec{X} - \vec{\xi}),$$
(2.168)

где  $\delta(\bullet)$  – дельта-функция Дирака.

В результате для области  $D_1$  можем записать

$$E_{z}(\vec{X}) = \int_{S_{01}+S_{02}} G(\vec{X},\vec{\xi}) \frac{\partial E_{z}^{+}(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} dl_{\xi} - \int_{\Sigma} \left( E_{z}^{+}(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{X},\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} - G(\vec{X},\vec{\xi}) \frac{\partial E_{z}^{+}(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} - \int_{S_{03}} G(\vec{X},\vec{\xi}) \frac{\partial E_{z}^{-}(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} dl_{\xi} - \int_{S_{1}} \left( E_{z}^{+}(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{X},\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} - G(\vec{X},\vec{\xi}) \frac{\partial E_{z}^{+}(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} .$$

$$(2.169)$$

$$223$$

Учтем, что в области  $D_2$  функции  $E_z(\vec{\xi})$  и  $G(\vec{X},\vec{\xi})$  должны удовлетворять следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^{2} E_{z}(\vec{\xi}) + k_{1}^{2} E_{z}(\vec{\xi}) = 0,$$
  

$$\nabla^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) + k_{0}^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) = 0,$$
(2.170)

где  $k_1$  – волновое число в среде с параметрами материала обтекателя.

Применив вторую формулу Грина к функциям  $E_z(\vec{\xi})$  и  $G(\vec{X},\vec{\xi})$  в области  $D_2$ , получаем

$$\iint_{D_2} \left( k_1^2 - k_0^2 \right) E_z(\vec{\xi}) G(\vec{X}, \vec{\xi}) dS_{\xi} =$$

$$= \int_{S_1 + S_2} \left( E_z^-(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} - G(\vec{X}, \vec{\xi}) \frac{\partial E_z^-(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} . \qquad (2.171)$$

В области  $D_3$  функции  $E_z(\vec{\xi})$  и  $G(\vec{X},\vec{\xi})$  должны удовлетворять следующим уравнениям Гельмгольца:

$$\nabla^{2} E_{z}(\vec{\xi}) + k_{0}^{2} E_{z}(\vec{\xi}) = \delta(\vec{\xi} - \vec{a}),$$
  

$$\nabla^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) + k_{0}^{2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) = 0.$$
(2.172)

Применив вторую формулу Грина к функциям  $E_z(\vec{\xi})$  и  $G(\vec{X},\vec{\xi})$  в области  $D_3$ , получаем

$$-G(\vec{X},\vec{a}) = -\int_{S_2} \left( E_z^+(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{X},\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} - G(\vec{X},\vec{\xi}) \frac{\partial E_z^+(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} \right) dl_{\xi} + \int_{S_{03}} G(\vec{X},\vec{\xi}) \frac{\partial E_z^+(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} dl_{\xi}.$$
(2.173)

224

Далее, просуммировав выражения (2.166), (2.169), (2.171), (2.173) и введя в рассмотрение величину  $q(\vec{\xi}) = \frac{\partial E_z^+(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} - \frac{\partial E_z^-(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}},^1$ пропорциональную плотности поверхностного тока, получаем интегральное представление для полного поля [71]

$$E_{z}(\vec{X}) - G(\vec{X}, \vec{a}) = -\int_{S_{0}} G(\vec{X}, \vec{\xi}) q(\vec{\xi}) dl_{\xi} - (k_{1}^{2} - k_{0}^{2}) \iint_{D_{2}} E_{z}(\vec{\xi}) G(\vec{X}, \vec{\xi}) dS_{\xi} .$$
(2.174)

Устремим точку расположения токовой нити  $\vec{a}$  на бесконечность в направлении  $-\vec{R}_0$ . В результате этого предельного перехода функция  $G(\vec{X}, \vec{a})$  перейдет в поле плоской волны  $E_z^0(\vec{X}) = A \cdot exp(jk_0(\vec{R}_0 \cdot \vec{X}))$ , где A – амплитудный коэффициент.

Затем, расположив точку наблюдения в области  $D_2$  и на поверхности  $S_0$ , можем получить систему интегральных уравнений для полного поля в присутствии системы "три экрана – обтекатель" в случае *E*-поляризации:

$$E_{z}(\vec{X}) - E_{z}^{0}(\vec{X}) = -\int_{S_{0}} G(\vec{X}, \vec{\xi}) q(\vec{\xi}) dl_{\xi} - (k_{1}^{2} - k_{0}^{2}) \iint_{D_{2}} E_{z}(\vec{\xi}) G(\vec{X}, \vec{\xi}) dS_{\xi}, \quad \vec{X} \in D_{2}, \quad (2.175)$$

$$\int_{S_0} G(\vec{X}, \vec{\xi}) q(\vec{\xi}) dl_{\xi} = E_z^0(\vec{X}) - (k_1^2 - k_0^2) \iint_{D_2} E_z(\vec{\xi}) G(\vec{X}, \vec{\xi}) dS_{\xi} , \quad \vec{X} \in S_0$$
(2.176)

<sup>1</sup> В силу условий Майкснера [72] функция  $q(\vec{\xi})$  имеет краевые особенности порядка  $\zeta^{-\frac{1}{2}}$ ,  $\zeta$  – расстояние от соответствующего края экрана. Данное условие было учтено при разработке метода расчета.

В случае H-поляризации полное поле  $H_z(\vec{\xi})$  должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\frac{\partial H_{z}(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} = 0,$$

$$H_{z}^{+}(\vec{\xi}) = H_{z}^{-}(\vec{\xi}),$$

$$1/\varepsilon_{0} \times \partial H_{z}^{+}(\vec{\xi}) / \partial n_{\xi} = 1/\varepsilon_{1} \times \partial H_{z}^{-}(\vec{\xi}) / \partial n_{\xi},$$

$$(2.177)$$

$$\text{ДЛЯ } \vec{\xi} \in S.$$

По аналогии со случаем E-поляризации, применив последовательно вторую формулу Грина к областям  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  и проделав ряд преобразований, можно получить следующее интегральное представление для  $H_z(\vec{X})$  [73–75]:

$$H_{z}(\vec{X}) - H_{z}^{0}(\vec{X}) = -\int_{S_{0}} \partial G(\vec{X}, \vec{\xi}) / \partial n_{\xi} p(\vec{\xi}) dl_{\xi} - \left(1 - \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{1}}\right) \int_{S} G(\vec{X}, \vec{\xi}) \partial H_{z}^{-}(\vec{\xi}) / \partial n_{\xi} dl_{\xi} - \left(k_{1}^{2} - k_{0}^{2}\right) \iint_{D_{2}} H_{z}(\vec{\xi}) G(\vec{X}, \vec{\xi}) dS_{\xi},$$

$$(2.178)$$

где  $H_z^0(\vec{X}) - z$ -я компонента магнитного поля первичного источника,  $\partial H_z^-(\vec{\xi})/\partial n_{\xi}$  – граничное значение нормальной производной полного поля со стороны области  $D_2$ . Величина  $p(\vec{\xi}) = H_z^+(\vec{\xi}) - H_z^-(\vec{\xi})^1$  при рассматриваемой поляризации пропорциональна плотности поверхностного тока.

Продифференцировав равенство (2.178) по  $n_x$ , получим следующее выражение:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В силу условий Майкснера [72] функция  $p(\vec{\xi})$  обращается в нуль на краях экранов как  $\zeta^{\frac{1}{2}}$ , где  $\zeta$  – расстояние от края экрана.

$$\frac{\partial}{\partial n_x} \int_{S_0} \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} p(\vec{\xi}) dl_{\xi} = \frac{\partial H_z^0(\vec{X})}{\partial n_x} - \left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right) \int_{S} \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_x} \frac{\partial H_z^-(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} dl_{\xi} - \left(k_1^2 - k_0^2\right) \iint_{D_2} H_z(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_x} dS_{\xi}.$$
(2.179)

Уравнение (2.179) неудобно для проведения численных расчетов, так как выражение в левой его части представляет собой нормальную производную потенциала двойного слоя. Преобразовав левую часть уравнения (2.179) аналогично тому, как это сделано в [76], получим уравнение, содержащее не только  $p(\vec{\xi})$ , но и его производную вдоль дуги контура экрана  $p'(\vec{\xi})$ :

$$k_{0}^{2} \int_{S_{0}} (\vec{n}_{\xi} \cdot \vec{n}_{x}) G(\vec{X}, \vec{\xi}) p(\vec{\xi}) dl_{\xi} + k_{0} \int_{S_{0}} \partial G(\vec{X}, \vec{\xi}) / \partial n_{\xi} \Big[ (\vec{R}^{0} \cdot \vec{\tau}_{\xi}) p'(\vec{X}) - (\vec{R}^{0} \cdot \vec{\tau}_{x}) p'(\vec{\xi}) \Big] dl_{\xi} + p'(\vec{X}) \Big[ G(k_{0}R_{A}) - G(k_{0}R_{B}) \Big] = \frac{\partial H_{z}^{0}(\vec{X})}{\partial n_{x}} - \Big[ (1 - \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{1}}) \int_{S} \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_{x}} \frac{\partial H_{z}^{-}(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} dl_{\xi} - (k_{1}^{2} - k_{0}^{2}) \iint_{D_{2}} H_{z}(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_{x}} dS_{\xi} ,$$

$$(2.180)$$

где  $p'(\vec{\xi})(p'(\vec{X}))$  – производная функции  $p(\vec{\xi})(p(\vec{X}))$  по дуге контура в точке экрана  $\vec{\xi}(\vec{X})$ ;  $R_A$ ,  $R_B$  – расстояния от краев экранов  $S_0$  до точки наблюдения;  $\vec{\tau}_{\xi}$ ,  $\vec{\tau}_x$  – орты касательных к линии  $S_0$  в точках  $\vec{\xi}$ ,  $\vec{x}$ ;  $\vec{R}^0 = (\vec{\xi} - \vec{x})/|\vec{\xi} - \vec{x}|$ .

Проделав ряд преобразований, можем получить систему интегральных уравнений для полного поля в случае системы "три экрана – обтекатель":

$$\begin{aligned} H_{z}(\vec{X}) - H_{z}^{0}(\vec{X}) &= -\int_{S_{0}} \partial G(\vec{X}, \vec{\xi}) / \partial n_{\xi} p(\vec{\xi}) dl_{\xi} - \\ &- \left( 1 - \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{1}} \right) \int_{S} G(\vec{X}, \vec{\xi}) \partial H_{z}^{-}(\vec{\xi}) / \partial n_{\xi} dl_{\xi} - \\ &- \left( k_{1}^{2} - k_{0}^{2} \right) \iint_{D_{2}} H_{z}(\vec{\xi}) G(\vec{X}, \vec{\xi}) dS_{\xi} , \quad \vec{X} \in D_{2} , \end{aligned}$$
(2.181)  
$$k_{0}^{2} \int_{S_{0l}} (\vec{n}_{\xi} \cdot \vec{n}_{x}) G(k_{0}R) p_{l}(\vec{\xi}) dl_{\xi} + \\ &+ k_{0} \int_{S_{0l}} G'(k_{0}R) \left[ \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{\tau}_{\xi} \right) p_{l}'(\vec{X}) - \left( \vec{R}^{0} \cdot \vec{\tau}_{x} \right) p_{l}'(\vec{\xi}) \right] dl_{\xi} + \\ &+ p_{l}'(\vec{X}) \left[ G(k_{0}R_{A_{l}}) - G(k_{0}R_{B_{l}}) \right] + \\ &+ \sum_{m \neq l} \int_{S_{0m}} \frac{\partial^{2} G(k_{0}R)}{\partial n_{\xi} \partial n_{\xi}} p_{m}(\vec{\xi}) dl_{\xi} = \frac{\partial H_{z}^{0}(\vec{X})}{\partial n_{x}} - \\ &- \left( 1 - \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{1}} \right) \int_{S} \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_{x}} \frac{\partial H_{z}^{-}(\vec{\xi})}{\partial n_{\xi}} dl_{\xi} - \\ \left( k_{1}^{2} - k_{0}^{2} \right) \iint_{D_{2}} \frac{\partial G(\vec{X}, \vec{\xi})}{\partial n_{x}} H_{z}(\vec{\xi}) dS_{\xi} , \quad \vec{X} \in S_{0l} , \quad (l = 1, 2, 3). \end{aligned}$$
(2.182)

Под  $p_l(\vec{\xi})$  в (2.182) понимается значение функции  $p(\vec{\xi})$  на контуре *l*-го экрана.

Выражение, стоящее в правой части (2.182), содержит предельные значения  $\partial H_z^{-}(\vec{\xi})/\partial n_{\xi}$  на *S*. Тем не менее, наличие этого члена не вызывает дополнительных расчетных трудностей, так как подлежит нахождению поле не на линии, а в плоской области. Соответствующие предельные значения нормальной производной могут быть приближенно выражены через значения поля в области  $D_2$  с помощью интерполяции.

Как показали проведенные исследования, в большинстве случаев решение системы уравнений (2.181) и (2.182) может быть

получено с помощью итерационной процедуры (в частности, в отсутствие экрана  $S_{03}$ ). Однако в случае сильного взаимодействия между экранами и обтекателем при итерациях "экраны – обтекатель" не наблюдается установление токов на экранах и поля в слое обтекателя и систему уравнений (2.181), (2.182) необходимо решать непосредственно.

### 2.4.2.3. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай *E*-поляризации)

Интегрирование по области  $D_2$  может быть представлено в виде последовательного интегрирования вдоль направляющей линии  $S_1$  и вдоль нормали к  $S_1$ . При этом, учитывая, что толщина стенки обтекателя составляет величину порядка половины длины волны, для получения приемлемой точности вычислений в используемой квадратурной формуле достаточно иметь значения подынтегральной функции в трех точках вдоль нормали. Таким образом, интеграл по области  $D_2$  может быть представлен в виде взвешенной суммы интегралов по трем подобным  $S_1$  контурам, находящимся внутри  $D_2$ .

Введем параметризацию точек на контурах внутри стенки обтекателя (рис. 2.78) и на контурах  $S_0$ .

Интегрирование вдоль нормали к стенке обтекателя будем проводить численно, используя 3-х точечную формулу Гаусса [71].

Для точки наблюдения на контурах внутри стенки обтекателя  $\vec{X}_l = (x_l, y_l), \ (l = 1, 2, 3)$ 

$$x_{l}(\theta_{0}) = a\cos(\theta_{0}) + h(1-\beta_{l})n_{x}(\theta_{0}),$$
  
$$y_{l}(\theta_{0}) = \eta(\theta_{0}) + h(1-\beta_{l})n_{y}(\theta_{0}), (0 \le \theta_{0} \le \pi);$$

для точек интегрирования на контурах внутри стенки обтекателя  $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l}), \ (l = 1, 2, 3)$ 

229

$$x_{\xi,l}(\theta) = a\cos(\theta) + h(1 - \beta_l)n_x(\theta),$$
  
$$y_{\xi,l}(\theta) = \eta(\theta) + h(1 - \beta_l)n_y(\theta), \ (0 \le \theta \le \pi).$$



Рис. 2.78. Параметризация точек внутри стенки обтекателя

Здесь l – номер контура в обтекателе; a – половина размера основания обтекателя; h – половина толщины стенки обтекателя;  $\eta(\theta)$  – функция, описывающая кривую  $S_1$ ;  $\beta_{1,3} = \pm 0,7745597$ ,  $\beta_2 = 0$  – абсциссы трехточечной формулы Гаусса;  $n_x$ ,  $n_y$  – компоненты орта внешней нормали  $\vec{n}$  к поверхности, ограничивающей обтекатель.

Для точки наблюдения  $\vec{X}_l = (x_l, y_l)$ , (l = 4, 5, 6) на контурах, соответствующих экранам  $S_0$ ,

$$x_l(\theta_0) = a_l \cos(\theta_0), \ y_l(\theta_0) = \eta_l(x_l(\theta_0)) = \eta_l(\theta_0), \ (0 \le \theta_0 \le \pi);$$

для точек интегрирования  $\vec{\xi}_l = (x_{\xi,l}, y_{\xi,l}), \ (l = 4, 5, 6)$  на контурах, соответствующих экранам  $S_0$ ,

$$x_{\xi,l}(\theta) = a_l \cos(\theta), \ y_{\xi,l}(\theta) = \eta_l (x_{\xi,l}(\theta)) = \eta_l (\theta), \ (0 \le \theta \le \pi).$$

Здесь (l-3) – номер экрана (l = 4 соответствует контуру экрана  $S_{01}$ , l = 5 – контуру экрана  $S_{02}$ , l = 6 – контуру экрана  $S_{03}$ );  $a_l$ , (l = 4,5,6) – половина апертуры l-го контура;  $\eta_l(\theta)$ , (l = 4,5,6) – функция, описывающая l-й контур. Для экранов  $S_{01}$ и  $S_{02}$   $\eta_l(\theta) = (a_l \cos \theta)^2 / 2f_l + d_l$ ,  $f_l$  – удвоенное значение фокусного расстояния l-го контура,  $d_l$  – высота подъема вершины l-го контура над осью *OX*. Для экрана  $S_{03}$   $\eta_6(\theta) = 0$ .

Решение интегрального уравнения на каждом контуре внутри области  $D_2$  будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам в виде

$$E_{z}^{l}(\theta_{0}) = \sum_{k=0}^{N} A_{k}^{l} \cos(k \, \theta_{0}), \quad (0 \le \theta_{0} \le \pi), \quad (l = 1, 2, 3), \quad (2.183)$$

где  $A_k^l$  – подлежащие нахождению коэффициенты.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре  $S_0$  с учетом условий Майкснера будем искать в следующем виде

$$q_{l}(\theta_{0}) = \zeta(\theta_{0}) \sum_{k=0}^{N} A_{k}^{l} \cos(k\theta_{0}), \ (0 \le \theta_{0} \le \pi), \ (l = 4, 5, 6), \qquad (2.184)$$

где  $A_k^l$  – подлежащие нахождению коэффициенты; в случае *E*-поляризации  $\zeta(\theta_0) = 1/a_l \sin \theta_0$  – множитель, позволяющий учесть условие Майкснера.

Далее, для каждой точки наблюдения  $\theta_0$  получаем систему из шести (по числу контуров интегрирования) уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $A_k^l$ :

$$\sum_{k=0}^{N} A_{k}^{l} \cos(k\theta_{0}) = E_{z}^{0} (\vec{X}_{l}(\theta_{0})) - \frac{h(k_{1}^{2} - k_{0}^{2})}{4j} \sum_{m=1}^{3} \alpha_{m} \sum_{k=0}^{N} C_{k}^{l,m}(\theta_{0}) A_{k}^{m} - \sum_{k=0}^{N} \sum_{m=4}^{6} A_{k}^{m} C_{k}^{l,m}(\theta_{0}), (l = 1, 2, 3),$$

$$\sum_{k=0}^{N} \sum_{m=4}^{6} A_{k}^{m} C_{k}^{l,m}(\theta_{0}) = E_{z}^{0} (\vec{X}_{l}(\theta_{0})) - \frac{h(k_{1}^{2} - k_{0}^{2})}{4j} \sum_{m=1}^{3} \alpha_{m} \sum_{k=0}^{N} C_{k}^{l,m}(\theta_{0}) A_{k}^{m}, (l = 4, 5, 6),$$

$$(2.185)$$

где  $\alpha_{1,3} = 5/9$ ,  $\alpha_2 = 8/9$  – коэффициенты 3-х точечной формулы Гаусса. Коэффициенты  $C_k^{l,m}$  в выражениях (2.185) представляют собой интегралы от известных функций:

$$C_k^{l,m}(\theta_0) = \int_0^{\pi} H_0^{(1)}\left(k_0 \left| \vec{X}_l(\theta_0) - \vec{\xi}_m(\theta) \right| \right) \varphi_{l,k}(\theta) p_l(\theta) d\theta, \qquad (2.186)$$

где 
$$\varphi_{l,k}(\theta) = \sqrt{\left(x_{\xi,l}'(\theta)\right)^2 + \left(y_{\xi,l}'(\theta)\right)^2} \cos(k\theta), \quad p_l(\theta) = \begin{cases} 1, & l \le 3\\ \zeta(\theta), & l > 3 \end{cases},$$

 $x_{\xi,l}(\theta)$  и  $y_{\xi,l}(\theta)$  – производные по  $\theta$  от соответствующих координат, верхние индексы *l,m* (*l,m* = 1,2,...,6) определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно.

Заметим, что для случая, когда точка наблюдения и точка интегрирования лежат на одном контуре (т.е. l = m), подынтегральная функция в (2.186) имеет логарифмическую особенность при  $\theta = \theta_0$ . Поэтому для расчета этого интеграла необходимо принять специальные меры. Воспользуемся асимптотическим представлением функции Ханкеля для малых значений аргументов [70] и получим окончательное выражение для расчета коэффициентов  $C_k^{l,m}$ .

$$C_{k}^{l,m}(\theta_{0}) = \int_{0}^{\pi} \left[ H_{0}^{(1)}\left(k_{0} \middle| \vec{X}_{l}(\theta_{0}) - \vec{\xi}_{m}(\theta) \middle| \right) \varphi_{l,k}(\theta) p_{l}(\theta) - \left(1 + \frac{2j}{\pi} \left(C + ln \frac{\widetilde{k}a_{l} \middle| \cos \theta_{0} - \cos \theta \middle|}{2}\right) \right) \varphi_{l,k}(\theta_{0}) p_{l}(\theta_{0}) \right] d\theta + \varphi_{l,k}(\theta_{0}) p_{l}(\theta_{0}) \left[\pi + 2j \left(C + ln \frac{\widetilde{k}a_{l}}{4}\right) \right], \qquad (2.187)$$

где  $\widetilde{k} = k_0 \sqrt{1 + (\eta'_l(x))^2}$ ,  $x = a_l \cos(\theta_0)$ , C = 0.57721566 – постоянная Эйлера.

Вычисление интеграла в (2.187) будем проводить с помощью составной пятиточечной формулы Гаусса. При этом точность вычислений будем контролировать путем варьирования числа участков разбиения, на которых применяется эта формула.

Исходя из геометрии задачи, углы наблюдения  $\theta_0$  будем выбирать на участке  $[0,\pi]$ , причем их количество L возьмем большим чем 3(N+1) (например, равным 6(N+1) т.е. количество точек наблюдения на каждом слое выберем в два раза большим, чем количество неизвестных коэффициентов). В результате получим переопределенную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $A_k^l$ , решение которой будем находить из условия минимума суммы квадратов невязок. Рассчитав таким образом коэффициенты разложения полного поля в слое диэлектрика и подставив в правые части выражений (2.175), (2.176) найдем полное поле антенной системы с обтекателем в любой точке пространства.

### 2.4.2.4. Численный метод решения полученных систем интегральных уравнений (случай *H* -поляризации)

Как оговаривалось выше, предельные значения нормальной производной поля на линии S, необходимые при вычислении второго слагаемого в правой части выражения (2.181), могут быть получены из значений поля в области  $D_2$ . Для этого воспользуемся интерполяционной формулой Лагранжа:

$$H_{z}(\theta_{0},n) \approx H_{z}(\vec{X}_{1}(\theta_{0})) \frac{(n-n_{2})(n-n_{3})}{(n_{1}-n_{2})(n_{1}-n_{3})} + H_{z}(\vec{X}_{2}(\theta_{0})) \frac{(n-n_{1})(n-n_{3})}{(n_{2}-n_{1})(n_{2}-n_{3})} + H_{z}(\vec{X}_{3}(\theta_{0})) \frac{(n-n_{1})(n-n_{2})}{(n_{3}-n_{1})(n_{3}-n_{2})}$$

где n,  $n_m$ , (m = 1, 2, 3) – координаты, отсчитываемые вдоль нормали (на  $S_1 : n = 0$ , на  $S_2 : n = \Delta$ ), n – текущая координата,  $n_m$  – координаты на слоях внутри обтекателя,  $\Delta$  – толщина стенки обтекателя (рис. 2.77).

Как и в случае *Е*-поляризации, решение интегрального уравнения на слоях будем искать в виде отрезка ряда Фурье по косинусам, поэтому с учетом условий (2.177) можно записать:

$$\frac{\partial H_z^-(\theta_0,n)}{\partial n_{\xi}} \approx \sum_{k=0}^N \cos(k\,\theta_0) \sum_{l=1}^3 A_k^l(a_ln+b_l),$$

где *a*<sub>l</sub> и *b*<sub>l</sub> коэффициенты интерполяционной формулы Лагранжа.

Теперь можем получить интеграл как по внутренней, так и по внешней поверхностям обтекателя

$$\int_{S} G\left(\vec{X}, \vec{\xi}(\theta_0)\right) \frac{\partial H_z^-(\theta_0, n)}{\partial n} \partial l_{\xi} = \sum_{k=0}^N \sum_{l=1}^3 A_k^l \gamma_k^{l,m}(\theta_0), \qquad (2.188)$$

где 
$$\gamma_k^{l,m}(\theta_0) = \beta_k(\theta_0)(a_m\Delta + b_m) - \delta_k(\theta_0)b_m$$
,  
 $\beta_k(\theta_0) = \int_{S_2} G(\vec{X}, \vec{\xi}) cos(k\theta_0) d\theta$ ,  $\delta_k(\theta_0) = \int_{S_1} G(\vec{X}, \vec{\xi}) cos(k\theta_0) d\theta$ 

Подынтегральная функция, как и в случае *Е* -поляризации, имеет не более чем логарифмическую особенность.

Решение интегрального уравнения на каждом контуре  $S_0$ ищем в следующем виде:

$$p_{l}(\theta_{0}) = \zeta(\theta_{0}) \sum_{k=0}^{N} A_{k}^{l} \cos(k\theta_{0}), \quad (0 \le \theta_{0} \le \pi), \quad (l = 4, 5, 6), \qquad (2.189)$$

где  $\zeta(\theta_0) = a_l \sin \theta_0$ .

Таким образом, в случае *Н*-поляризации система уравнений будет иметь следующий вид:

$$\begin{split} \sum_{k=0}^{N} A_{k}^{l} \cos(k\theta_{0}) &= H_{z}^{0} \left( \vec{X}_{l}(\theta_{0}) \right) - \frac{h\left(k_{1}^{2} - k_{0}^{2}\right)}{4j} \sum_{m=1}^{3} \alpha_{m} \sum_{k=0}^{N} C_{k}^{l,m}(\theta_{0}) A_{k}^{m} + \\ &+ \left( \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{1}} - 1 \right) \sum_{k=0}^{N} \sum_{m=1}^{3} A_{k}^{m} \gamma_{k}^{l,m}(\theta_{0}) - \sum_{k=0}^{N} \sum_{m=4}^{6} A_{k}^{m} V_{k}^{l,m}(\theta_{0}), \ (l = 1, 2, 3), \\ &\sum_{k=0}^{N} \sum_{m=4}^{6} A_{k}^{m} F_{k}^{l,m}(\theta_{0}) + \sum_{k=0}^{N} A_{k}^{l} D_{k}^{l}(\theta_{0}) = \frac{1}{k_{0}^{2}} \frac{\partial H_{z}^{0} \left( \vec{X}_{l}(\theta_{0}) \right)}{\partial n_{x}} - \\ &- \frac{1}{k_{0}^{2}} \frac{h\left(k_{1}^{2} - k_{0}^{2}\right)}{4j} \sum_{m=1}^{3} \alpha_{m} \sum_{k=0}^{N} C_{k}^{l,m}(\theta_{0}) A_{k}^{m} + \\ &+ \frac{1}{k_{0}^{2}} \left( \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{1}} - 1 \right) \sum_{k=0}^{N} \sum_{m=1}^{3} A_{k}^{m} \gamma_{k}^{l,m}(\theta_{0}), \ (l = 4, 5, 6), \end{aligned}$$
(2.190)

где верхние индексы l, m (l,m = 1,2,...,6) определяют номер контура точки наблюдения и точки интегрирования, соответственно. Коэффициенты  $D_k^l$ ,  $F_k^{l,m}$ ,  $V_k^{l,m}$  представляют собой интегралы от известных функций по контурам зеркал. Например,

$$F_{k}^{l,l}(\theta_{0}) = -\frac{a_{l}}{\sqrt{1 + (x_{l}(\theta_{0}))^{2}/f_{l}^{2}}} \int_{0}^{\pi} (1 + x_{l}(\theta_{0})x_{l}(\theta)/f_{l}^{2}) \cdot H_{0}^{(1)}(k_{0}|\vec{X}_{l}(\theta_{0}) - \vec{\xi}_{m}(\theta)|) \zeta(\theta) \sin\theta \cos(k\theta) d\theta$$

Выбрав значения  $\theta_0$  (точек коллокации) на каждом из контуров интегрирования в системе (2.190) так, чтобы их количество превышало число неизвестных коэффициентов, получим переопределенные системы линейных уравнений для  $A_k^l$ , которые могут быть решены методом наименьших квадратов.

#### 2.4.2.5. Проверка адекватности расчетного метода

В данном подразделе для проверки работоспособности предложенного метода и оценки точности был проведен расчет излучения токовой нити в присутствии диэлектрической пластины конечных размеров (данный случай имеет ясную физическую интерпретацию и широко освещен в литературе). Также проведен расчет излучения решетки токовых нитей под цилиндрическим круговым диэлектрическим обтекателем, опирающимся на идеально проводящий экран [76] (для данного случая существует точное решение с помощью разложения по собственным функциям).

Пусть источник цилиндрической волны (токовая нить), расположен в точке *P* с радиус-вектором  $\vec{X}_p = (x_p, y_p)$  (рис. 2.79).



Рис. 2.79. Диэлектрическая пластина

236

Первичное поле при этом имеет вид  $G(\vec{X}, \vec{X}_p) = H_0^{(1)}(k_0 | \vec{X} - \vec{X}_p |)/4j$ . Далее, используя изложенную выше методику, рассчитаем полное поле на вынесенной апертуре *EF*. Приведем результаты некоторых расчетов для следующих параметров пластины:  $a = 10\lambda_0$ , относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_1 = 4$ . На рис. 2.80 представлены зависимости отношения амплитуды полного поля к амплитуде волны, падающей на EF в отсутствии пластины, от координаты x для различных значений толщины пластины при расстоянии λ<sub>0</sub> до апертуры. Здесь сплошной жирной линией показана амплитуда поля для случая, когда толщина пластины равна 0,5 $\lambda_1$ , пунктирная линия соответствует толщине – 0,8 $\lambda_1$ , сплошная тонкая линия – 0,3 $\lambda_1$ , ( $\lambda_1$  – длина волны в диэлектрике).



Рис. 2.80. Отношение амплитуды полного поля к амплитуде падающей волны на вынесенной апертуре *EF*, отстоящей от полосы на расстоянии λ<sub>0</sub>, (*E* -поляризация)

Анализ кривых на рис. 2.80 показывает, что в пределах проекции полосы на вынесенную апертуру поле имеет осциллирующий характер, обусловленный рассеянием первичной волны на краях пластины. При этом по мере приближения к центру проекции амплитуда колебаний заметно уменьшается. Отметим тот факт, что сразу за пределами проекции пластины  $(5 < |x| / \lambda < 13)$ наблюдается провал амплитуды поля.

Заметим, что в точке *C* вычисляемое отношение амплитуд, как и следовало ожидать, в случае полуволновой толщины пластины близко к 1. Для полос же с толщинами  $0,3\lambda_1$  и  $0,8\lambda_1$  это отношение в точке *C* приближенно равно 0,8.

В случае *H*-поляризации, источник первичного поля, представленный в виде магнитной нити, не имеет ясной физической интерпретации. Поэтому, при расчете модельной задачи "рассеяние *H*-поляризованной ЭМВ на диэлектрической пластине", в качестве источника первичного поля будем использовать плоскую волну единичной амплитуды, падающую на пластину вдоль оси *OY*. Первичное поле в таком случае можно записать как  $H_z^0(\vec{X}) = exp(jk_0(\vec{R}_0 \cdot \vec{X})), \vec{R}_0 = (0, 1).$ 

Рассчитаем полное поле на вынесенной апертуре *EF* для случая *H*-поляризации, в присутствии пластины с параметрами, указанными выше. На рисунке 2.81 представлены зависимости отношения амплитуды полного поля к амплитуде волны в отсутствии пластины от координаты x, рассчитанные на апертуре *EF*, отстоящей от пластины на расстояние  $\lambda_0$ , для различных значений толщины пластины. Здесь сплошной жирной линией показана амплитуда поля для случая, когда толщина пластины равна  $0,5\lambda_1$ , пунктирная линия соответствует толщине –  $0,8\lambda_1$ , сплошная тонкая линия –  $0,3\lambda_1$ .

Анализ кривых на рис. 2.81 показывает, что, как и в случае *E*-поляризации, в пределах проекции полосы на вынесенную апертуру поле имеет осциллирующий характер, обусловленный рассеянием первичной волны на краях пластины. В точках проекций краев пластины на *EF* возникают провалы в графике амплитуды поля. За пределами проекции пластины возникают переколебания амплитуды поля, которые по мере удаления от точек проекции краев заметно уменьшаются и амплитуда поля устанавливается на уровне близком к единице.



Рис. 2.81. Отношение амплитуды полного поля к амплитуде падающей волны на вынесенной апертуре *EF*, отстоящей от полосы на расстоянии λ<sub>0</sub> (*H* -поляризация)

В точке *С* вычисляемое отношение амплитуд, в случае полуволновой толщины пластины равно 1. Для полос же с толщинами  $0,3\lambda_1$  и  $0,8\lambda_1$  это отношение в точке С приближенно равно 0,8. Результаты, полученные для случаев *E* - и *H* -поляризации, хорошо согласуются с известным решением задачи о падении плоской электромагнитной волны на бесконечный диэлектрический лист [77].

При проведении расчетов оказалось, что в рассмотренном случае для решения задачи потребовалось 40 гармоник, а количество интервалов, на которых применялась пятиточечная формула Гаусса, было равно 10. При этом относительная погрешность вычисления поля не превышала 5%.

При расчете полей излучения антенной решетки под цилиндрическим обтекателем [76] внутренний и внешний радиусы цилиндра были выбраны равными  $10,8\lambda_0$  и  $11\lambda_0$ , соответственно ( $\lambda_0$  – длина волны в свободном пространстве). Диэлектрическая

проницаемость материала обтекателя  $\varepsilon_1 = 4$ . Линейная решетка из 31 токовой нити с косинусным амплитудным и равномерным фазовым распределениями располагалась параллельно оси цилиндра на расстоянии четверти длины волны от экрана (шаг решетки 0,6 $\lambda_0$ ).

Диаграммы направленности антенной решетки, нормированные к максимуму диаграммы направленности антенной решетки без обтекателя, в случае *E*-поляризации представлены на рис. 2.82.



Рис. 2.82. Диаграммы направленности решетки токовых нитей под цилиндрическим круговым диэлектрическим обтекателем, закрытым проводящей плоскостью (*E*-поляризация)

Сплошной жирной линией показана диаграмма направленности, рассчитанная с помощью предлагаемого метода; жирная прерывистая линия – точное решение, полученное для данного случая с помощью разложения по собственным функциям [14]. Угол отсчитывается от оси *Y*. Также приведена диаграмма направленности решетки в отсутствии обтекателя (тонкая сплошная линия). Как видим, решение, полученное с помощью предлагаемого метода, хорошо согласуется с точным решением.

## 2.4.2.6. Двумерное математическое моделирование характеристик рассеяния бортовых антенных систем с остроконечными обтекателями и их анализ

Рассмотрим двухзеркальную антенну, расположенную под обтекателем оживальной формы. Зеркала антенн представляли собой параболы, фокус большого зеркала  $S_{01}$  находился в точке, которая совпадала с фазовым центром зеркала  $S_{02}$  (см. рис. 2.77). Раскрывы зеркал были выбраны равными  $8\lambda_0$  и 1,46 $\lambda_0$ , фокусное расстояние зеркала  $S_{01} - 7\lambda_0$ , фокусное расстояние зеркала  $S_{02} - \lambda_0$ . Радиус основания обтекателя равнялся 5,5 $\lambda_0$ , высота – 30 $\lambda_0$ , толщина стенки – 0,5 $\lambda_1$  ( $\lambda_0$  – длина волны в свободном пространстве,  $\lambda_1$  – длина волны в диэлектрике с  $\varepsilon_1 = 4$ ). Вершина большого зеркала была расположена на расстоянии 3 $\lambda_0$  от экрана  $S_{03}$ .

На рис. 2.83 представлены нормированные диаграммы рассеяния системы из трех симметрично расположенных экранов и обтекателя при падении плоской волны вдоль оси обтекателя для обеих поляризаций волны облучения. Диаграммы рассеяния нормированы к своим максимумам ( $E_{z max} = 0,0309$  В/м,  $H_{z max} = 0,0881$  А/м). При этом диаграммы рассеяния в случае *H*-поляризации имеют ярко выраженный главный лепесток и меньший уровень боковых лепестков по сравнению со случаем *E*поляризации.

На рис. 2.84. представлены нормированные диаграммы рассеяния (ДР) системы из трех экранов и обтекателя при падении плоской волны под углом 100° (10° к оси обтекателя) и повороте антенн  $S_{01}$  и  $S_{02}$  на угол в 110° (20° к оси обтекателя) для обеих поляризаций. ДР нормированы к своим максимумам ( $E_{z max} = 0,0693$  В/м,  $H_{z max} = 0,0814$  А/м). Максимум ДР в случае *E*-поляризации находится под углом 113,25°, а в случае *H*поляризации под углом 111,25°.





ис. 2.83. Нормированные диаграммы рассеяния системы из трех экранов под обтекателем



Рис. 2.84. Нормированные диаграммы рассеяния системы из трех экранов под обтекателем

На рис. 2.85 представлены рассчитанные распределения относительной амплитуды и фазы поля для систем "двухзеркальная антенна – экран" (рис. 2.85 а, б) и "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель" (рис. 2.85 в, г) с вышеуказанными параметрами. В каче-

стве первичного источника поля была выбрана плоская электромагнитная волна, падающая вдоль оси обтекателя. На всех рисунках геометрические размеры указаны в длинах волн ( $\lambda_0=0,03$  м) [78, 79].





Как и следовало ожидать, фазовая картина поля перед большим зеркалом носит характер распространяющейся в обратном направлении плоской волны как при наличии, так и в отсутствие обтекателя. Амплитудная же картина поля в отсутствие обтекателя носит "двурогий" характер с определенной разреженностью поля сзади малого зеркала. При этом уровень поля в зоне разреженности в 7...8 раз ниже, чем в областях концентрации (в частности, непосредственно перед центром большого зеркала). В случае же наличия обтекателя зона концентрации энергии (в результате переотражений от стенок обтекателя) локализуется в области расположения зеркальной антенны (уровень поля в областях концентрации может ~ в 5 раз превышать уровень поля в зонах "разрежения"). Наличие же экрана в основании обтекателя приводит к появлению перед ним режима, близкого к режиму стоячей волны.

При падении плоской волны под углом к оси обтекателя (ось антенны повернута на тот же угол, т.е. облучение идет вдоль оси антенны) наличие экрана в основании антенной системы приводит к некоторому смещению всей картины (без обтекателя). При наличии же обтекателя, как это видно на рис. 2.86, зона концентрации энергии смещается в сторону стенки обтекателя. Это может снизить эффективность работы пеленгатора.

На рис. 2.87, 2.88 приведены результаты расчетов для случая *Н*-поляризации падающей плоской волны. При осевом облучении области концентрации энергии и разрежения по сравнению со случаем *Е*-поляризации как бы меняются местами. Теперь непосредственно сзади малого зеркала в случае отсутствия обтекателя возникает зона концентрации энергии, а при наличии обтекателя в области расположения антенны возникает разрежение.

При наклонном же падении (рис. 2.88) вся картина амплитудного распределения рассыпается, зоны концентрации "расползаются".



Рис. 2.86. Падение плоской электромагнитной волны под углом 10<sup>0</sup> к оси обтекателя в случае *E*-поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

Следует отметить, что наличие обтекателя как при E-, так и при H-поляризации существенным образом меняют фазовую структуру поля, в частности, в области апертуры антенны, что может заметно повлиять на ошибки пеленгации антенной системы.







Рис. 2.88. Падение плоской электромагнитной волны под углом 10° к оси обтекателя в случае *H* -поляризации. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран", амплитудное (в) и фазовое (г) распределения для системы "двухзеркальная антенна – экран – обтекатель"

# 2.4.3. Вторичное излучение трехмерной модели бортовой зеркальной антенны под коническим обтекателем

С целью получения приближенных инженерных формул для расчета обратного рассеяния радиолокационного оборудо-

вания, находящегося в носовой части летательного аппарата, рассмотрим трехмерную модель зеркальной антенной системы с коническим обтекателем (рис. 2.89), на которую извне падает плоская электромагнитная волна (2.1) (при  $\vec{p}^0 = \vec{p}$ ).



Рис. 2.89. Система "антенна-обтекатель"

Применение леммы Лоренца к искомому полному полю  $(\vec{E}, \vec{H})$  и вспомогательному полю  $(\vec{E}, \vec{H}(\vec{x}|\vec{x}_0, \vec{p}))$  электрического диполя, размещенного в точке  $\vec{x}_0$ , с вектор-моментом  $\vec{p}$ , при наличии одного лишь обтекателя, позволяет получить интегральное представление для искомого поля:

$$j\omega\vec{p}\cdot\vec{E}(\vec{x}_0) = j\omega\vec{p}\cdot\vec{E}_{o\delta m}^{pac}(\vec{x}_0) + \int_L \left(\vec{K}(\vec{x}_0)\cdot\vec{E}^T(\vec{x}\,|\,\vec{x}_0,\vec{p})\right) dS , \quad (2.191)$$

где  $\vec{E}_{o\delta m}^{pac}(\vec{x}_0)$  – поле, рассеянное одним лишь обтекателем,  $\vec{K}(x)$  – плотность поверхностного тока в точках зеркала антенны. Интегральный член выражения (2.191) представляет собой отклик зеркала антенны на зондирующую волну с учетом электродинамического взаимодействия с обтекателем. Положив  $\vec{x}_0 = -r\vec{R}^0$  и устремив  $r \to \infty$ , получим выражение для полного поля, рассеянного системой "антенна-обтекатель "в дальней зоне:

$$\vec{p} \cdot \vec{E}(\vec{R}^0) \sim \vec{p} \cdot \vec{E}_{o\delta m}^{pac}\left(\vec{R}^0\right) - jk_0 \frac{e^{jk_0 r}}{4\pi r} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \int_L \left(\vec{E}(\vec{x}) \cdot \vec{K}(\vec{x})\right) dS \quad (2.192)$$

Здесь  $\vec{E}(\vec{x})$  – поле, порожденное исходной плоской волной (2.1) в точках зеркала *L* при наличии одного лишь обтекателя. Это поле будем рассчитывать в приближении геометрической оптики.

В рассматриваемом приближении  $\left(\vec{E}(\vec{x}), \vec{H}(\vec{x})\right)$  представляется в виде суммы поля, прошедшего на зеркало непосредственно через освещенную поверхность обтекателя (путь 1 на рис. 2.90), и поля, попавшего на зеркало после однократного отражения от внутренней поверхности обтекателя (путь 2 на рис. 2.90).



Рис. 2.90. Пути распространения падающей волны

Так, поле, соответствующее пути 1 на рис. 2.90 может быть представлено в виде:

$$\vec{\hat{E}}_{1}(\vec{x}) = \left[\tau_{\perp} p_{\perp} \vec{e}_{\perp} + \tau_{\parallel} p_{\parallel} \left(\vec{R}^{0} \times \vec{e}_{\perp}\right)\right] \exp\left(jk_{0} \left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right), \qquad (2.193)$$

$$\vec{\hat{H}}_{1}(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \Big[ \tau_{\perp} p_{\perp} \Big( \vec{R}^{0} \times \vec{e}_{\perp} \Big) - \tau_{\parallel} p_{\parallel} \vec{e}_{\perp} \Big] \exp \Big( j k_{0} \Big( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x} \Big) \Big), \qquad (2.194)$$

$$\Gamma_{\mathcal{A}}\mathbf{e} \quad \vec{e}_{\perp} = \frac{\vec{R}^0 \times \vec{n}}{\left|\vec{R}^0 \times \vec{n}\right|}, \quad \vec{e}_{\parallel} = \left(\vec{R}^0 \times \vec{e}_{\perp}\right), \quad p_{\perp} = \left(\vec{p} \cdot \vec{e}_{\perp}\right), \quad p_{\parallel} = \left(\vec{p} \cdot \vec{e}_{\parallel}\right), \quad \vec{n} = \left(\vec{p} \cdot \vec{e}_$$

вектор нормали в точке поверхности обтекателя.

Комплексные величины  $\tau_{\perp}$ ,  $\tau_{\parallel}$  представляют собой коэффициенты прохождения плоской электромагнитной волны через плоско-параллельный слой с параметрами обтекателя на двух взаимно ортогональных поляризациях. Под II (параллельной) поляризацией понимается ситуация, когда вектор электрической напряженности падающей волны принадлежит плоскости, проходящей через вектор  $\vec{R}^0$  и нормаль  $\vec{n}$  в данной точке поверхности обтекателя. Соответственно,  $\perp$  (перпендикулярная) поляризация отвечает ситуации, когда вектор электрической напряженности падающей волны перпендикулярен указанной плоскости. Общее выражение для коэффициента прохождения можно представить в виде

$$\tau = \left( \left( \cos \kappa \delta + \frac{j}{c} \sin \kappa \delta \right) + \left( \cos \kappa \delta - \frac{j}{c} \sin \kappa \delta \right) \rho \right) \exp(-jk_0 \delta \cos \theta).$$
(2.195)

где ρ – комплексный коэффициент отражения от плоскопараллельного слоя с параметрами обтекателя, который может быть представлен в следующем виде:

$$\rho = \frac{j(c^2 - 1)\sin\kappa\delta}{2c\cos\kappa\delta - j(c^2 + 1)\sin\kappa\delta}.$$
(2.196)

Здесь  $c = \frac{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta}}{\beta \cos \theta}$ ,  $\kappa = k_0 \sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta}$ ,  $\cos \theta = \left| \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{n} \right) \right|$ ,  $\sin^2 \theta = 1 - \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{n} \right)^2$ ,  $\varepsilon'$  – относительная диэлектрическая проницаемость материала обтекателя,  $\delta$  – толщина обтекателя.

В случае  $\bot$  поляризации  $\rho = \rho_{\bot}$ ,  $\tau = \tau_{\bot}$ , а в случае II поляризации  $\rho = \rho_{\parallel}$ ,  $\tau = \tau_{\parallel}$ .

Если луч, пересекающий обтекатель в некоторой точке  $\vec{x}_0$ , не попадает на зеркало, то он должен пересечь обтекатель еще и в некоторой точке  $\vec{x}_1$ . В таком случае, найдя  $\tau_{\perp}$ ,  $\tau_{||}$ ,  $\rho_{\perp}$ ,  $\rho_{||}$ ,  $\vec{e}_{\perp}$ ,  $\vec{e}_{||}$  в точке  $\vec{x}_0$  можно вычислить вектор напряженности электрического поля, прошедшего через обтекатель в точке  $\vec{x}_0$  и падающего на внутреннюю поверхность обтекателя в точке  $\vec{x}_1$ :

$$\vec{p}_1 \exp(jk_0(\vec{R}^0 \cdot \vec{x}_1)), \quad \vec{p}_1 = \tau_\perp p_\perp \vec{e}_\perp + \tau_{||} p_{||} \vec{e}_{||}.$$
 (2.197)

Вектор  $\vec{p}_1$ , направление облучения  $\vec{R}_0$  и нормаль  $\vec{n}(\vec{x}_1)$  к внутренней поверхности обтекателя  $S_1$  в точке  $\vec{x}_1$  могут быть использованы для нахождения  $\tau_{1\perp}$ ,  $\tau_{1||}$ ,  $\rho_{1\perp}$ ,  $\rho_{1||}$ ,  $\vec{e}_{1\perp}$ ,  $\vec{e}_{1||}$  с помощью формул (2.195), (2.196). Выражение для поля, отраженного в точке  $\vec{x}_1$  от внутренней поверхности обтекателя и падающего на зеркало антенны (путь 2 на рис.2.90) представляется в следующем виде:

$$\vec{\hat{E}}_{2}(\vec{x}) = \left[ \rho_{1\perp} p_{1\perp} \vec{e}_{1\perp} + \rho_{1\parallel} p_{1\parallel} (\vec{R}^{1} \times \vec{e}_{1\perp}) \right] \exp\left( jk_{0} \left[ (\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}_{1}) + (\vec{R}^{1} \cdot \vec{x}) \right] \right),$$
(2.198)
$$\vec{\hat{H}}_{2}(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \Big[ -\rho_{1\parallel} p_{1\parallel} \vec{e}_{1\perp} + \rho_{1\perp} p_{1\perp} \Big( \vec{R}^{1} \times \vec{e}_{1\perp} \Big) \Big] \cdot \\ \cdot exp\Big( jk_{0} \Big[ \Big( \vec{R}^{0} \cdot \vec{x}_{1} \Big) + \Big( \vec{R}^{1} \cdot \vec{x} \Big) \Big] \Big), \qquad (2.199)$$
  
rge  $\vec{R}^{1} = \vec{R}^{0} - 2\vec{n} \Big( \vec{x}_{1} \Big) \Big( \vec{R}^{0} \cdot \vec{n} \Big( \vec{x}_{1} \Big) \Big).$ 

Необходимо отметить, что при отражении плоской электромагнитной волны от внутренней поверхности обтекателя возможно образование каустической поверхности. Расчет каустической поверхности, образующейся при наклонном падении плоской волны на диэлектрический конусный обтекатель, был проведен в [83]. При прохождении луча через образующуюся каустическую поверхность фаза сигнала изменяется на  $\pi/2$  [82, 83], что нужно учитывать для волны, падающей на зеркало антенны после отражения от внутренней поверхности обтекателя.

Плотность поверхностного тока на зеркале антенны  $\vec{K}(\vec{x})$ в выражении (2.192) рассчитывается в виде суммы токов, которые наводятся на поверхности антенны полями "прямой" и "переотраженной" волн (пути 1 и 2 на рис. 2.90). В приближении физической оптики плотность поверхностного тока может быть представлена в виде

$$\vec{K}\left(\vec{x}\right) = 2\left(\vec{N} \times \vec{\hat{H}}\right),\tag{2.200}$$

где  $\vec{N}$  – вектор нормали в точке поверхности антенны, а  $\hat{H}$  может быть вычислена как сумма напряженностей магнитного поля для первого и второго путей распространения падающей волны в соответствии с выражением (2.194) и (2.199).

Поле  $\vec{p} \cdot \vec{E}_{o\delta m}^{pac}(\vec{R}^0)$ , рассеянное обтекателем, может быть рассчитано в приближении Кирхгофа

$$\vec{p} \cdot \vec{E}_{o\delta m}^{pac} \left(\vec{R}^{0}\right) \approx -jk_{0} \frac{e^{jk_{0}r}}{4\pi r} \times \\ \times \iint_{S_{ocs}} \left[ \left(\vec{p} \cdot \left(\vec{n} \times \vec{H}'(\vec{x})\right)\right) \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\epsilon_{0}}} + \vec{E}'(\vec{x}) \cdot \left(\vec{n} \times \left(\vec{p} \times \vec{R}^{0}\right)\right) \right] exp\left(jk_{0}\left(\vec{R}^{0} \cdot \vec{x}\right)\right) dS .$$

$$(2.201)$$

Здесь  $(\vec{E}', \vec{H}')$  – поле на (вблизи) "освещенной" поверхности обтекателя, которое в приближении Кирхгофа может быть представлено в виде

$$\vec{E}'(\vec{x}) \approx \left[ \rho_{\perp}(\vec{x}) p_{\perp}(\vec{x}) \frac{\left(\vec{R}^{1} \times \vec{n}\right)}{\left|\vec{R}^{1} \times \vec{n}\right|} + \rho_{\parallel}(\vec{x}) p_{\parallel}(\vec{x}) \frac{\vec{R}^{1} \times \left(\vec{R}^{1} \times \vec{n}\right)}{\left|\vec{R}^{1} \times \left(\vec{R}^{1} \times \vec{n}\right)\right|} \right] \cdot exp(jk_{0}(\vec{R}^{1} \cdot \vec{x})), \qquad (2.202)$$

$$\vec{H}'(\vec{x}) = \frac{1}{j\omega\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{E}'(\vec{x}), \qquad (2.203)$$

где  $\vec{R}^1 = \vec{R}^0 - 2\vec{n}(\vec{R}^0 \cdot \vec{n}), \ \vec{n} = \vec{n}(x)$  – нормаль к внешней поверхности обтекателя  $S_2$ . Для диэлектрического обтекателя конической формы представление (2.201) можно упростить и преобразовать к однократному интегралу по угловой координате  $\alpha$ , связанной с "освещенной" поверхностью обтекателя:

$$\vec{p} \cdot \vec{E}_{o\delta m}^{pac} \left( \vec{R}^0 \right) \approx -jk_0 \frac{e^{jk_0 r}}{4\pi r} \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \Psi(\alpha) d\alpha , \qquad (2.204)$$

где 
$$\Psi(\alpha) = F(\alpha) \left[ \frac{h \exp(j2k_0 h \varphi(\alpha))}{2 j k_0 \varphi(\alpha)} + \frac{\exp(j2k_0 h \varphi(\alpha)) - 1}{4 k_0^2 \varphi^2(\alpha)} \right],$$
  
 $F(\alpha) = \left( \rho_{\perp}(\alpha) p_{\perp}^2(\alpha) - \rho_{||}(\alpha) p_{||}^2(\alpha) \right) \left( \vec{R}^0 \cdot \vec{n}(\alpha) \right),$ 

253

$$\varphi(\alpha) = tg \,\theta\left(R_1^0 \cos \alpha + R_2^0 \sin \alpha\right) + R_3^0,$$
  
$$\alpha_0 = \operatorname{arcctg} \frac{\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}}, \ \alpha_1 = 2\pi - \alpha_0, \ \eta = \frac{tg \,\theta}{tg \,\gamma},$$

h – высота обтекателя,  $\theta$  – угол полураскрыва конуса обтекателя,  $\gamma$  – угол между осью обтекателя и вектором  $\vec{R}^0$ ,  $\vec{n}(\alpha)$  – вектор нормали к внешней поверхности обтекателя  $S_2$ .

В качестве расчетной модели выбрана антенная система со следующими параметрами (рис. 2.91): вершина конуса обтекателя расположена в начале системы координат, а его ось совпадает с осью Oz. Высота обтекателя h = 1 м, угол полураскрыва (угол между осью и образующей конуса)  $\theta = 20^{\circ}$ , относительная диэлектрическая проницаемость материала обтекателя  $\varepsilon' = 7+j0$ , расстояние между вершиной конуса и центром параболического зеркала d = 0,75 м, радиус зеркала антенны a = 0,25 м. Антенна может изменять свое положение, поворачиваясь относительно оси Oy. Вектор направления падающей волны  $\vec{R}^0$  расположен в плоскости Oxz ( $\vec{R}^0 = \{sin\gamma, 0, cos\gamma\}$ ).



Рис. 2.91. К описанию расчетной модели антенной системы

254

В процессе математического моделирования были рассмотрены три вида антенн – с практически плоской поверхностью (фокальный параметр q = 10 м, глубина зеркала – около 3 мм), антенна с фокальным параметром q = 1 м, (глубина зеркала – 3 см) и "глубокая" антенна (фокальный параметр q = 25 см, глубина зеркала – 12 см).

На рис. 2.92 показана зависимость ЭПР антенны с фокальным параметром q = 1м от угла облучения  $\gamma$  в отсутствие обтекателя. Длина падающей волны  $\lambda = 3$  см. Зеркало антенны повернуто на угол  $\alpha = 45^{\circ}$  в плоскости Oxz. На рис. 2.93 показана зависимость ЭПР зеркала антенны от угла облучения  $\gamma$  при наличии обтекателя толщины 5,6 мм (толщина стенки согласована для угла падения 20°). Вектор поляризации падающей волны перпендикулярен плоскости Oxz (u-поляризация). Тонкая черная линия соответствует вкладу в ЭПР антенны поля, непосредственно падающего на зеркало (путь 1 на рис. 2.51). Пунктирная серая линия соответствует вкладу в ЭПР антенны поля, падающего на зеркало после отражения от задней стенки обтекателя (путь 2 на рис. 2.51). Жирной черной линией показана суммарная ЭПР зеркала антенны с учетом электромагнитного взаимодействия с обтекателем.



Рис. 2.92. ЭПР зеркала антенны в отсутствие обтекателя



Рис.2.93. ЭПР зеркала антенны при наличии обтекателя (*и* -поляризация)

На рис. 2.94 показана зависимость ЭПР системы "антеннаобтекатель". Сплошной тонкой черной линией показана суммарная ЭПР зеркала антенны с учетом электродинамического взаимодействия с обтекателем. Серая прерывистая линия показывает вклад отражения от обтекателя в суммарную ЭПР системы "антенна-обтекатель", которая на графике обозначена сплошной жирной линией. Анализ рис. 2.93, 2.94 и их сравнение с ЭПР антенны без обтекателя, показывает, что согласованный обтекатель качественно не изменяет зависимость ЭПР в достаточно широком диапазоне углов облучения. Однако для некоторых ракурсов облучения учет влияния обтекателя существенно изменяет конечную величину ЭПР. Так при угле зондирования 45° (зеркало антенны зондируется вдоль его оси) наличие обтекателя приводит к существенному, в 7 раз, снижению ЭПР зеркала антенны и ЭПР всей системы. Учет поля, падающего на зеркало после отражения от внутренней стенки обтекателя, при углах зондирования больших 60° значительно изменяет ЭПР зеркала антенны. Отражение от обтекателя дает существенный вклад в ЭПР системы при малых углах зондирования  $\gamma$ , а также при  $\gamma = 70^{\circ}$ , когда вектор падающей волны перпендикулярен образующей конуса обтекателя.





Зависимости, аналогичные приведенным на рис. 2.93, 2.94, но для ситуации, когда вектор поляризации падающей волны лежит в плоскости *Oxz* (*v*-поляризация), представлены на рис. 2.95, 2.96, соответственно.



Рис. 2.95. ЭПР зеркала антенны при наличии обтекателя (*v*-поляризация)

При *v*-поляризации влияние обтекателя на ЭПР системы снижается. Это выражается в снижении вклада поля, падающего на зеркало после отражения от задней стенки обтекателя, в снижении отражения непосредственно от обтекателя, а также в общем

характере поведения ЭПР системы: при *v*-поляризации ЭПР системы "антенна-обтекатель" ближе к ЭПР антенны без обтекателя, чем при *u*-поляризации. Так, при угле зондирования  $\gamma = 45^{\circ}$  ЭПР системы при *v*-поляризации практически не отличается от ЭПР антенны без обтекателя для того же ракурса.



( *v* -поляризация)

Для оценки влияния обтекателя на ЭПР системы при осевом зондировании зеркала антенны рассмотрим зависимость ЭПР от глубины зеркала антенны (рис. 2.97). Глубина зеркала  $\delta$  изменяется от 3 см (длина волны зондирования) до 10,5 см (3,5 длины волны зондирования), что соответствует изменению фокального параметра от q = 1 м до q = 0,3 м. Сплошной линией серого цвета обозначена зависимость ЭПР антенны от глубины зеркала в отсутствие обтекателя. Черная сплошная линия соответствует ЭПР антенны с обтекателем при v-поляризации падающей волны, пунктирная линия – ЭПР антенны с обтекателем при u-поляризации.

Графики зависимостей ЭПР при наличии обтекателя сдвинуты вправо по отношению к графику ЭПР одной лишь антенны. Причем зависимость при *и* -поляризации сдвинута существенней. При осевом зондировании параболической антенны на ее поверхности образуются зоны Френеля, аналогичные зонам Френеля на выпуклых объектах (например, на шаре). ЭПР в этом случае зависит от сложения полей, рассеянных первой и последней зонами Френеля на поверхности антенны. Изменение глубины зеркала приводит и появлению или исчезновению зон Френеля на краю антенны. Соответственно, периодичность изменения ЭПР связана с величиной длины волны зондирующего сигнала. Как показывают зависимости, приведенные на рис. 2.97, обтекатель заметно влияет на формирование зон Френеля, причем при *и*-поляризации влияние обтекателя существенней.



Рис. 2.97. ЭПР антенны при изменении его глубины

Анализ результатов расчета ЭПР системы с плоским зеркалом (q = 10 м) показал те же тенденции, что и для антенны с q = 1 м, – существенный вклад отражения от обтекателя и переотражения от задней стенки обтекателя в общее рассеянное поле для отдельных диапазонов углов облучения. При этом зависимость ЭПР имеет острый пик при угле облучения 45°, что вызвано геометрооптическим отражением от практически плоского круглого экрана, в который вырождается зеркало антенны. ЭПР системы с "глубокой" антенной (q = 0,25 м) во всем диапазоне углов зондирования (от 0 до 90°) колеблется от 1 до 10 м<sup>2</sup>. При этом влияние переотражения электромагнитной энергии от задней стенки практически не сказывается на ЭПР антенны.

Учет электромагнитных взаимодействий между антенной и обтекателем позволяет существенно точнее рассчитывать ЭПР системы "антенна-обтекатель" и ЭПР всего объекта, на котором расположена антенна с обтекателем. Зависимости ЭПР от углов облучения и других факторов являются быстроосцилирующими и изменяющимися в широких пределах. Поэтому при учете влияния антенных систем с обтекателем на ЭПР аэродинамических объектов для получения устойчивых значений необходимо усреднять значения ЭПР в соответствующих диапазонах углов зондирования.

#### Глава 3

## Характеристики рассеяния некоторых воздушных и наземных объектов

Эта глава носит справочный характер и, по сути дела, подытоживает теоретические исследования, проведенные в первых двух главах. В ней приводятся результаты математического моделирования радиолокационных характеристик рассеяния образцов воздушной и наземной техники, полученные на основе предложенных в предыдущих главах методов.

Приводятся следующие радиолокационные характеристики: круговые диаграммы мгновенной ЭПР, средние и медианные значения ЭПР в конкретных диапазонах ракурсов облучения. Указанные характеристики рассчитаны для ряда воздушных (бомбардировщика В-2, дальнего бомбардировщика Ту-22МЗ, пассажирского самолета Boeing-737, транспортного самолета Ан-26, истребителя МиГ-29, истребителя F-16, крылатой ракеты AGM-86 ALCM при зондировании на углах места, близких к плоскости крыла) и наземных (основного боевого танка российского производства – Т-90, немецкого танка – Leopard-2, американского танка – M1A1 Abrams при зондировании под разными углами места) объектов.

Кроме того, рассчитаны круговые диаграммы такой радиолокационной характеристики, как "некогерентная" ЭПР. Под некогерентной ЭПР радиолокационного объекта (так же, как и в главе 2) будем понимать сумму ЭПР участков эллипсоидов и кромочных участков, из которых формируется модель поверхности объекта.

Поскольку ракурс радиолокационной цели можно считать случайным, то и величина ЭПР в каждый отдельный момент времени является случайной. Законы распределения этой случайной величины можно определить по рассчитанным (или экспериментально снятым) диаграммам мгновенной ЭПР. Наравне с ЭПР  $\sigma$  в радиолокации часто используется величина  $\sqrt{\sigma}$ , которая пропорциональна амплитуде отраженного от цели сигнала. Поэтому в данной главе приведены гистограммы распределения амплитудного множителя отраженного сигнала  $\sqrt{\sigma}$  при зондировании объектов с основных ракурсов. Из ряда распределения, Г -распределения) были выбраны наиболее согласующиеся с эмпирическими распределения и в соответствии с критерием Колмогорова-Смирнова (при этом определялись параметры теоретических распределений).

В радиолокации при расчетах дальности обнаружения цели с вероятностью 0,5 необходимо иметь медианное значение ЭПР цели. Поэтому для всех рассматриваемых в данной главе радиолокационных целей приведены медианные значения ЭПР для конкретных азимутальных секторов облучения. Под медианным значением ЭПР в конкретном секторе углов облучения понимается некоторое неслучайное значение ЭПР, вероятности превышения и непревышения которого случайной величиной ЭПР в заданном секторе углов равны 0,5.

Все перечисленные выше характеристики приведены для случая совмещенного приема.

#### 3.1. Характеристики рассеяния воздушных объектов

Для воздушных объектов результаты расчетов приведены для следующих частот облучения: 10 ГГц (длина волны 3 см), 3 ГГц (длина волны 10 см), 1 ГГц (длина волны 30 см), 166 МГц (длина волны 1,8 м). Параметры облучения принимались следующими. Шаг изменения азимута зондирования 0,02°, азимут β (рис.3.1) отсчитывается от носового ракурса (0° соответствует зондированию в нос самолета, 180° – зондирование в хвост). Учитывая, что ракурс самолета в угломестной плоскости может флюктуировать во время его полета, угол места зондирования выбирался случайным, равномерно распределенным в диапазоне -3°±4° относительно плоскости крыла (угол места -3° соответствует зондированию из нижней полусферы (рис. 3.1)). Результаты получены для случая совмещенного приема для двух ортогональных поляризаций зондирующего сигнала: горизонтальной – вектор напряженности электрического поля падающей волны  $\vec{p}_{r}^{0}$  лежит в плоскости крыла; вертикальной – вектор напряженности электрического поля падающей волны  $\vec{p}_{\rm B}^0$  ортогонален  $\vec{p}_{\rm F}^0$  и лежит в плоскости, перпендикулярной плоскости крыла и проходящей через вектор направления падающей плоской волны. Далее, на всех рисунках синим цветом обозначен случай горизонтальной поляризации падающей волны, малиновым цветом – случай вертикальной поляризации.



Рис. 3.1. Геометрия облучения воздушного объекта

Гистограммы распределения амплитудного множителя отраженного сигнала (квадратного корня из ЭПР) приведены для диапазона азимутов облучения –20°...+20° ("носовые" ракурсы

воздушных радиолокационных объектов) и случая горизонтальной поляризации падающей электромагнитной волны.

Приведены теоретические функции плотности вероятности распределения амплитудного множителя отраженного сигнала (из ряда распределений, указанных выше), наиболее согласующиеся с полученными эмпирическими распределениями по критерию Колмогорова-Смирнова. На рисунках с изображением гистограмм амплитудного множителя черной линией изображены плотности распределения (указанные на полях рисунков), домноженные на площади соответствующих гистограмм.

Следует отметить, что в ряде случаев, несмотря на удовлетворительное согласие по критерию Колмогорова-Смирнова, кривые теоретических плотностей распределения могут заметно отличаться от огибающих гистограмм. В этом случае пользователь может попытаться найти другие теоретические распределения, плотности которых точнее согласуются с приведенными гистограммами, либо непосредственно использовать гистограммы.

# 3.1.1. Характеристики рассеяния стратегического бомбардировщика В-2

Контракт на создание бомбардировщика-"невидимки" под кодовым обозначением АТВ был подписан с компанией Northrop в 1981 году [47]. Кроме фирмы Northrop в программе принимали участие следующие компании: Boeing (создание радиоэлектронного оборудования), Ling-TeamCo Wout (новые материалы и конструкции) и General Electric (двигатели). Первый полет самолета, который получил в 1987 году официальное обозначение В-2, состоялся в 1989 году. В 1993 году первый самолет В-2 поступил на вооружение BBC США. В настоящее время из 21 самолета В-2 16 находятся в строю, четыре используются в качестве тренировочных и один в качестве летающей лаборатории для отработки перспективных высокоточных систем вооружения. Общая стоимость выпущенных В-2 (без учета созданной для их испытаний и эксплуатации инфраструктуры) составляет 46,4 миллиардов долларов. При этом в настоящее время продолжаются работы по модернизации самолета, завершение которых намечено на 2014 год.

Самолет В-2 выполнен по схеме "летающее крыло" и не имеет вертикального оперения (рис.3.2). Функцию рулей направления выполняют расцепляющиеся щитки, установленные на концах крыла. Форма В-2 в плане образована 12 прямыми линиями, что позволяет сконцентрировать все отражения в горизонтальной плоскости в нескольких основных узких секторах. Используется "четырехлепестковая" схема: параллельные передние и задние кромки корпуса и кромки люков, створок ниш шасси и отсеков двигателей, а также обечаек воздухозаборников формируют Х-образно расположенные четыре основных сектора отражения (по два сектора в передней и задней полусферах). С боковых и фронтальных ракурсов самолет практически не имеет прямых линий и плоских поверхностей. Носок крыла имеет внутреннюю шиловидую радиопоглощающую конструкцию с сотовым заполнителем.

Планер самолета построен в основном из титановых и алюминиевых сплавов с широким использованием углепластиков [49]. Основным несущим компонентом конструкции служит однолонжеронный титановый кессон, расположенный в передней центральной части корпуса и в соседних промежуточных секциях, к которым крепятся углепластиковые консоли крыла, не имеющие сужения.

В соответствии с имеющимися данными о конструкции самолета B-2 для проведения расчетов вторичного излучения была построена модель его поверхности (рис. 3.3), параметры которой представлены в таблице ниже. Рассмотрена модель B-2 с предполагаемым распределением радиопоглощающего материала по ее поверхности. Отметим, что поскольку реальные значения параметров покрытия неизвестны, в качестве РПМ использован материал с неизменными относительными диэлектрической и магнитной проницаемостями:  $\varepsilon' = 1 + j5$ ,  $\mu' = 1 + j5$ . Эти значения соответствуют поглощающему покрытию зоммерфельдовского типа и

соответствуют некоторым типам реальных ферромагнитных покрытий [84, 85]. Передняя кромка крыла (обозначенная черным цветом на рис. 3.3) является передней границей области, представляющей в конструкции реального самолета набор длинных металлических трубок, заполненных радиопоглощающим материалом. При построении модели последнее учитывалось следующим образом. Тангенциальные составляющие поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в точках на поверхности крыла, выделенной черным цветом на рис. 3.3, приближенно принимались такими же, как на границе подстроенного в соответствующей точке крыла полупространства из материала заполнения трубок ( $\varepsilon' = 1 + j5$ ,  $\mu' = 1 + j5$ ). В модели с неидеально отражающей поверхностью толщина моделируемого покрытия была переменной и составляла: 3 мм для передней части фюзеляжа, 2,5 мм для задней части фюзеляжа, 2 мм для остальной поверхности модели. Кроме того, поверхность остекления кабины экипажа и верхняя кромка крыла за соплами двигателей в модели предполагались идеально проводящими.



52,4 м

464,5 кв.м

Количество прямых кромочных

участков в модели

22

Размах крыла

Площадь крыльев



Рис. 3.4. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.5. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.6. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.7. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.8. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.9. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.10. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.11. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.12. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.13. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.14. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.15. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.16. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.17. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.18. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.19. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.20. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.21. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.22. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.23. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.24. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.25. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.26. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.27. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.28. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 10 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.29. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 3 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.30. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 1 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.31. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 166 МГц сигнала в случае горизонтальной поляризации

В таблице 3.1 приведены выражения и параметры распределений, наиболее согласующихся с эмпирическими распределениями корня квадратного из ЭПР для различных частот и поляризаций зондирующего сигнала.

Таблица 3.1. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала

Длина	Поляризация	Тип	Параметры
волны		распределения	распределения
3 см	горизонталь-	β - распределение:	
	ная	$\Gamma(\nu + \omega) = \Gamma(\nu + \omega)$	v = 2,4491
		$p(x) = \frac{1}{\Gamma(v)\Gamma(\omega)} x^{-1} (1-x)^{-1} ,$	$\omega = 14,612$
		где Г(v) – гамма-функция	
3 см	вертикальная	β - распределение	v = 2,39636
			ω=13,48536
10 см	горизонталь-	Распределение Вейбулла:	
	ная	$\left( \sum_{c=1}^{c-1} \left( x \right)^{c}$	<i>b</i> = 0,1854
		$p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)  e^{-\left(\frac{b}{b}\right)}$	<i>c</i> = 1,7822
10 см	вертикальная	β - распределение	v = 2,37642
			ω=10,81251
30 см	горизонталь-	Распределение Вейбулла	<i>b</i> = 0,36701
	ная		<i>c</i> = 2,344988
30 см	вертикальная	Распределение Вейбулла	<i>b</i> = 0,37423
			<i>c</i> = 2,306958
180см	горизонталь-	Г-распределение:	
	ная	$(x) (x)^{c-1} (-\frac{x}{b}) = 1$	<i>b</i> = 0,15556
		$p(x) = \left(\frac{b}{b}\right)  e^{(-b)} \frac{1}{b\Gamma(c)},$	<i>c</i> = 4,63433
		где Г $(c)$ – гамма-функция	
180см	вертикальная	Г-распределение	<i>b</i> = 0,148842
			<i>c</i> = 4,987962

## 3.1.2. Характеристики рассеяния дальнего бомбардировщика Ty-22M3

Первый опытный образец дальнего бомбардировщика Ту-22М3 был получен в результате глубокой модернизации бомбардировщика Ту-22М. В 1978 году самолет был запущен в серийное производство. Новые системы вооружения потребовали дополнительного времени на их доводку и испытания, поэтому в окончательном виде Ту-22М3 официально был принят на вооружение только в марте 1989 года [86].

Самолет Ту-22М3 выполнен по нормальной аэродинамической схеме с крылом изменяемой геометрии, цельноповоротным стабилизатором И однокилевым вертикальным оперением (рис. 3.32). Конструкция планера изготовлена, в основном, из алюминиевых сплавов. Крыло состоит из неподвижной части и поворотных консолей (на Ту-22М3 поворотные консоли могут устанавливаться в положение с углом стреловидности 20°, 30° и 65°, на самолетах более ранних модификаций максимальный угол стреловидности ограничен величиной 60°). Теоретические работы и летные испытания показали следующие преимущества тяжелых ударных самолетов с подобным крылом: среднее за полет значение аэродинамического качества существенно возрастало в связи с ростом аэродинамического качества на дозвуковом режиме при умеренной стреловидности крыла, что увеличивало дальность полета; возможность взлета и посадки при положении крыла соответствующего минимальной стреловидности позволяло значительно улучшить взлетно-посадочные характеристики; при больших углах стреловидности самолет становился оптимизированным для полетов на больших сверхзвуковых скоростях; в положении максимальной стреловидности крыла уменьшалось время разгона и прохода через трансзвуковой участок, уменьшались перегрузки в вертикальной плоскости вблизи земли, что позволяло выполнять полеты на малых и сверхмалых высотах. В районе поворотного узла крыла расположены аэродинамические гребни, препятствующие перетеканию воздуха к консолям. Особенности самолета с крылом изменяемой стреловидности заставили по-новому подойти к использованию и размещению органов управления самолетом: отказались от размещения элеронов на крыле, внедрили интерцепторы и дифференциально отклоняемый стабилизатор, для улучшения взлетно-посадочных характеристик на носке консолей крыльев по всему размаху установлены предкрылки.

Для расчетов использовалась идеально проводящая модель поверхности самолета (рис. 3.33).

Рис. 3.32. Дальний бомбарди- ровщик Ту-22М3	Рис. 3.33. Модель поверхности ТУ-22М3	
	Параметры модели поверхности самолета	
Характеристики планера	Параметры модели поверхности самолета	
Характеристики планера Длина самолета 41,46 м	Параметры модели поверхности самолета Количество участков	
Характеристики планера Длина самолета 41,46 м Высота самолета 11,05 м	Параметры модели поверхности самолета Количество участков эллипсоидов модели 50	
Характеристики планера Длина самолета 41,46 м Высота самолета 11,05 м Размах крыльев	Параметры модели поверхности самолета Количество участков эллипсоидов модели 50 Количество прямых кромочных	
Характеристики планера Длина самолета 41,46 м Высота самолета 11,05 м Размах крыльев максимальный (20°) 34,28 м	Параметры модели           поверхности самолета           Количество участков           эллипсоидов модели         50           Количество прямых кромочных           участков в модели         25	
Характеристики планера           Длина самолета         41,46 м           Высота самолета         11,05 м           Размах крыльев         34,28 м           минимальный (65°)         23,3 м	Параметры модели поверхности самолета           Количество участков           эллипсоидов модели         50           Количество прямых кромочных           участков в модели         25           Угол стреловидности	
Характеристики планера           Длина самолета         41,46 м           Высота самолета         11,05 м           Размах крыльев         34,28 м           минимальный (65°)         23,3 м           Площадь крыла         1000000000000000000000000000000000000	Параметры модели           поверхности самолета           Количество участков           эллипсоидов модели         50           Количество прямых кромочных           участков в модели         25           Угол стреловидности         65°	
Характеристики планера           Длина самолета         41,46 м           Высота самолета         11,05 м           Размах крыльев         34,28 м           максимальный (20°)         34,28 м           Площадь крыла         23,3 м           максимальная (20°)         183,57 кв.м	Параметры модели поверхности самолета           Количество участков         эллипсоидов модели         50           Количество прямых кромочных         участков в модели         25           Угол стреловидности         поворотных консолей         65°	



Рис. 3.34. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.35. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.36. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.37. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.38. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.39. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)

286



Рис. 3.40. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.41. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)


Рис. 3.42. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.43. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.44. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.45. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.46. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.47. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.48. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.49. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.50. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.51. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)

292



Рис. 3.52. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.53. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.54. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.55. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.56. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.57. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.58. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 10 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.59. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 3 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.60. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 1 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.61. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 166 МГц сигнала в случае горизонтальной поляризации

Длина	Поляризация	Тип	Параметры
волны		распределения	распределения
3 см	горизонталь-	логнормальное	
	ная	распределение:	$\mu = 0,483656$
		$n(x) = \frac{1}{e^{2\pi i \theta}} \left( -\frac{\left( log(x) - \mu \right)^2}{2} \right),$	$\sigma = 0,532213$
		$\int \sqrt{2\pi} x \sigma^{(1)} \left( 2\sigma^2 \right)$	
3 см	вертикальная	логнормальное	$\mu = 0,478054$
		распределение	$\sigma = 0,537757$
10 см	горизонталь-	логнормальное	$\mu = 0,490824$
	ная	распределение	$\sigma = 0,532442$
10 см	вертикальная	логнормальное	$\mu = 0,477216$
		распределение	$\sigma = 0,550485$
30 см	горизонталь-	логнормальное	$\mu = 0,557202$
	ная	распределение	$\sigma = 0,528223$
30 см	вертикальная	логнормальное	$\mu = 0,517806$
		распределение	$\sigma = 0,556563$
180см	горизонталь-	распределение Рэлея:	
	ная	$p(x) = \frac{x}{b^2} exp\left(-\frac{x^2}{2b^2}\right)$	<i>b</i> = 0,55665
180см	вертикальная	Г -распределение:	
		$(x) (x)^{c-1} (-\frac{x}{b}) = 1$	<i>b</i> = 0,146529
		$p(x) = \left(\frac{w}{b}\right) - e^{(-b)} \frac{1}{b\Gamma(c)},$	<i>c</i> = 4,828072
где Г(с)		где Г(с) - гамма-функция	

Таблица 3.2. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала

## 3.1.3. Характеристики рассеяния среднемагистрального пассажирского самолета Boeing-737

Программа разработки самолета Boeing-737 началась в феврале 1965 г [87, 88]. Фирма Boeing сразу начала разработку двух вариантов: 737-100 на 100 – 103 места и 737-200 на 115 мест. 298

Первый опытный самолет 737-100 начал программу испытаний 9 апреля 1967 г., а первый самолет Boeing 737-200 поднялся в воздух 8 августа 1967 г. Сертификация модели 737-100 завершилась в декабре 1967 г., но он не получил большой популярности: всего было поставлено 50 самолетов. Больше интереса проявили к варианту 737-200, который был сертифицирован также в декабре 1967 г.

Результатом дальнейших модернизаций стало создание новой модификации 737-200 Advanced, послужившей основой для разработки многочисленного семейства самолетов. Первый полет самолета этой модификации состоялся 15 апреля 1971 г., а в конце мая начались поставки. Первоначально самолет 737-200 Advanced выпускался со взлетной массой 54,2 т. В дальнейшем она была увеличена сначала до 56,47, а потом до 58,1 т. Грузопассажирский вариант 737-200C Advanced оборудован грузовой дверью размером 2,14 х 3,4 м.

Современные модификации среднемагистрального пассажирского самолета Boeing 737 являются дальнейшим развитием самолета Boeing 737-200 Advanced. Опытный самолет Boeing 737-300 совершил свой первый полет в 1984 году. Boeing 737-300 отличается от модели 737-200 удлиненным на 2,64 м фюзеляжем, несколько большим размахом крыла, обеспечивающим новому самолету высокую подъемную силу и хорошие летные характеристики на малых скоростях и возможность укороченного взлета и посадки одновременно с экономичными летными характеристиками при высоких скоростях. Boeing 737-300 стал базовой моделью для создания целого семейства ближне- и среднемагистральных самолетов (737-400, -500, -600, -700 и 800). В апреле 2001 года завершилась сертификация новой модели – 737-900, способной принять на борт 190 человек.

В настоящее время Boeing 737 является одним из самых массовых самолетов гражданской авиации. Так к 2001 году самолетов Boeing 737 различных модификаций было продано более

4300 штук.

Для моделирования поверхности была выбрана модификация Boeing 737-400 (рис. 3.62). Основные геометрические характеристики и параметры модели поверхности данного самолета приведены в таблице ниже.

Анализ формы и размеров самолета показывает, основной вклад в его общую ЭПР будут вносить "гладкие" участки фюзеляжа, крыльев и хвостовой части. Поэтому при создании модели поверхности рассматриваемого самолета (рис. 3.63) кромочные участки не учитывались. Учитывая то, что различия в ЭПР для случаев разной поляризации падающей волны в рассматриваемых диапазонах длин волн вызваны кромочными участками, которые в модели не учитывались, результаты расчетов далее приведены только для случая горизонтальной поляризации падающей волны.

Contraction of the second seco			
Рис. 3.62. Пассажирский само- лет Boeing 737		Рис. 3.63. Модель поверхн Boeing 737	ости
Характеристики планера		Параметры модели поверхности самолета	a
Длина самолета	36,04 м	Количество участков	
Высота самолета	11,13 м	эллипсоидов модели	58
Размах крыла	28,88 м		
Площадь крыла	105,4 кв.м		



Рис. 3.64. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.65. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.66. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.67. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.68. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.69. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.70. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.71. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)

304



Рис. 3.72. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.73. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.74. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.75. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.76. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.77. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.78. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.79. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.80. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 10 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.81. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 3 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.82. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 1 ГГц сигнала в случае горизонтальной



Рис. 3.83. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 166 МГц сигнала в случае горизонтальной поляризации

Длина	Тип	Параметры распре-
волны	распределения	деления
3 см	логнормальное распределение:	
	1 $\left( \left( log(x) - \mu \right)^2 \right)$	$\mu = 1,007/037$
	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x\sigma} exp\left[-\frac{(\log(x) - \mu)}{2\sigma^2}\right]$	$\sigma = 0,764677$
	(20)	
10 см	логнормальное распределение	$\mu = 0,984461$
		$\sigma = 0,776168$
30 см	Г -распределение:	
	$x(x) = (x)^{c-1} \left( \frac{x}{b} \right) = 1$	<i>b</i> = 1,575318
	$p(x) = \left(\frac{\overline{b}}{\overline{b}}\right)^{-1} e^{-\frac{1}{b}} \frac{1}{b\Gamma(c)},$	<i>c</i> = 2,308599
	где Г $(c)$ – гамма-функция	
180 см	нормальное распределение:	
	$1 ((r u)^2)$	$\mu = 3,190103$
	$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)}{2\sigma^2}\right)$	σ=1,515569

Таблица 3.3. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала

## 3.1.4. Характеристики рассеяния многоцелевого транспортного самолета Ан-26

Многоцелевой транспортный самолет Ан-26 представляет собой военно-транспортный вариант пассажирского самолета Ан-24 и предназначен для перевозки, посадочного и воздушного десантирования личного состава, военных грузов в стандартной упаковке, горюче-смазочных материалов в бочках и канистрах, а также транспортирования раненых и больных. Ан-26 имеет конфигурацию свободнонесущего моноплана с высоким размещением крыла (рис. 3.84), оборудованного закрылками Фаулера большого размаха – двухщелевыми с внешней стороны гондолы двигателя и однощелевыми в корневой части крыла [89, 90].

Хвостовая часть машины оснащена большим грузовым

люком, который закрывается рампой оригинальной конструкции. Хвостовое оперение – традиционное, дополненное подфюзеляжным килем, фюзеляж типа полумонокок. Гидравлически убирающееся трехопорное шасси имеет двойные колеса на каждой стойке. Силовая установка включает два турбовинтовых двигателя Ивченко АИ-24ВТ с воздушным винтом изменяемого шага и вспомогательный турбо-реактивный двигатель РУ19А-300, который монтируется в правой мотогондоле. Самолет имеет значительное число модификаций, используемых в вооруженных силах и народном хозяйстве. Имеются варианты радиопротиводействия, воздушные командные пункты, санитарные самолеты, самолеты пожаротушения и т.п.

Так же, как и для Boeing 737, при создании модели поверхности Ан-26 (рис. 3.85) кромочные участки не учитывались, поэтому результаты расчетов приведены только для горизонтальной поляризации облучающего сигнала.

233			
Рис. 3.84. Многоцелевой транс-		Рис. 3.85. Модель поверхност	ГИ
портный самолет Ан-26		Ан-26	
Характеристики планера		Параметры модели поверхности самолета	
Длина самолета	23,8 м	Количество участков	
Высота самолета	8,58 м	эллипсоидов модели	40
Размах крыла	29,2 м		
Площадь крыла	74,98 кв.м		



Рис. 3.86. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.87. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.88. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.89. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.90. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.91. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.92. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.93. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.94. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.95. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.96. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.97. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.98. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.99. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.100. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.101. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.102. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 10 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.103. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 3 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.104. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 1 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.105. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 166 МГц сигнала в случае горизонтальной поляризации

Длина	Тип	Параметры распреде-
волны	распределения	ления
3 см	Г-распределение:	
	$p(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{\left(-\frac{x}{b}\right)} \frac{1}{1}$	<i>b</i> = 0,762913
	$b$ $b\Gamma(c)$	c = 2,20086
	где Г $(c)$ – гамма-функция	
10 см	Г-распределение	<i>b</i> = 0,77898
		<i>c</i> = 2,262352
30 см	Г-распределение	<i>b</i> = 0,962351
		<i>c</i> = 2,18827
180 см	Распределение Вейбулла:	
	$( \rangle c^{-1} (x)^{c}$	<i>b</i> = 3,077392
	$p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c} e^{-\left(\frac{b}{b}\right)}$	<i>c</i> = 3,739166

Таблица 3.4. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала

## 3.1.5. Характеристики рассеяния фронтового истребителя МиГ-29

Истребитель МиГ-29 – одноместный двухдвигательный всепогодный фронтовой истребитель. Самолет создавался для завоевания превосходства в воздухе в зоне боевых действий и на небольших удалениях от фронта и предназначен для борьбы с авиацией противника, прикрытия войск и тыловых объектов от ударов с воздуха, противодействия воздушной разведке противника днём и ночью, в простых и сложных метеоусловиях [91, 92]. Высокая тяговооружённость, отличная аэродинамика дают ускоренный разгон, высокую скороподъёмность, малые радиусы виражей, большие угловые скорости разворота, возможность длительно маневрировать с большими перегрузками.

Конструктивно самолет представляет собой моноплан
интегральной компоновочной схемы с двухкилевым вертикальным оперением, стреловидным крылом, которое имеет развитые корневые наплывы с тупой кромкой (рис. 3.106). Несущий фюзеляж полумонококовой конструкции делится на три основные секции – переднюю, двигательную, хвостовую – и создает около 40% подъемной силы. Двигатели РД-33 установлены в разнесенных гондолах, размещенных в хвостовой части фюзеляжа. Конструкция самолета выполнена, главным образом, из алюминия, в меньшей степени – из титана, стали, композитных материалов на основе карбона и сотовых заполнителей [92].

Бортовая РЛС Н-091ЭА расположена в передней части фюзеляжа и закрыта радиопрозрачным обтекателем оживальной формы. Блоки РЛС находятся в отсеке, расположенном в фюзеляже непосредственно за антенной. За ними расположена герметичная кабина летчика. Кабина закрыта прозрачным фонарем. Фонарь состоит из двух сегментов – неподвижного козырька и подвижного сегмента, который открывается вверх-назад. Переплет фонаря выполнен из сплава на основе магния. Остекление всего фонаря выполнено трехслойным, между слоями остекления козырька вложены провода электрической системы противообледенения.

Регулируемые воздухозаборники совкового типа размещены в передней части гондол двигателей. Воздухозаборники оптимизированы для полета на высоких околозвуковых и трансзвуковых скоростях, формируют четыре скачка уплотнения.

На верхней поверхности корневых наплывов крыла имеются по три перепускных щели (они расположены сразу за вспомогательными верхними воздухозаборниками). Верхние воздухозаборники имеют по пять отверстий-щелей, которые открываются на режимах запуска двигателей, рулежки, взлета и приземления. В моменты времени, когда открыты вспомогательные воздухозаборники, основные – закрываются специальными заслонками, предупреждающими засасывание посторонних предметов в турбины. Основные воздухозаборники открываются после разгона самолета

324

на взлете до скорости 200 км/ч и закрываются при снижении скорости на посадке до 200 км/ч.

Центральную секцию фюзеляжа (за кабиной летчика) занимают основные топливные баки. Двигатели установлены под углом 4° к продольной оси самолета с разворотом в вертикальной плоскости. К хвостовой секции фюзеляжа крепятся собственно хвостовое оперение, форсажные камеры двигателей, аэродинамические тормоза и контейнер тормозного парашюта. Самолет МиГ-29 имеет два киля с рулями направления, кили наклонены наружу под углом 6° к вертикали.

	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		r 2007
Рис. 3.106. Фронтовой истреби- тель МиГ-29		Рис. 3.107. Модель поверхно- сти МиГ-29	
Характеристики планера		Параметры модели поверхности самолет	a
Длина самолета	17,32 м	Количество участков	
Высота самолета	4,73 м	эллипсоидов модели	29
Размах крыла	11,36 м	Количество прямых кромо	чных
Плошаль крыла	38,06 кв.м	участков в модели	42

Поверхность модели самолета, которая использовалась для расчетов, представлена на рис. 3.107. Необходимо отметить, что истребитель МиГ-29 при зондировании из передней полусферы имеет два источника вторичного излучения, которые не могут быть учтены путем моделирования гладкими и кромочными участками рассеяния. Это антенная система под носовым радиопрозрачным обтекателем и воздухозаборники двигателей. Поскольку указанные рассеивающие элементы конструкции самолета могут вносить значительный вклад в общее рассеянное поле, для получения адекватных характеристик рассеяния необходимо учитывать вклад этих элементов.

Антенная система под носовым радиопрозрачным обтекателем входит в состав доплеровской РЛС Н-091ЭА "Рубин" (радиолокационного прицельного комплекса РЛПК-29Э) истребителя МиГ-29. РЛС позволяет одновременно сопровождать до десяти воздушных целей, выбирать из них объект, представляющий наибольшую опасность, и вырабатывать данные для пуска одной ракеты P-27P с полуактивной головкой самонаведения.

Антенная система выполнена по обратной схеме Кассегрена [93]. При этом переднее выпуклое зеркало (рис. 3.108 а) наклонено вниз на 9° относительно оси антенной системы и имеет вмонтированные в его поверхность вертикальные параллельные проводники, что приводит к прохождению сквозь него сигналов только одной поляризации. Основное зеркало антенной системы (рис. 3.108 б) представляет собой участок параболоида вращения диаметром 71 см и глубиной 1 см. При этом на расстоянии в четверть рабочей длины волны от металлического зеркала в толще диэлектрика расположены полуволновые проводники, ориентированные под углом 45° к проводникам переднего зеркала. При излучении сигнала он отражается от переднего зеркала, при отражении от главного зеркала его поляризация меняется на кроссовую и сигнал свободно проходит сквозь переднее зеркало. Аналогично происходит прием сигнала. Подобная схема антенной системы позволяет существенно экономить пространство, однако делает систему достаточно узкополосной. Углы сканирования антенны ±65° по азимуту и +56°...-36° по углу места, что определяется вращением всего антенного блока на круговых рельсах, прикрепленных к передней части фюзеляжа, а также возможностью поворота в вертикальной плоскости главного зеркала антенны на ±20°.

Обтекатель антенной системы (рис. 3.109) выполнен из стеклоткани, имеет следующие параметры: длина 1,91 м, диаметр у основания 0,9 м, толщина стенки 9 мм, относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon \approx 3$ . Ось обтекателя наклонена вниз относительно оси фюзеляжа на угол 9°.



Рис.3.108. Антенная система РЛС Н-091ЭА "Рубин"



Рис.3.109. Носовой диэлектрический обтекатель МиГ-29

Исходя из конструкции антенной системы РЛС H-091ЭА при расчете ее характеристик рассеяния на рабочей частоте (10 ГГц) можно принять, что в случае сигнала с поляризацией, параллельной направлению проводников на переднем зеркале (вертикальная поляризация при нулевом угле поворота антенной системы относительно своей оси) отражение происходит только от переднего зеркала. Пришедший сигнал с горизонтальной поляризацией полностью поглощается на эквивалентной нагрузке приемника. Для частот зондирующего сигнала, отличающихся от рабочей частоты, можно принять, что волна с горизонтальной поляризацией проходит без потерь через переднее зеркало и рассеивается основным зеркалом без поглощения на эквивалентной нагрузке. Волна же с вертикальной поляризацией полностью отражается передним зеркалом.

Учет влияния обтекателя на характеристики рассеяния бортовой антенной системы проводился в предположении, что обтекатель имеет форму конуса. Расчеты проводились с использованием приведенного в п. 2.4.3. решения модельной задачи о рассеянии радиоволн на трехмерной модели бортовой зеркальной антенны под коническим обтекателем.

Учет рассеяния на воздухозаборниках самолета МиГ-29. В работах [94, 95] был предложен следующий подход к расчету характеристик рассеяния воздухозаборников самолетов. Воздухозаборник разбивается на две части: волноводную (от входного отверстия до крыльчатки) и нагрузку этого волновода (собственно крыльчатку). В свою очередь, волноводная часть разделяется еще на несколько секций, количество которых зависит от общей длины канала. Для расчета полей в волноводной части используется доработанный итерационный метод физической оптики, основанный на интегральных соотношениях для полей. Расчет рассеяния на крыльчатке реализован на основе метода интегральных уравнений. Как показано в [96], предложенный метод позволяет рассчитывать характеристики рассеяния воздухозаборников различных конфигураций, а его точность подтверждается результатами физического моделирования.

Учет вклада воздухозаборников в общее рассеянное поле самолета МиГ-29 был проведен путем замены воздухозаборников в модели самолета эквивалентными рассеивателями в форме участков поверхностей второго порядка, имеющих такую же ЭПР в широком диапазоне ракурсов зондирования, как и реальные воздухозаборники. При этом в качестве эталонных ЭПР воздухозаборников были использованы результаты, приведенные в [96].

328



Рис. 3.110. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.111. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.112. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.113. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.114. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.115. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.116. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.117. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.118. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.119. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.120. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.121. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.122. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.123. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.124. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.125. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.126. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.127. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.128. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.129. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.130. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.131. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.132. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.133. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.134. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 10 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.135. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 3 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.136. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 1 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.137. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 166 МГц сигнала в случае горизонтальной поляризации

Длина	Поляризация	Тип	Параметры
волны		распределения	распределения
3 см	горизонталь-	Г -распределение:	
	ная	$p(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{\left(-\frac{x}{b}\right)} \frac{1}{(1-x)^{c-1}}$	<i>b</i> = 0,957488
		$F(c)$ $(b)$ $b\Gamma(c)$	<i>c</i> = 2,456989
		где $\Gamma(c)$ – гамма-функция	
3 см	вертикальная	Распределение Вейбулла:	
		$(x)^{c-1} - (\frac{x}{c})^{c}$	b = 2,580824
		$p(x) = \frac{c}{l} \left( \frac{x}{l} \right) = e^{\binom{b}{l}}$	<i>c</i> = 1,891905
		<i>b</i> ( <i>b</i> )	
10 см	горизонталь-	Г-распределение	b = 0,734123
	ная		<i>c</i> = 2,86766
10 см	вертикальная	Распределение Вейбулла	<i>b</i> = 2,339237
			<i>c</i> = 1,816584
30 см	горизонталь-	Г-распределение	<i>b</i> = 1,049921
	ная		<i>c</i> = 2,291626
30 см	вертикальная	Г-распределение	<i>b</i> = 0,899074
			<i>c</i> = 2,517632
180 см	горизонталь-	нормальное распределение:	2 00 20 5 4
	ная	$1 ((x-u)^2)$	$\mu = 2,082954$
		$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{\sigma}{2\sigma^2}\right)$	σ=1,0292
180 см	вертикальная	нормальное распределение	μ = 1,619732
			$\sigma = 0,950078$

Таблица 3.5. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала

## 3.1.6. Характеристики рассеяния многоцелевого истребителя F-16

Истребитель General Dynamics (теперь Lockheed Martin) F-16 Fighting Falcon является высокоманевренным многофункцио-

нальным истребителем с большими возможностями, стоящим на вооружении в 22 странах по всему миру. Необычайная маневренность истребителя позволяет ему совершать боевые маневры с перегрузками свыше 9G. Кабина летчика обеспечивает полную 360 градусную видимость по всем направлениям [92].

Прототип самолетов семейства F-16 "Фалкон", опытнодемонстрационный YF-16, впервые поднялся в воздух 2 февраля 1974 г., а в марте 2000 г. был построен 4000-й истребитель этого типа. Несмотря на свой солидный возраст, F-16 продолжает динамично совершенствоваться, оставаясь в "обойме" лучших истребителей мира. Созданный как относительно простой дневной истребитель завоевания господства в воздухе (несколько запоздалый американский ответ на МиГ-21), он со временем трансформировался во всепогодный многоцелевой авиационный комплекс, способный решать ударные задачи. Благодаря своим возможностям и легкости в адаптации платформа F-16 совершенствовалась и воплощалась во многих модификациях: F-16A – одноместный многоцелевой истребитель в основном для действий в светлое время суток; F-16B – двухместный учебно-боевой вариант F-16A; F-16С – одноместный усовершенствованный многоцелевой истребитель; F-16D – двухместный учебно-боевой вариант F-16C: F-16ADF – истребитель ПВО для национальной гвардии ВВС США; RF-16С (F-16R) – разведывательный вариант с контейнерной системой ATARS. Очевидно, что даже после поступления на мировой авиационный рынок истребителей пятого поколения, самолет F-16 будет пользоваться спросом.

F-16 представляет собой моноплан со среднерасположенным крылом и двигателем в хвостовой части фюзеляжа (рис. 3.138). Имеет интегральную аэродинамическую компоновку, отличающуюся плавным сопряжением фюзеляжа и трапециевидного в плане крыла со сравнительно небольшой стреловидностью по передней кромке. Плавное сочленение крыла и фюзеляжа позволило обеспечить создание фюзеляжем дополнительной подъ-

344

емной силы на больших углах атаки. Фюзеляж типа полумонокок цельнометаллический. Кабина с регенеративной системой кондиционирования и наддува. Конструкция самолета состоит на 78,3% из алюминиевых сплавов, 4,2% составляют титановые сплавы, 4,2% – углепластик и 3,7% – сталь.

Во второй половине 1980-х годов самолеты F-16C/D были оборудованы средствами снижения заметности (металлизирован фонарь кабины с внутренней стороны, применены радиопоглощающие материалы в зоне воздухозаборников), которые по данным некоторых источников позволили уменьшить фронтальную ЭПР на 40%.

Для расчетов использовалась идеально проводящая модель поверхности истребителя (рис. 3.139).

Рис. 3.138. Многоцелевой истре-		Рис. 3.139. Модель поверхности	
битель F-16		F-16	
Характеристики планера		Параметры модели поверхности самолета	
Длина самолета	15,03 м	Количество участков	
Высота самолета	5,09 м	эллипсоидов модели 42	
Размах крыла	9,45 м	Количество прямых кромочных	
Площадь крыла	27,87 кв.м	участков в модели 20	



Рис. 3.140. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.141. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.142. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.143. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.144. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.145. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.146. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.147. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.148. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.149. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.150. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.151. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.152. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.153. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.154. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.155. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.156. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.157. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.158. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.159. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.160. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.161. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.162. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.163. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.164. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 10 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.165. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 3 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.166. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 1 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.167. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 166 МГц сигнала в случае горизонтальной поляризации
Длина	Поляризация	Тип	Параметры
волны		распределения	распределения
3 см	горизонталь-	логнормальное	
	ная	распределение:	$\mu = 0,670217$
		$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x\sigma} exp\left(-\frac{(log(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right),$	σ = 0,688165
3 см	вертикальная	логнормальное	$\mu = 0,670444$
		распределение	$\sigma = 0,687541$
10 см	горизонталь-	логнормальное	$\mu = 0,637303$
	ная	распределение	$\sigma = 0,69609$
10 см	вертикальная	логнормальное	$\mu = 0,637907$
		распределение	$\sigma = 0,694457$
30 см	горизонталь-	логнормальное	$\mu = 0,328542$
	ная	распределение $\sigma = 0,746822$	
30 см	вертикальная	логнормальное	$\mu = 0,351826$
		распределение	$\sigma = 0,730708$
180 см	горизонталь-	логнормальное	$\mu = -0,184281$
	ная	распределение	$\sigma = 0,16645$
180 см	вертикальная	логнормальное $\mu = -0,187933$	
		распределение	$\sigma = 0,12564$

Таблица 3.6. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала

## 3.1.7. Характеристики рассеяния крылатой ракеты AGM-86 ALCM

Крылатая ракета AGM-86 ALCM (Air-Launched Cruise Missile) (рис. 3.168) является основным оружием большой дальности бомбардировщиков В-52Н. С заменой ядерных боевых частей на обычные, AGM-86 остается эффективным оружием в ближайшем обозримом будущем [97].

Первый запуск AGM-86В был произведен в 1979 г., а в ав-

густе 1981 ракеты ALCM были приняты на вооружение бомбардировщиков B-52G/H. Ракета AGM-86B оснащена одним турбореактивным двигателем F107-WR-100 или -101 и термоядерной боевой частью переменной мощности W-80-1. Крылья и рули складываются в фюзеляж и выпускаются через две секунды после запуска.

Всего до завершения производства в 1986 г. на заводах фирмы Боинг было выпущено более 1715 ракет AGM-86B. В 1986 г. компания Боинг начала переоборудовать часть ракет AGM-86B к стандарту AGM-86C. Основным изменением является замена термоядерной боевой частью на 900-кг осколочно-фугасную. Ракеты AGM-86C оснастили приемником системы спутниковой навигации GPS и электронно-оптической корреляционной системой DSMAC (Digital Scene Matching Area Correlator), что существенно повысило точность ракеты (КВО снизилось до 10 м).

В ноябре 2001 г. были проведены летные испытания крылатой ракеты AGM-86D Block II, оснащенной новой 540-кг проникающей боевой частью AUP (Advanced Unitary Penetrator), предназначенной для поражения сильно укрепленных или находящихся глубоко под землей целей.

	REE		•
Рис. 3.168. Крылата	ая ракета	Рис. 3.169. Модель поверхно	сти
AGM-86		AGM-86	
Характеристики	планера	Параметры модели поверхности ракеты	
Длина ракеты	6,32 м	Количество участков	
Диаметр	0,62 м	эллипсоидов модели	12
Размах крыла	3,66 м	Количество прямых кромочн	ных
		участков в модели	15

Для расчетов использовалась идеально проводящая модель поверхности ракеты, представленная на рис. 3.169.



Рис. 3.170. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.171. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.172. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.173. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.174. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.175. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см)



Рис. 3.176. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.177. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.178. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.179. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.180. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.181. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 3 ГГц (длина волны 10 см)



Рис. 3.182. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.183. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.184. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.185. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.186. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.187. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 1 ГГц (длина волны 30 см)



Рис. 3.188. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.189. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.190. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.191. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.192. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации и частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.193. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР при зондировании на частоте 166 МГц (длина волны 180 см)



Рис. 3.194. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 10 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.195. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 3 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.196. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 1 ГГц сигнала в случае горизонтальной поляризации



Рис. 3.197. Распределение амплитудного множителя отраженного на частоте 166 МГц сигнала в случае горизонтальной поляризации

Длина	Поляризация	Тип	Параметры
волны		распределения	распределения
3 см	горизон- тальная	Распределение Вейбулла: $p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}}$	<i>b</i> = 0,08038 <i>c</i> = 3,6956
3 см	вертикальная	распределение Вейбулла	b = 0,08035 c = 3,6566
10 см	горизон-	логнормальное	
	тальная	распределение:	$\mu = -2,58274$
		$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x\sigma} exp\left(-\frac{(\log(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right),$	$\sigma = 0,3143$
10 см	вертикальная	β - распределение:	
		$p(x) = \frac{\Gamma(\nu + \omega)}{\Gamma(\nu)\Gamma(\omega)} x^{\nu - 1} (1 - x)^{\omega - 1},$	v = 12,21349 $\omega = 145,0882$
		где $\Gamma(v)$ – гамма-функция	
30 см	горизон-	логнормальное	$\mu = -2,55742$
	тальная	распределение	$\sigma = 0,77075$
30 см	вертикальная	нормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 0,09308$ $\sigma = 0,03406$
180 см	горизон-	логнормальное	$\mu = -0,710606$
	тальная	распределение	$\sigma = 0,38755$
180 см	вертикальная	логнормальное	$\mu = -1,43561$
		распределение	$\sigma = 0,32425$

Таблица 3.7. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала

## 3.2. Характеристики рассеяния наземных объектов

Расчеты характеристик рассеяния наземных объектов были получены для следующих основных углов места зондирования є (рис. 3.198): 1° (зондирование наземными радиолокационными системами); 10° и 30° (зондирование радиолокационными системами воздушных объектов). Шаг изменения азимута зондирования составлял 1°, азимут  $\beta$  отсчитывался от лобового ракурса (0° соответствует зондированию в лоб танка, 180° – зондирование в направлении кормовой части корпуса). Результаты расчетов приведены для частоты облучения равной 10 ГГц (длина волны 3 см).



Рис. 3.198. Геометрия облучения наземного объекта

Результаты получены для случая совмещенного приема для двух ортогональных поляризаций зондирующего сигнала: горизонтальной – вектор напряженности электрического поля падающей волны  $\vec{p}_{\Gamma}^{0}$  параллелен подстилающей поверхности; вертикальной – вектор напряженности электрического поля падающей волны  $\vec{p}_{B}^{0}$  ортогонален  $\vec{p}_{\Gamma}^{0}$  и лежит в плоскости, перпендикулярной подстилающей поверхности и проходящей через вектор направления падающей плоской волны. Далее на всех рисунках синим цветом обозначен случай горизонтальной поляризации падающей волны, малиновым цветом – случай вертикальной поляризации.

Результаты расчетов приведены для двух типов подстилающей поверхности, имеющих наиболее характерные значения относительной диэлектрической проницаемости, а именно: для сухого суглинка ( $\varepsilon' = 3 + j0,4$ ); для влажного суглинка (относительная влажность 20%,  $\varepsilon' = 17 + j0,9$ ; относительная магнитная проницаемость для обоих типов почв равна 1). В случае угла места зондирования  $\varepsilon = 1^{\circ}$  диаграммы приведены только для сухого суглинка, так как модули коэффициентов отражения |P| от разных подстилающих поверхностей при малых углах места практически одинаковы и приближаются к 1 (рис. 3.199). Различия между ними становятся более существенными при увеличении угла места.



Рис. 3.199. Модуль коэффициента отражения от сухого и влажного суглинков при горизонтальной (а) и вертикальной (б) поляризации зондирующего сигнала

Для наземных объектов гистограммы распределения амплитудного множителя отраженного сигнала (квадратного корня из ЭПР) приведены для двух углов места зондирования:  $\varepsilon = 1^{\circ}$  и  $\varepsilon = 30^{\circ}$ , в двух основных диапазонах азимутов облучения:  $-10^{\circ}...10^{\circ}$  и  $10^{\circ}...30^{\circ}$ . Для получения этих гистограмм в указанных диапазонах шаг изменения азимута выбирался равным 0,02°. Так же, как и для воздушных объектов, предложены теоретические плотности вероятности распределения амплитуд отраженных сигналов, наиболее согласующиеся с полученными в вычислительном эксперименте данными.

## 3.2.1. Характеристики рассеяния основного боевого танка Т-90

Танк Т-90 российского производства представляет собой последнюю модификацию машин Т-72 и принят на вооружение в 1993 году [98]. Танк Т-90 сохраняет особенность советского танкостроения – классическую компоновочную схему, при которой основное вооружение расположено в башне, силовая установка и трансмиссия – в кормовой части корпуса, а экипаж – отдельно: командир танка и наводчик в боевом отделении, механикводитель – в отделении управления. Внешне Т-90 (рис. 3.200) практически полностью повторяет форму танка Т-72Б. Сам танк Т-72 разрабатывался конструкторским бюро "Уралвагонзавода" и был создан как один из вариантов модернизации танка Т-64А производства Харьковского завода им. Малышева [99].

Для расчетов использовалась идеально проводящая модель поверхности танка, представленная на рис. 3.201.

Рис. 3.200. Основной б	боевой	Рис. 3.201. Модель поверхности	
танк Т-90		T-90	
Характеристики кор	опуса	Параметры модели поверхности танка	
Длина танка с пушкой	9,53 м	Количество участков	
Ширина	3,46 м	эллипсоидов модели 89	
Высота	2,23 м	Количество кромочных участ-	
Боевой вес	46,5 т	ков в модели 34	



Рис. 3.202 Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.203. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации ( ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.204. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.205. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



🛙 Средняя ЭПР 🛽 Медианная ЭПР

Рис. 3.206. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.207. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε=1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.208. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР ( ε = 10 °, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.209. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации ( $\varepsilon = 10^{\circ}$ , подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.210. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.211. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.212. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.213. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.214. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.215. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.216. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.217. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



⊠ Средняя ЭПР ⊠ Медианная ЭПР

Рис. 3.218. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.219. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

388



Рис. 3.220. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.221. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации ( ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.222. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.223. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.224. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.225. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.226. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.227. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.228. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации ( $\epsilon = 30^{\circ}$ , подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.229. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации ( ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.230. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.231. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

394



Рис. 3.232. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.233. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)


Рис. 3.234. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.235. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

Таблица 3.8. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала при угле места зондирования 1°

Диапазон азимутов	Тип	грунта	Поляризация зондирующего сигнала	Тип распределения	Параметры рас- пределения
−10°+10°	сухой	суглинок	горизонтальная	логнормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x\sigma} exp\left(-\frac{(log(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 1,44945$ $\sigma = 1,06818$
			вертикальная	логнормальное распределение	$\mu = 1,40716$ $\sigma = 1,09705$
	влажный	суглинок	горизонтальная	логнормальное распределение	$\mu = 1,45733$ $\sigma = 1,06933$
			вертикальная	логнормальное распределение	$\mu = 1,36692$ $\sigma = 1,09704$
10°30°	ой	суглинок	горизонтальная	нормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 2,57101$ $\sigma = 1,148921$
	cyx		вертикальная	распределение Вейбулла: $p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}}$	b = 2,75873 c = 2,32431
	влажный	влажныи суглинок	горизонтальная	нормальное распределение	$\mu = 2,58899$ $\sigma = 1,15612$
			вертикальная	распределение Вейбулла	b = 2,671515 c = 2,320417



Рис. 3.236. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.237. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.238. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации ( ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.239. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

Таблица 3.9. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала при угле места зондирования 30°

Диапазон азимутов	Тип	грунта	Поляризация зондирующего сигнала	Тип распределения	Параметры рас- пределения
-10°+10°	сухой	суглинок	горизонтальная	логнормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x\sigma} exp\left(-\frac{(log(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 1,117329$ $\sigma = 0,96877$
			вертикальная	нормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 1,588124$ $\sigma = 0,732297$
	ный	суглинок	горизонтальная	логнормальное распределение	$\mu = 1,48526$ $\sigma = 1,01046$
	влаж		вертикальная	логнормальное распределение	$\mu = 0,71735$ $\sigma = 1,04842$
10°30°	сухой	линок	горизонтальная	распределение Вейбулла: $p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}}$	b = 1,782212 c = 2,149668
		30° CVI	cyr	вертикальная	распределение Вейбулла
	влажный	суглинок	горизонтальная	распределение Вейбулла	b = 2,171357 c = 2,171995
			вертикальная	распределение Рэлея: $p(x) = \frac{x}{b^2} exp\left(-\frac{x^2}{2b^2}\right)$	<i>b</i> = 0,927724

## 3.2.2. Характеристики рассеяния основного боевого танка Leopard-2

Leopard-2 несомненно один из наиболее успешных проектов последнего поколения основных боевых танков. Общее количество выпущенных танков составляет более 3200 единиц. Leopard-2 стоит на вооружении армий таких стран как Австрия, Дания, Германия, Нидерланды, Норвегия, Швейцария, Швеция, Финляндия. В марте 2003 года подписан контракт на поставку 170 Leopard-2 модификации 2A6EX для вооруженных сил Греции. В марте 2006 года Чили подписала контракт на поставку 118 танков Leopard-2 модификации 2A4, снимаемых с вооружения армии Германии [100].

Танк имеет классическую схему общей компоновки (рис. 3.240). Люк механика-водителя находится в передней части корпуса со смещением к правому борту. Он частично перекрывается башней при положении пушки вперед. Несмотря на большой угол наклона верхнего лобового листа (81°), механик-водитель в боевом положении управляет машиной сидя. Внутренний объем отделения управления составляет 2,4 м<sup>3</sup>.

Рабочие места командира танка и наводчика находятся справа от пушки, заряжающего – слева от нее. Высота от вращающегося полика боевого отделения до крыши башни равна 1650 мм, что является минимально допустимой величиной для обеспечения нормальных условий работы заряжающего стоя. Внутренний объем боевого отделения равен 10,1 м<sup>3</sup>.

Моторно-трансмиссионное отделение с продольно расположенным дизельным двигателем занимает объем 6,9 м<sup>3</sup> в кормовой части корпуса танка и имеет герметичную огнеупорную перегородку, отделяющую его от боевого отделения.

Значительный внутренний объем машины (19,4 м<sup>3</sup>) предопределил большую массу (55,2 т) и общую ширину (3700 мм) танка, а следовательно, необходимость демонтажа бортовых экранов при его транспортировке по железной дороге.

Основным вооружением танка является 120-мм гладкоствольная пушка, разработанная фирмой "Рейнметалл". Ствол имеет теплозащитный кожух и эжектор, изготовленный из стеклопластика.

Защита лобовой части корпуса и башни представляет собой многослойные комбинированные броневые преграды. Корпус и башня сварные. В верхнем лобовом листе корпуса снаружи имеется люк для монтажа и демонтажа пакетов наполнителя комбинированной броневой преграды. Защита бортов корпуса усилена за счет съемных противокумулятивных экранов, которые в передней части имеют толщину 110 мм и являются многослойными. Лобовые листы башни расположены вертикально.

Для расчетов использовалась идеально проводящая модель поверхности танка (рис. 3.241), которая состояла из 57 гладких и 24 кромочных участков.

Рис. 3.240. Основной (	боевой	Рис. 3.241. Модель поверхности	
танк Leopard-2A	4	Leopard-2	
Характеристики кој	рпуса	Параметры модели поверхности танка	
Длина танка с пушкой	9,67 м	Количество участков	
Ширина	3,70 м	эллипсоидов модели 57	
Высота	2,48 м	Количество кромочных участ-	
Боевой вес	55,15 т	ков в модели 24	



Рис. 3.242. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.243. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации ( $\varepsilon = 1^\circ$ , подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.244. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.245. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.246. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.247. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε=1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.248. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.249. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.250. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.251. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.252. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.253. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)

408



Рис. 3.254. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.255. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.256. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.257. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.258. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации ( ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.259. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.260. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.261. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.262. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.263. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.264. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.265. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР ( ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.266. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.267. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.268. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.269. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации ( ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.270. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (  $\epsilon = 30^\circ$ , подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.271. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)







Рис. 3.273. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.274. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.275. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

## Таблица 3.10. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала при угле места зондирования 1°

Диапазон азимутов	Тип	грунта	Поляризация зондирующего сигнала	Тип распределения	Параметры рас- пределения
-10°+10°	ухой	JINHOK	горизонтальная	нормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 3,68522$ $\sigma = 1,793628$
	C	cyı	вертикальная	нормальное распределение	$\mu = 3,518374$ $\sigma = 1,710021$
	ный	AHUK	горизонтальная	нормальное распределение	$\mu = 3,740518$ $\sigma = 1,821332$
	влаж	cyru	вертикальная	нормальное распределение	$\mu = 3,28975$ $\sigma = 1,595294$
				Г-распределение:	
10°30°	сухой	I JINHOK	горизонтальная	$p(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{\left(-\frac{x}{b}\right)} \frac{1}{b\Gamma(c)},$ где $\Gamma(c)$ – гамма-функция	<i>b</i> = 1,814148 <i>c</i> = 2,206866
	CV CV	cy	вертикальная	Г-распределение	b = 1,7225911 c = 2,21231
	:НЫЙ ШОХ	инок	горизонтальная	Г-распределение	b = 1,845529 c = 2,205043
	влажі	влаж суглі	вертикальная	Г-распределение	b = 1,594283 c = 2,220279



Рис. 3.276. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.277. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.278. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.279. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

Таблица 3.11. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала при угле места зондирования 30°

Диапазон азимутов	Тип грунта	Поляризация зондирующего сигнала	Тип распределения	Параметры рас- пределения
-10°+10°	ухой линок	горизонтальная	нормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 2,385831$ $\sigma = 1,106391$
	c. cyr	вертикальная	нормальное распределение	$\mu = 2,171519$ $\sigma = 0,98248$
	й суглинок	горизонтальная	распределение Вейбулла: $p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}}$	<i>b</i> = 2,811256 <i>c</i> = 1,955078
	влажны	вертикальная	нормальное распределение	$\mu = 1,89439$ $\sigma = 0,838508$
10°30°	сухой тлинок	горизонтальная	$\Gamma$ -распределение: $p(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{\left(-\frac{x}{b}\right)} \frac{1}{b\Gamma(c)},$ где $\Gamma(c)$ – гамма-функция	b = 0,52747 c = 2,158628
	cy	вертикальная	логнормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x\sigma} exp\left(-\frac{(log(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = -1,04413$ $\sigma = 0,709801$
	ный 1нок	горизонтальная	Г -распределение	b = 0.815589 c = 2.088607
	влаж сугли	вертикальная	Г -распределение	b = 0,42271 c = 2,362732

## 3.2.3. Характеристики рассеяния основного боевого танка M1A1 Abrams

Первые серийные танки М1 "Абрамс" были изготовлены в 1980 г. на государственном танковом заводе в Лиме, штат Огайо, однако массовое производство началось только в сентябре 1981 г. Производство "базового" варианта М1 прекратилось в январе 1985 г., всего построено 2374 танка этой модификации [101].

Корпус танка представляет собой сварную конструкцию с большим углом наклона верхнего лобового бронелиста (рис. 3.280).

В передней части корпуса находится отделение управления объемом 2,5 м<sup>3</sup>. Боевое отделение объемом 10,4 м<sup>3</sup> включает среднюю часть корпуса и башню кругового вращения. В башне расположено основное и вспомогательное вооружение – стабилизированная в двух плоскостях 105-мм нарезная пушка M68E1 и спаренный с ней пулемет M240 калибра 7,62 мм. На командирской башенке смонтирован зенитный пулемет Браунинг M2 калибра 12,7 мм, а перед люком заряжающего – еще один MAG-58.

Большое внимание при создании танка Ml уделялось резкому увеличению его защищенности по сравнению с предшествующими машинами (M60). Задача эта решалась комплексно: за счет снижения заметности танка, увеличения толщины брони, использования бронирования нового типа, уменьшения зон бронирования, ослабленных вырезами, и рациональной внутренней компоновки машины. Снижению заметности способствует низкий силуэт танка и специальная окраска с текстурой, обладающей лучшей маскировочной способностью по сравнению с покрытием танков M60.

Корпус и башня танка цельносварные, без использования крупных литых деталей. Корпус сваривается из пяти крупногабаритных элементов. Башня состоит из наружной (лицевой) и внутренней (тыльной) оболочек из броневой стали, соединенных поперечными ребрами жесткости, между которыми заложены пакеты – наполнители из стальных и неметаллических материалов. Ходовая часть прикрыта секционированными экранами (семь секций на борт) с разнесенным бронированием, между которым находится наполнитель. Толщина каждой секции (кроме передней) составляет примерно 70 мм, общая масса экранов обоих бортов – 1,5 т. Дифференция бронелистов по толщине применяется по всему танку на основе статистики распределения попаданий снарядов: толщина верхнего бронелиста корпуса изменяется от 50 мм в нижней части до 125 мм вблизи барбета башни, толщина брони, прикрывающей моторно-трансмиссионное отделение варьируется от 25 до 32,5 мм, башни – от 25 до 125 мм, бортов корпуса – от 45 до 60 мм. В целом на бронезащиту приходится примерно 56% всей массы танка. Броня выполнена на основе английской композиционной брони "Чобхэм".

Использованная для расчетов модель танка (рис. 3.281) состояла из 53 участков эллипсоидов и 22 кромочных участков.

Рис. 3.280 Основной	боевой	Рис. 3.281. Модель поверхности
танк M1A1 Abrar	ns	M1A1 Abrams
Характеристики ко	рпуса	Параметры модели
		поверхности танка
Длина танка с пушкой	9,828 м	Количество участков
Ширина	3,65 м	эллипсоидов модели 53
Высота	2,438 м	Количество кромочных участ-
Боевой вес	57,15 т	ков в модели 22



Рис. 3.282. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε=1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.283. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации ( $\varepsilon = 1^\circ$ , подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.284. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.285. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)







Рис. 3.287. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.288. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.289. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации ( $\varepsilon = 10^\circ$ , подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.290. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.291. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.292. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.293. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (  $\varepsilon = 10^{\circ}$ , подстилающая поверхность – сухой суглинок)


Рис. 3.294. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.295. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.296. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.297. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)







Рис. 3.299. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 10°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

434



Рис. 3.300. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)







Рис. 3.302. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации ( ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.303. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.304. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.305. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (  $\varepsilon = 30^{\circ}$ , подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.306. Круговые диаграммы мгновенной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.307. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.308. Диаграммы средней и медианной ЭПР в трех диапазонах азимутальных углов при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.309. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.310. Диаграммы средней и медианной ЭПР в двадцатиградусных диапазонах азимута при зондировании на вертикальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.311. Круговые диаграммы некогерентной ЭПР (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

440



Рис. 3.312. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.313. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.314. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.315. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 1°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

## Таблица 3.12. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала при угле места зондирования 1°

Диапазон азимутов	Тип	грунта	Поляризация зондирующего сигнала	Тип распределения	Параметры рас- пределения									
−10°+10°	ухой	глинок	горизонтальная	распределение Вейбулла: $p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}}$	b = 3,858086 c = 1,865993									
	<u>ی</u>	cyı	cyı	cyı	вертикальная	распределение Вейбулла	b = 3,683428 c = 1,873687							
	ный	суглинок	горизонтальная	распределение Вейбулла	b = 3,915371 c = 1,862784									
	влаж		суглі	сугл	суглі	сугл	сугл	сугл	сугл	сугл	сугл	сугл	cyrı	вертикальная
10°30°	сухой суглинок	линок	горизонтальная	нормальное распределение: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\mu = 3,236452$ $\sigma = 1,77658$									
		c	c	c	cy cyr	c) cyr.	c)	5	cy .	cyr	вертикальная	нормальное распределение	$\mu = 3,085798$ $\sigma = 1,69432$	
	влажный	ный	4HOK	горизонтальная	нормальное распределение	$\mu = 3,283558$ $\sigma = 1,80324$								
		сугли	вертикальная	нормальное распределение	$\mu = 2,878823$ $\sigma = 1,5822$									



Рис. 3.316. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.317. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов –10°...+10° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)



Рис. 3.318. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – сухой суглинок)



Рис. 3.319. Распределение амплитудного множителя отраженного сигнала в диапазоне азимутов 10°...30° при зондировании на горизонтальной поляризации (ε = 30°, подстилающая поверхность – влажный суглинок)

Диапазон азимутов	Тип	грунта	Поляризация Тип зондирующего сигнала распределения		Параметры рас- пределения								
-10°+10°	Й	ОК	горизонтальная	распределение Вейбулла: $p(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}}$	b = 2,018514 c = 1,48781								
	cyxo	cyxo	суглин	суглин	сули	суглин	сухо сугли	вертикальная	$\Gamma$ -распределение: $p(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{\left(-\frac{x}{b}\right)} \frac{1}{b\Gamma(c)},$ где $\Gamma(c)$ – гамма-функция	b = 0,988648 c = 1,84323			
	влажный	сныи инок	горизонтальная	распределение Вейбулла	b = 2,502363 c = 1,552444								
		влая	влая сугл	влая сугл	вертикальная	Г -распределение	$\mu = 1,133567$ $\sigma = 1,817716$						
	иохло колониция вертикальная	ой анок	Г -распределение	b = 0,244365 c = 2,673187									
10°30°		cy	cyn	сул	сул сугл	су. сугл	су: сугл	сул сугл	cyл cyrл	сул сугл	сул сугл	вертикальная	Г -распределение
	ный	влажный суглинок	НЫЙ НОК	горизонтальная	Г -распределение	b = 0,360052 c = 2,762984							
	влаж		вертикальная	Г -распределение	b = 0,230819 c = 3,47689								

Таблица 3.13. Параметры законов распределения амплитуд отраженного сигнала при угле места зондирования 30°

## Список литературы

- Львова Л.А. Радиолокационная заметность летательных аппаратов. – Снежинск: Изд-во РФЯЦ - ВНИИТФ, 2003. – 232 с.
- 2. Черняк В.С., Заславский Л.П., Осипов Л.В. Многопозиционные радиолокационные станции и системы // Зарубежная радиоэлектроника. – 1987. – № 2. – С. 9-69.
- Сухаревский О.И., Горелышев С.А., Сазонов А.З. О строгом и приближенном расчете эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) трехмерных объектов // Збірник наукових праць. – Харків: ХВУ, 2000. – Вип. 4(30). - С. 53-63.
- 4. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989. 544 с.
- Кенно Е.М., Моффат Д.Л. Аппроксимация переходных и импульсных характеристик // ТИИЭР. – 1965. – Т. 53. – № 8. – С. 1025-1034.
- Gupta I.J. and Burnside W.D. A physical optics correction for backscattering from curved surfaces // IEEE Trans. AP, - 1987, - v.35, - №5, pp. 553-561.
- Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. – М.: Сов. радио, 1962. – 243 с.
- Уфимцев П.Я. Теория дифракционных краевых волн в электродинамике. – М.: Бином. 2007. – 366 с.
- Сухаревский О.И. Обобщенная лемма Лоренца и интегральные представления решений некоторых задач электродинамики. // Радиотехника и электроника. – 1987. – Т. 32. – № 11. – С. 2255-2262.

- Антенны сантиметровых волн. Пер. с англ. // Под ред. Я.Н. Фельда. – М.: Сов. радио, 1950. – 318 с.
- Бененсон Л.С., Фельд Я. Н. Некоторые новые квадратичные леммы для электродинамических полей // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38. № 7. С. 1179-1187.
- Справочник по антенной технике: Справ. в 5 т. Т. 1 / Л.Д. Бахрах, Л.С. Бененсон, Е.Г. Зелкин и др.; Под ред. Я.Н. Фельда, Е.Г. Зелкина. – М.: ИПРЖР, 1997. – 256 с.
- 13. Фельд Я.Н. К расчету поля апертурных антенн // Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26. – № 1. – С. 178-179.
- Сухаревский О.И. Излучение антенной решетки с диэлектрическим укрытием при наличии идеально проводящей подстилающей поверхности. // Радиотехника, вып. 60. – Харьков: Изд. Харьковского Инст. Радиоэлектроники. – 1983. – С. 43-49.
- Сухаревский И.В., Сухаревский О.И. О поле, возбуждаемом излучающей апертурой при наличии рассеивающих объектов. – "Волны и дифракция-85". Краткие тезисы докладов IX Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению радиоволн. – Тбилиси, 1985. – Т. 1. – С. 270-273.
- Сухаревский И.В., Сухаревский О.И. Расчет поля возбуждаемого излучающей апертурой в присутствии произвольной системы рассеивателей. // Радиотехника и электроника. – 1986, Т. 31. – № 1. – С. 8-13.
- 17. Захарьев Л.Н., Леманский А.А. Рассеяние волн "черными" телами. М.: Сов. радио, 1972. 288 с.
- 18. Каплун В.А. Обтекатели антенн СВЧ. М.: Сов. радио, 1974. 240 с.
- Вакман Д.Е. Асимптотические методы в линейной радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1962. – 247 с.
- Конторович М. И., Муравьев Ю. К. Вывод законов отражения геометрической оптики на основе асимптотической трактовки задачи дифракции // Журнал технической физики. 1952. Т.22, №3. С.394–409.

- Сухаревский И. В., Сухаревский О. И. Определение коротковолновых асимптотик рассеянных полей методом стационарной фазы // Электромагнитные волны и электронные системы. – 1996. – Т.1, №1. – С.14–20.
- Гурса Э. Курс математического анализа. М.-Л.: ОНТИ, Гл. ред. общетехн. лит., 1936. Т.1. 591 с.
- Федорюк М. В. Метод стационарной фазы для многомерных интегралов // Журнал вычислит. математики и математ. физики. – 1962. – Т.2, №1. – С.145–150.
- 24. Федорюк М. В. Метод перевала. М.: Наука, 1977. 368 с.
- Повзнер А. Я., Сухаревский И. В. О нахождении асимптотики решений задач дифракции коротких волн // Журнал вычислит. математики и математ. физики. – 1961. – Т.1, №2. – С.224–245.
- Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. – 428 с.
- Sukharevsky O.I., Vasilets V.A. Impulse Characteristics of smooth objects in bystatic case // Journal of electromagnetic waves and applications (Editor-in-chief: J.A. Kong), Cambridge, USA-1996. –Vol. 10. – P. 1613-1622.
- Сиренко Ю.К., Сухаревский И.В., Сухаревский О.И., Яшина Н.П. Фундаментальные и прикладные задачи теории рассеяния электромагнитных волн. – Харьков: Крок, 2000. – 344 с.
- Shirman Y.D., Gorshkov S.A, Leschenko S.P., Orlenko V.M., Sedyshev S.Y., Sukharevsky O.I. Computer simulation of aerial target radar scattering, recognition, detection, and tracking. / Y.D. Shirman Editor. – Boston, London: Artech house, 2002. – 294 c.
- О.И. Сухаревский, А.Ф. Добродняк. Рассеяние на конечном идеально проводящем цилиндре с поглощающими покрытиями линий излома в бистатическом случае // Изв. ВУЗов СССР. Радиофизика. –1989. – т. 32. – №12. – С.1518-1524.

- Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1962. – 1100 с.
- 32. Сухаревский О.И., Василец В.А., Сазонов А.З., Ткачук К.И. Расчет рассеяния электромагнитной волны на идеально проводящем объекте, частично покрытом радиопоглощающим материалом, с помощью триангуляционных формул// Радиофизика и радиоастрономия. – 2000. – Т5, №1. – С. 47-54.
- Сухаревский О.И., Василец В.А., Горелышев С.А., Нечитайло С.В. Ткачук К.И. Эффективная поверхность рассеяния (ЭПР) объектов с неидеально отражающей поверхностью, имеющей изломы // Зарубежная радиоэлектроника. – 2001. – №6. – С. 41-48.
- Сухаревский О.И., Василец В.А., Горелышев С.А., Шрамков А.Ю. Рассеяние импульсного сигнала на идеально проводящем объекте, расположенном вблизи границы раздела сред // Збірник наукових праць. Харків: ХВУ, 1998. Вип. 16. С. 78-85.
- 35. Сухаревский О.И., Василец В.А., Горелышев С.А., Музыченко А.В. Обратное рассеяние плоской импульсной волны на идеально проводящем объекте, находящемся вблизи границы однородных полупространств // Радиофизика и радиоастрономия. 1998. ТЗ, №2. С. 137-146.
- Sukharevsky O.I., Vasilets V.A., Gorelyshev S.A., Muzychenko A.V. Pulse signal scattering from perfectly conducting complex object located near uniform half-space // Progress In Electromagnetic Research, PIER 29. – 2000. – №29. – P. 169-185.
- Василец В.А. Методика расчета ЭПР идеально проводящего наземного объекта // Збірник наукових праць. – Харків: ХВУ, 2001. – Вип. 7(37). – С. 90-92.
- 38. Сухаревский О.И., Василец В.А., Сазонов А.З., Ткачук К.И. Метод расчета ЭПР наземного объекта с неидеально отражающей поверхностью // Межведомственный тематический научный сборник "Рассеяние электромагнитных волн". – Таганрог: ТГРУ, 2003. – Вып. 12. – С. 9-15.

- 39. Климов В.Е., Клишин В.В. Аксиоматизация задачи синтеза геометрии трехмерных объектов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. –1983. –№4. С. 57-62.
- 40. Вычислительные методы в электродинамике. / Под ред. Митры Р. Пер. с англ. М.: Мир, 1977. 485 с.
- Юссеф Н.Н. Эффективная площадь отражения сложных радиолокационных целей. // ТИИЭР. – 1989. – Т. 77, № 5. – С. 100-112.
- Варганов М.Е. и др. Радиолокационные характеристики летательных аппаратов. / под ред. Л.Т.Тучкова. – М: Радио и связь, 1985. – 236с.
- 43. Штагер Е.А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы.
   М.: Радио и связь, 1986. –186с.
- Ширман Я.Д., Горшков С.А., Лещенко С.П., Братченко Г.Д., Орленко В.М. Методы радиолокационного распознавания и их моделирование // Зарубежная радиоэлектроника. – 1996. – №11. – С. 3-63.
- Сухаревский О.И., Добродняк А.Ф. Трехмерная задача дифракции на идеально проводящем клине с радиопоглощающим цилиндром на ребре // Изв. вузов. Радиофизика. – 1988. – Т.31, №9. – С. 1074-1081.
- Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. М.: Мир, 1989. – 512 с.
- Bill Sweetman. Northrop B-2 Stealth Bomber: The Complete History, Technology, and Operational Development of the Stealth Bomber (Mil-Tech Series). – Motorbooks Intl. USA, 1992. – 96p.
- Silver S. Microwave Antenna Theory and Design. MIT Radiation Laboratory Series, No. 12. – New York: Mc Graw-Hill, 1949. - 318p.
- 49. Sweetman B. and Dorr R.F. B-2 "Stealth Bomber" // World Air Power Journal. – 1997. – vol. 31. – 50p.
- 50. Л.М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.

- Сухаревский И.В., Семеняка Е.Н. Дополнительные разделы высшей математики. Вып.5. Квадратурные и кубатурные формулы (классика и новые разработки). – Харьков: XBУ,1999. – 105с.
- Замятин В.И., Бахвалов Б.Н., Сухаревский О.И. Расчет на ЭЦВМ диаграмм направленности искривленных излучающих поверхностей // Радиотехника и электроника. – 1978. – Т.23, №6. – С. 1289-1293.
- W. H. Emerson. Electromagnetic wave absorbers and anechoic chambers through the years // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1973. – vol.21. – P.484-490.
- Vasilets V.A., Tkachuk K.I. Electromagnetic scattering characteristics of aerial and ground radar objects // Proceedings of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory MMET-2004. – Dniepropetrovsk, 2004. – P. 589-591.
- 55. Сухаревский О.И., Василец В.А, Горелышев С.А. ЭПР объектов с неидеально отражающей поверхностью, имеющей изломы // Материалы Всероссийской конференции "Излучение и рассеяние ЭМВ" ИЗЭМВ-2001. Таганрог: ТГРУ, 2001. С. 46-48.
- 56. Романовский В.О. Алгоритмы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1977. 352с.
- 57. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах: В 2-х книгах. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 824с.
- 58. Ананьин Э. В., Ваксман Р. Г., Патраков Ю. М. Методы снижения радиолокационной заметностии // Зарубежная радиоэлектроника. 1994. №4-5. С. 5-21.
- Михайлов Г. Д., Сергеев В.И., Соломин Э. А., Воронов В. А. Методы и средства уменьшения радиолокационной заметности антенных систем // Зарубежная радиоэлектроника. 1994. № 4-5. С. 54-59.
- Масалов С. А., Рыжак А. В., Сухаревский О. И., Шкиль В.М. Физические основы диапазонных технологий типа "Стелс". – Санкт-Петербург: ВИКУ им. А. Ф. Можайского, 1999. – 163 с.

- Кирсанов В. Разработка в США авиационной техники по программе "Стелт" // Зарубежное военное обозрение. – 1989. - №3. – С. 40-44.
- 62. Дмитриев Д. Работы в США по программе "Стелт" // Зарубежное военное обозрение. – 1985. – №11. – С. 49-51.
- 63. Ufimtsev P. Comments on diffraction principles and limitations of RCS reduction techniques // Proc. of the IEEE. 1996. Vol. 84, No. 12. P. 1830-1851.
- Петров Б. М., Семенихин А. И. Управляемые импедансные покрытия и структуры // Зарубежная радиоэлектроника. – 1994. – №6. – С. 9-16.
- Небабин В. Г., Белоус О. И. Методы и техника противодействия радиолокационному распознаванию // Зарубежная радиоэлектроника. – 1987. - №2. – С. 38-47.
- 66. Мартынов Н. А., Мироненко Г. Н. Оценка характеристик рассеяния электромагнитных волн на сложных телах, частично покрытых радиопоглощающими матеріалами // Радиотехника. – 1996. – № 6. – С.102-105.
- 67. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. М.: Советское радио, 1971. 664 с.
- Бут Э.Д. Численные методы. Перевод с английского Т.М. Тер – Микаэляна/ Под ред. В. М. Курочкина. – М.: Госуд. Изд-во физико-матем. лит-ры, 1959. – 239 с.
- 69. Степанов Ю.Г. Противорадиолокационная маскировка. М.: Советское радио, 1968. 144 с.
- Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. Перевод с английского / Под ред. В. С. Бермана. – М.: Иностранная литература, 1949. - 798 с.
- Кукобко С.В., Нечитайло С.В., Сазонов А.З., Сухаревский О.И. Расчет излучения антенной решетки с носовым диэлектрическим обтекателем // Радиофизика и радиоастрономия. – 2003. – Т. 8, №3. – С.287-295.
- 72. В. И. Дмитриев, Е. В. Захаров, Ю. В. Пименов. Методы расчета электромагнитных полей в задачах дифракции на

идеально проводящих поверхностях. Вычислительные методы и программирование, – 1973, – вып. 20, – С.106-125.

- 73. Иванов В.К., Кукобко С.В., Сазонов А.З., Сухаревский И.О. Анализ полей вблизи остроконечного диэлектрического обтекателя при его облучении плоской электромагнитной волной // Моделювання та інформаційні технології. Збірник наукових праць. – Київ: Інститут проблем моделювання в енергетиці НАНУ, – 2004. – вип. 26. – С. 106-109.
- 74. Кукобко С.В., Сазонов А.З., Сухаревский И.О. Электродинамический метод расчета двумерной модели двухзеркальной антенной системы с носовым диэлектрическим обтекателем // Радиофизика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, №2. – С. 157-162.
- Kukobko S.V., Sazonov A.Z., Sukharevsky I.O. Iterative calculation method for two-dimensional model of reflector-type antenna with sharp nose radome // Proceedings of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory MMET-2004. – Dniepropetrovsk (Ukraine). –2004. – P. 409-411.
- Sukharevsky O.I., Kukobko S.V., Sazonov A.Z. Volume integral equation analysis of two-dimensional radome with a sharp nose // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2005. Vol.54, №4. P. 1500 1506.
- 77. Обтекатели антенн. Перевод с английского / Под ред. А.И. Шпунтова. М.: Советское радио, 1950. 263 с.
- Kukobko S.V., Sazonov A.Z., Sukharevsky I.O. Mathematical simulation of reflector-type antenna with sharp nose radome scattering (two-dimensional problem) // Proc. Int. Conf. Antenna Theory Technique. – Kiev (Ukraine). – 2005. – P. 180-183.
- Kukobko S.V., Sazonov A.Z., Sukharevsky I.O. Mathematical simulation of near radiation fields for reflector-type antenna with sharp nose radome (two-dimensional problem) // Proc. Int. Conf. Antenna Theory Technique. –Sevastopol (Ukraine). –2007. – P. 390-392.

- Сухаревский О.И., Василец В.А. Вторичное излучение зеркальной антенной системы с коническим диэлектрическим обтекателем // Збірник наукових праць ОНДІ ЗС. – Харків: ОНДІ ЗС, 2005. – Вип. 1(1). – С. 92-100.
- Сухаревский О.И., Василец В.А., Сазонов А.З., Ткачук К.И. Математическое моделирование каустической поверхности, возникающей при отражении от внутренней поверхности конуса // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2004. – Вып. 139. – С. 56-59.
- Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. – М.: Связь, – 1978. – 246с.
- Sukharevsky I.V., Vashinsky S.E. About the stationary phase points and caustic influence on lateral radiation of antenna systems with radomes // MMET-98. Conference Proceedings. – Kharkov, 1998. – vol.2. – P. 537-539.
- Габриэлян Д.Д., Звездина М.Ю., Синявский Г.П. Задачи дифракции для поверхностей с радиопоглощающими покрытиями // Успехи современной радиоэлектроники. – 2005. – №12. – С. 3-15.
- Алимин Б.Ф., Торгованов В.А. Методы расчета поглотителей электромагнитных волн // Зарубежная радиоэлектроника. – 1976. – №3, – С. 29-57.
- Ильин В.Е. Стратегические бомбардировщики и ракетоносцы России. – М.: "Астрель", АСТ, –2002. – С. 119-143.
- Полная энциклопедия мировой авиации. Самолеты и вертолеты XX столетия / Под ред. Дэвида Дональда. –Самара: Корпорация Федоров / издание на русском языке, –1997. 928 с.
- Беляев В.Е. Гражданская авиация на рубеже столетий. Магистральные самолеты// Авиация и время. – 2001, – №4(49). – С. 25-29.
- 89. В. Заярин. Неприхотливый трудяга // Авиация и время. 2002, –№2(55). – С. 4-25.

- 90. В. Заярин. Биография продолжается // Авиация и время. 2002, –№4(58). – С. 29-31.
- 91. Мороз С. Фронтовой истребитель МиГ-29. М.: Экспринт, 2004. – 48 с.
- 92. Ильин В.Е. Миг-29, Мираж 2000, F-16. Звезды четвертого поколения. М.: АСТ, 2002. 240с.
- 93. N-019 Radar. http://hostultra.com/~migalley/n019\_radar.html (22.12.08).
- Kisel' V.N., Fedorenko A.I. Electromagnetic scattering from cavities with complex objects inside // Conf. Proc. 2000 Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2000). – Kharkov, Ukraine, Sept. 11-15. 2000. – V.2. – pp.447-449.
- Kisel' V.N., Fedorenko A.I. Electromagnetic modeling of the jet aircraft intake with the interior impeller // Conf. Proc. 2002 Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2002). – Kiev, Ukraine, Sept. 10-13, 2002. – V.2. – pp.508-510.
- 96. Кисель В.Н. Электродинамические модели сложных электрофизических объектов и эффективные методы расчета их полей рассеяния. Дис... докт. техн. наук: 01.04.13, 05.12.07 М.: ОИВТ РАН, 2004. 339 с.
- 97. AGM-86 C/D CALCM http://www.airwar.ru/weapon/kr/agm86.html (22.12.08).
- 98. Каторин Ю.Ф. Танки. Иллюстрированная энциклопедия. М.: АСТ, Полигон, 2006. – 224 с.
- 99. Шунков В.Н. Танки. Минск: Попурри, 2003. 400 с.
- 100. Мураховский В.И., Павлов М.В., Сафонов Б.С., Солянкин А.Г. Основной танк "Леопард-2" Современные танки. – М.: Арсенал-Пресс, 1995. – 187с.
- 101. Михайлов М., Андреев Ю. Американский танк М1 "Абрамс". Монография. –М.: Зарубежное военное обозрение, 1993. – 214с.

## Оглавление

Предис	словие	5
Список	с сокращений	7
Введен	ие	8
Глава	1. Развитие электродинамической теории	
рассея	ния в интересах исследования вторичного	
излуче	ния радиолокационных целей	.15
1.1.	Обобщение интегральной леммы Лоренца на случай	
	полей, отвечающих неодинаковым материальным	
	заполнениям области	16
1.2.	Применение обобщенной леммы Лоренца к получе-	
	нию интегральных представлений возмущений, вно-	
	симых во вторичное излучение радиопрозрачными и	
	поглошающими слоистыми структурами	18
13	Обобщенный принцип зеркальных изображений и	
1.5.		
	на роди	27
		.21
	1.3.1. Оооощенный принцип зеркальных изоора-	•
	жений	.28
	1.3.2. О расчете влияния подстилающей поверхно-	
	сти на рассеивающие свойства цели	.31
	1.3.3. Расчет поля, возбуждаемого излучающей	
	апертурой в присутствии произвольной сис-	

	темы рассеивателей
1.4.	Регуляризация решений нестационарных задач рас-
	сеяния, получаемых в приближении физической оп-
	тики при разнесенном приеме
	1.4.1. Асимптотика поверхностных интегралов при
	произвольном типе невырожденной точки
	стационарной фазы и сингулярной на краевом
	контуре амплитудной функции47
	1.4.2. Импульсная характеристика идеально прово-
	дящего гладкого выпуклого тела в двухпо-
	зиционном случае (метод физической оптики).
	Исключение терминаторных разрывов
1.5.	О принципе взаимности для рассеянных полей в
	приближении физической оптики70
1.6.	Эффективная поверхность рассеяния (ЭПР) трехмер-
	ных объектов и ее связь с ЭПР двумерных объектов74
Глава 2	2. Методы расчета характеристик рассея-
ния обт	ектов сложной формы 90
2.1.	Моделирование геометрии поверхности объектов
2.1.	Моделирование геометрии поверхности объектов сложной формы
<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li></ul>	Моделирование геометрии поверхности объектов сложной формы
<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li></ul>	Моделирование геометрии поверхности объектов сложной формы
<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li></ul>	Моделирование геометрии поверхности объектов сложной формы
2.1. 2.2.	Моделирование геометрии поверхности объектов       90         сложной формы       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         объектов сложной формы с неидеально отражающей       104         2.2.1.       Рассеяние на гладких участках поверхности
2.1. 2.2.	Моделирование геометрии поверхности объектов       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         объектов сложной формы с неидеально отражающей       104         2.2.1. Рассеяние на гладких участках поверхности       107
2.1. 2.2.	Моделирование геометрии поверхности объектов       92         Мотод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         объектов сложной формы с неидеально отражающей       104         говерхностью       104         2.2.1. Рассеяние на гладких участках поверхности       107         объекта       107
2.1. 2.2.	Моделирование геометрии поверхности объектов       90         Моделирование геометрии поверхности объектов       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         объектов сложной формы с неидеально отражающей       104         поверхностью       104         2.2.1. Рассеяние на гладких участках поверхности       107         объекта       107         2.2.2. Кубатурная формула для поверхностных ин-
2.1. 2.2.	Моделирование геометрии поверхности объектов       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         объектов сложной формы с неидеально отражающей       104         104       2.2.1. Рассеяние на гладких участках поверхности         объекта       107         2.2.2. Кубатурная формула для поверхностных ин-       107         тегралов от быстроосциллирующих функций113
2.1. 2.2.	Моделирование геометрии поверхности объектов       92         Метод расчета характеристик рассеяния воздушных       92         Метод расчета сложной формы с неидеально отражающей       104         2.2.1. Рассеяние на гладких участках поверхности       104         объекта       107         2.2.2. Кубатурная формула для поверхностных ин-       113         2.2.3. Асимптотический метод расчета вторичного       113
2.1. 2.2.	<ul> <li>Моделирование геометрии поверхности объектов сложной формы</li></ul>

	2.2.4.	Рассеяние на кромочных локальных участках
		поверхности объекта с радиопоглощающими
		покрытиями130
	2.2.5.	Расчет характеристик рассеяния модели кры-
		латой ракеты138
	2.2.6.	Снижение средней ЭПР объекта сложной
		формы за счет оптимального распределения
		ограниченного количества РПМ на его по-
		верхности150
	2.2.7	Снижение уровня вторичного излучения кро-
		мочного локального участка рассеяния за счет
		изменения его формы157
2.3.	Метод	д расчета характеристик рассеяния наземных
	объект	гов сложной формы164
	2.3.1.	Рассеяние плоской электромагнитной волны
		на идеально проводящем объекте, находящем-
		ся вблизи границы однородного полупро-
		странства165
	2.3.2.	Характеристики рассеяния идеально прово-
		дящей модели наземного объекта174
	2.3.3.	Метод расчета ЭПР наземного объекта с не-
		идеально отражающей поверхностью181
	2.3.4.	Характеристики рассеяния неидеально отра-
		жающей модели наземного объекта191
2.4.	Харак	теристики рассеяния зеркальных антенных
	систем	м
	2.4.1.	Расчет характеристик рассеяния электрически
		больших антенн и меры по снижению их
		заметности
		2.4.1.1. Основные математические соотноше-
		ния для расчета электромагнитного
		поля, рассеянного электрически боль-
		шой зеркальной антенной с радиопо-

	глощающим покрытием кромки зер-
	кала
	2.4.1.2. Исследование возможности снижения
	эффективной поверхности рассеяния
	зеркальных антенн за счет примене-
	ния радиопоглощающего покрытия
	кромок
2.4.2.	Расчет характеристик рассеяния двумерных
	моделей бортовых антенных систем
	2.4.2.1. Геометрия модели обтекателя
	2.4.2.2. Интегральные и интегро-дифференци-
	альные уравнения для системы не-
	замкнутых экранов с диэлектриче-
	ским обтекателем
	2.4.2.3. Численный метод решения получен-
	ных систем интегральных уравнений
	(случай Е-поляризации)229
	2.4.2.4. Численный метод решения получен-
	ных систем интегральных уравнений
	(случай Н-поляризации)234
	2.4.2.5. Проверка адекватности расчетного
	метода
	2.4.2.6. Двумерное математическое модели-
	рование характеристик рассеяния бор-
	товых антенных систем с остроко-
	нечными обтекателями и их анализ241
2.4.3.	Вторичное излучение трехмерной модели бор-
	товой зеркальной антенны под коническим
	обтекателем

Глава 3	3. Характеристики рассеяния некоторых	
воздуш	ных и наземных объектов	
3.1.	Характеристики рассеяния воздушных объектов.	

	3.1.1.	Характеристики рассеяния стратегического	
		бомбардировщика В-2	.264
	3.1.2.	Характеристики рассеяния дальнего бомбар-	
		дировщика Ту-22M3	.282
	3.1.3.	Характеристики рассеяния среднемагистраль-	
		ного пассажирского самолета Boeing-737	.298
	3.1.4.	Характеристики рассеяния многоцелевого	
		транспортного самолета Ан-26	.311
	3.1.5.	Характеристики рассеяния фронтового истре-	
		бителя МиГ-29	323
	3.1.6.	Характеристики рассеяния многоцелевого ис-	
		требителя F-16	.343
	3.1.7.	Характеристики рассеяния крылатой ракеты	
		AGM-86 ALCM	.360
3.2.	Харак	теристики рассеяния наземных объектов	.377
	3.2.1.	Характеристики рассеяния основного боевого	
		танка Т-90	.379
	3.2.2.	Характеристики рассеяния основного боевого	
		танка Leopard-2	.401
	3.2.3.	Характеристики рассеяния основного боевого	
		танка M1A1 Abrams	.424
Список	: литер	атуры	.447

## Contents

Preface		5
Abbrev	iations	7
Introduc	ction	8
Chapte	er 1. The development of scattering electro-	
dynami	ic theory in the interests of secondary radia-	
tion res	search of radar targets	15
1.1.	The generalization of Lorenz integral lemma for the case	
	of fields corresponding to different material fills of	
	volume	16
1.2.	The using of the generalized Lorenz lemma for getting up	
	of integral presentations of distortions caused to a secon-	
	dary radiation by radio transparent and absorbing layered	
	structures	18
1.3.	The generalized image principle and its applications for	
	solving some scattering problems	27
	1.3.1. The generalized image principle	28
	1.3.2. About a calculation of underlying surface effect	
	on the target scattering properties	31
	1.3.3. The field calculation for radiant aperture at the	
	presence of scatterer arbitrary system	36
1.4.	The solve regularization for scattering transient problems	
	obtained in physical optics approach for a bistatic case	44

1.4.1.	The surface integral asymptotic approximation for arbitrary type of stationary phase nonsingular point and amplitude function which singular on the edge contour.
1.4.2.	The pulse characteristic of a perfectly conducting smooth convex object in a bistatic case (the physical optics approach). The exception of breaks on "light-shadow" boundary
1.5. Abou physi	t the reciprocity principle for scattered fields in a local optics approach
1.6. The riects	radar cross-section (RCS) of three-dimensional ob- and its relationship with RCS of two-dimensional
objec	rts
Chanter ? Th	a calculation methods for scattering
charactoristics	of compound shape objects
21 The s	surface geometrical modeling for compound shape
2.1. The s	
2.2. The C	acculation method for scattering characteristics of
aerial	objects with compound shape and non-ideally
condu	acting surface104
2.2.1.	The scattering by smooth parts of object surface107
2.2.2.	The cubature formula for surface integrals of high
	frequency oscillating functions113
2.2.3.	The asymptotic calculation method for secondary
	radiation of object surface smooth parts in
	bistatic case
2.2.4.	The scattering by edge parts of object surface
	with radioabsorbing coating
2.2.5	The scattering characteristic calculation for model
	of the cruise missile

	2.2.6.	The reduction of the mean RCS of a compound
		form object due to the optimal allocation of lim-
		ited quantity of radioabsorbing material on its
		surface
	2.2.7	The reduction of a secondary radiation of edge
		scattering part due to change of its shape157
2.3.	The s	scattering characteristic calculation method for
	ground	d objects of a compound shape164
	2.3.1.	The scattering of a plane electromagnetic wave
		by the perfectly conducting object that placed
		near the boundary of the uniform half-space165
	2.3.2.	The scattering characteristics for perfectly con-
		ducting model of the ground object174
	2.3.3.	The RCS calculation method for ground object
		with non-perfectly conducting surface
	2.3.4.	The scattering characteristics for non-perfectly
		conducting model of the ground object191
2.4.	The se	cattering characteristics of reflector antenna systems196
	2.4.1.	The scattering characteristic method for electri-
		cally large antennas and actions for reduction of
		their radar visibility
		2.4.1.1. The main mathematical relations for
		calculation of electromagnetic field
		scattered by electrically large reflector
		antenna with radioabsorbing coating of
		mirror edge
		2.4.1.2. The research of RCS reduction for
		reflector antenna due to radioabsorbing
		coating edges210
	2.4.2.	The scattering characteristic calculation for
		two-dimensional models of the on-board antenna
		system
		2.4.2.1. The geometry of the radome model

		2.4.2.2.	The integral and integro-differential	
			equations for the system of unclosed	
			screens with dielectric radome	220
		2.4.2.3.	The numerical method for solving ob-	
			tained systems of the integral equations	
			(the case of E-polarization)	229
		2.4.2.4.	The numerical method for solving ob-	
			tained systems of the integral equations	
			(the case of H-polarization)	234
		2.4.2.5.	The calculation method verification2	236
		2.4.2.6.	The two-dimensional modeling of	
			scattering characteristics for on-board	
			antenna systems with sharp-pointed	
			radome and their analysis2	241
	2.4.3.	The sec	ondary radiation of the three-dimensional	
		model o	f onboard reflector antenna with a conic	
		radome		247
Chapte	r 3. Th	e scatter	ring characteristics for some	
aerial a	nd gro	und obje	ects	261
3.1.	The sc	attering c	characteristics of aerial objects	262
	3.1.1.	The scat	ttering characteristics of B-2 bomber2	264
	2 1 2	<b>T</b>		

	3.1.2.	The scattering characteristics of Tu-22M3 bomber	282
	3.1.3.	The scattering characteristics of Boeing-737 plane	298
	3.1.4.	The scattering characteristics of Antonov-26 plane	311
	3.1.5.	The scattering characteristics of MiG-29 fighter	323
	3.1.6.	The scattering characteristics of F-16 fighter	343
	3.1.7.	The scattering characteristics of cruise missile	
		AGM-86 ALCM	360
3.2.	The sc	attering characteristics of ground objects	377
	3.2.1.	The scattering characteristics of tank T-90	.379

3.2.2. The scattering characteristics of tank Leopard-2 ....401

3.2.3.	The	scattering	characteristics	of	tank	M1A1	
	Abra	ams					424
List of references							447

Сухаревский Олег Ильич – ведущий научный сотрудник Научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, доктор технических наук, профессор. Окончил Харьковский государственный университет им. А.М. Горького. Научные интересы – математическая теория дифракции, исследование характеристик рассеяния радиолокационных целей.

Василец Виталий Алексеевич – ведущий научный сотрудник Научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, доктор технических наук, старший научный сотрудник. Окончил Житомирское военное училище радиоэлектроники ПВО. Научные интересы – исследование характеристик рассеяния радиолока-ционных целей.

Кукобко Сергей Викторович – старший научный сотрудник Научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, кандидат технических наук. Окончил Харьковский военный университет. Научные интересы – электродинамическая теория антенных обтекателей.

Нечитайло Сергей Вячеславович – старший научный сотрудник Научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, кандидат технических наук, старший научный сотрудник. Окончил Харьковский военный университет. Научные интересы – теория антенн, исследование радиолокационной заметности объектов.

Сазонов Александр Захарович – директор Акционерного общества "Росс", кандидат технических наук. Окончил Московский физико-технический институт, Военную инженерную радиотехническую академию им. Говорова Л.А. Научные интересы – исследование ближних полей в теории антенн и радиолокации.
Наукове видання

МІНІСТЕРСТВО ОБОРОНИ УКРАЇНИ Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба

> СУХАРЕВСЬКИЙ Олег Ілліч ВАСИЛЕЦЬ Віталій Олексійович КУКОБКО Сергій Вікторович НЕЧИТАЙЛО Сергій Вячеславович САЗОНОВ Олександр Захарович

## Розсіяння електромагнітних хвиль повітряними і наземними радіолокаційними об'єктами

монографія (російською мовою)

Під редакцією професора О.І. Сухаревського

Комп'ютерний дизайн обкладинки О.О. Сухаревський Редактор Техн. редактор Коректор

> Підп. до друку 10.01.09. Формат 70×100/16. Папір офс. № 1. Гарн. Таймс. Друк. офс. Ум. друк. арк. 37,73. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготовник Харківський університет Повітряних Сил 61023 Харків-23, вул.. Сумська, 77/79 Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №2535 від 22.06.2006